

学校编码: 10384

分类号_____密级_____

学号: 200342068

UDC _____

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

资产收益相关性实证研究

An Empirical Study on Correlations among Asset Returns

杨 伟

指导教师姓名: 郑振龙 教授

专业名称: 金 融 学

论文提交日期: 2006 年 4 月

论文答辩时间: 2006 年 5 月

学位授予日期: 2006 年 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2006 年 4 月

厦门大学学位论文原创性声明

兹呈交的学位论文，是本人在导师指导下独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考的其他个人或集体的研究成果，均在文中以明确方式标明。本人依法享有和承担由此论文而产生的权利和责任。

声明人（签名）：

年 月

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人完全了解厦门大学有关保留、使用学位论文的规定。厦门大学有权保留并向国家主管部门或其指定机构送交论文的纸质版和电子版，有权将学位论文用于非赢利目的的少量复制并允许论文进入学校图书馆被查阅，有权将学位论文的内容编入有关数据库进行检索，有权将学位论文的标题和摘要汇编出版。保密的学位论文在解密后适用本规定。

本学位论文属于

1、保密（ ），在 年解密后适用本授权书。

2、不保密（ ）

（请在以上相应括号内打“√”）

作者签名： 日期： 年 月 日

导师签名： 日期： 年 月 日

内 容 摘 要

马科维茨的资产组合理论表明，投资者通过在多种资产之间进行分散化投资，可以降低整个投资组合的风险。对于整个投资组合的风险大小而言，除了与投资组合中包含的资产数量有关外，构成投资组合的各种资产收益之间的相关性对整个投资组合的风险大小有着非常重要的影响。只有尽量分散化投资于相关性较低的资产，才能尽可能地降低整个投资组合的风险，此时投资者从分散化投资中获得的好处才比较大。因此，资产收益之间的相关性对于投资者的分散化与资产配置决策以及风险管理有着重要的影响。

在构造投资组合时，通常总是隐含着资产收益之间的相关性为常数这一假定。然而，近年来的实证研究表明各种证券收益的波动率是时变的。那么，假定资产收益之间的相关性为常数是否合理呢？20世纪90年代以来，关于资产收益相关性的研究逐渐成为国际学术界的研究热点之一。对于普通的投资者而言，股票和债券是可供选择的最主要的两种资产。因此，它们收益之间的相关性对于投资者的分散化投资以及资产配置决策有着重要意义。

本文以我国股票和债券市场的数据作为研究对象，利用时间序列的方法和多元变量 GARCH 模型对我国股票和债券收益之间的相关性进行了实证研究，研究发现我国股票和债券收益的相关性是一个动态的时变过程。这一研究结论表明同时持有股票和债券的投资者应该对股票和债券之间的相关性引起重视。

本文主要分为以下几个部分：导论部分介绍了资产收益相关性的研究意义和本文的主要创新之处；第一章介绍了资产收益相关性的定义，并对国内外的相关研究文献进行了综述；第二章利用我国股票和债券指数的每日对数收益率构造出了我国股票和债券收益已实现的月度相关性的时间序列，并对其时间序列特征进行了研究；第三章利用多元变量 GARCH 模型中的 BEKK 模型及多元变量 GARCH 模型的一种简化估计方法对我国股票和债券收益的相关性进行了实证分析，结果表明我国股票和债券收益的相关性为一个动态的时变过程；第四章为结论及今后进一步的研究方向。

关键词：资产收益；相关性；实证研究

Abstract

Markowitz's portfolio theory has suggested that by diversifying among various assets, investors can reduce the risk of whole portfolio. Besides the quantity of assets included in the portfolio has relation to the risk of whole portfolio, the correlations among assets consisting the portfolio also have an important influence on the risk of whole portfolio. Only diversifying among assets that have lower correlations can reduce the risk of whole portfolio as much as possible, under this circumstance, investors can obtain more benefit from the diversification. Therefore, the correlations among assets have an important impact on the investors' decision of diversification, asset allocation and risk management.

When constructing a portfolio, it always implies an assumption that the correlations among asset returns are constant as usual. However, the empirical study in recent years has found that the volatility of security returns is time varying. Then, whether presuming that the correlations among asset returns are constant is rational? From 1990s, the research on correlations among asset returns has become one of research hotspots gradually in the area of international academics. For common investors, stock and bond are two primary assets that can be chosen to invest. So, the correlation between stock and bond returns has an important significance on the investors' decision of diversification and asset allocation.

In this paper, according to the data of stock and bond markets in our country, we have done empirical study on the correlation between stock and bond returns, using the method of time series and multivariate GARCH models. The study has found that the correlation between stock and bond returns in our country is dynamic and time varying. The conclusions suggest that investors who hold the positions of stock and bond at the same time should pay more attention to the correlation between stock and bond returns.

This paper consists of four parts. In the foreword the significance of studying the correlations among asset returns and the main innovations in this paper are introduced. In chapter 1, the definitions of correlations among asset returns are introduced, and the related international and domestic literatures are reviewed. In chapter 2, using daily log

returns of stock and bond indexes in our country, the time series of the realized monthly stock and bond correlations are constructed, and the characteristic of the time series has been studied. In chapter 3, using BEKK model and a simplified estimation approach of multivariate GARCH models, the empirical study on the stock and bond correlations has been done, the results suggest that the stock and bond correlations in our country is dynamic and time varying. Chapter 4 is the conclusions and further research in future.

Key Words: Asset Returns; Correlations; Empirical Study

目 录

| | |
|--|-----------|
| 导 论..... | 1 |
| 第一章 资产收益相关性研究文献综述 | 4 |
| 第一节 资产收益相关性的定义 | 4 |
| 第二节 国外资产收益相关性研究文献综述 | 6 |
| 第三节 国内资产收益相关性研究文献综述 | 9 |
| 第二章 资产收益相关性时间序列特征实证研究 | 11 |
| 第一节 资产收益相关性时间序列的构造 | 11 |
| 第二节 资产收益相关性时间序列特征实证分析 | 12 |
| 第三章 基于多元变量 GARCH 模型的资产收益相关性实证研究 ... | 19 |
| 第一节 多元变量 GARCH 模型概述 | 19 |
| 第二节 多元变量 GARCH 模型的估计方法 | 24 |
| 第三节 基于多元变量 GARCH 模型的资产收益相关性实证分析 | 27 |
| 第四章 结论及未来进一步的研究方向 | 42 |
| 参考文献..... | 44 |
| 附 录..... | 49 |
| 后 记..... | 52 |

Contents

| | |
|--|----|
| Introduction | 1 |
| 1. Literature Review of Correlations among Asset Returns | 4 |
| 1.1 The Definition of Correlations among Asset Returns | 4 |
| 1.2 International Literature Review of Correlations among Asset Returns .. | 6 |
| 1.3 Domestic Literature Review of Correlations among Asset Returns | 9 |
| 2. Empirical Study of Correlations among Asset Returns with Time Series | 11 |
| 2.1 The Construction of Time Series of Correlations among Asset Returns | 11 |
| 2.2 Time Series Analysis of Correlations among Asset Returns | 12 |
| 3. Empirical Study of Correlations among Asset Returns Based on Multivariate GARCH Models | 19 |
| 3.1 The Review of Multivariate GARCH Models | 19 |
| 3.2 The Estimation Methods of Multivariate GARCH Models | 24 |
| 3.3 Empirical Analysis of Correlations among Asset Returns Based on Multivariate GARCH Models | 27 |
| 4. Conclusions and Further Research in Future | 42 |
| References | 44 |
| Appendix | 49 |
| Acknowledgement | 52 |

图表目录

| | | |
|------|----------------------------------|----|
| 图 1 | 股票和债券收益已实现的月度相关性 | 13 |
| 图 2 | 我国股票指数每日对数收益率时序图 | 28 |
| 图 3 | 我国债券指数每日对数收益率时序图 | 28 |
| 图 4 | 股票和债券收益相关性动态图 | 38 |
| 图 5 | MGARCH 模型的简化估计方法获得的股票和债券收益相关性动态图 | 40 |
| 附图 1 | GARCH (1, 1) 模型估计出的股票收益率的条件标准差 | 50 |
| 附图 2 | GARCH (1, 1) 模型估计出的债券收益率的条件标准差 | 50 |
| 附图 3 | MGARCH 模型的简化估计方法获得的股票和债券收益的条件协方差 | 51 |
| | | |
| 表 1 | 股票和债券指数每日对数收益率的描述性统计 | 12 |
| 表 2 | 股票和债券收益相关系数的描述统计 | 14 |
| 表 3 | 股票和债券收益已实现相关性的序列相关检验结果 | 16 |
| 表 4 | 股票和债券收益已实现相关性时间序列的单位根检验结果 | 17 |
| 表 5 | 股票和债券收益已实现相关性线性趋势检验结果 | 18 |
| 表 6 | 股票和债券收益率的描述统计 | 27 |
| 表 7 | 对股票和债券收益率的序列相关检验结果 | 29 |
| 表 8 | 股票和债券收益率时间序列的单位根检验结果 | 31 |
| 表 9 | 对股票和债券平方收益的序列相关检验结果 | 32 |
| 表 10 | 对股票和债券收益率的 ARCH 效应检验结果 | 34 |
| 表 11 | 股票和债券收益相关性双变量 GARCH 模型估计结果 | 37 |
| 表 12 | 股票和债券收益率的单变量 GARCH 模型估计结果 | 39 |

导 论

一、研究背景

根据马科维茨的资产组合理论，投资者通过在多种资产之间进行分散化投资，可以降低整个投资组合的风险。对于整个投资组合的风险大小而言，除了与投资组合中包含的资产数量有关外，构成投资组合的各种资产收益之间的相关性对整个投资组合的风险大小有着非常重要的影响^①。只有尽量分散化投资于相关性较低的资产，才能尽可能地降低整个投资组合的风险，此时投资者从分散化投资中获得的好处才比较大。可见，资产收益之间的相关性对于投资者的分散化与资产配置决策以及风险管理有着重要的影响。

对于资产收益之间的相关性，我们通常用相关系数来衡量。在构造投资组合时，通常总是隐含着资产收益之间的相关系数为常数这一假定。然而，近年来的实证研究表明各种证券的波动率是时变的^②。那么，假定资产收益之间的相关系数为常数是否合理呢？20世纪90年代以来，关于资产收益相关性的研究逐渐成为国际学术界的研究热点之一。关于资产收益相关性的研究，主要可以分为两个部分。一部分是对国际间资产收益相关性的研究；另一部分则是最近几年才引起广泛重视的一国股票和债券收益之间的相关性研究。

关于国际间资产收益相关性的研究早在20世纪70年代便已开始，这部分研究主要是以通过国际化分散投资可以获得的益处为出发点，对世界范围内的国家股票市场收益率之间的相关性进行研究。其中也有学者对有关国家债券市场收益率之间的相关性进行了研究，但是更多的学者把研究重点放在各国股票市场收益率之间的相关性上。然而，对普通的投资者而言，要想在国际股票市场或债券市场之间进行分散化投资存在许多困难，尤其是对于那些存在资本管制的广大发展中国家的投资者而言更是困难重重。因此，对这些普通投资者而言，更为现实的投资策略是在本国内的各种资产之间进行分散化投资。众所周知，股票和债券是可供投资者选择的最主要的两种资产，因此，它们收益之间的相关性对于投资者

^① 我们可以通过简单的数学来证明这一结论（具体证明过程参见附录1）。

^② 对于股票波动率的时变性进行的研究包括 Pagan & Schwert (1990), Engle & Ng (1993), Kim & Kon (1994) 等。

的分散化投资以及资产配置决策有着重要意义。然而，令我们感到惊异的是，在 20 世纪 90 年代以前，学术界对此并未引起足够重视。直到最近几年，这一问题才逐渐受到越来越多的关注，对股票和债券收益率之间相关性的研究逐渐成为国际学术界的研究热点之一，然而还并未得出一致的结论。

二、研究意义

资产收益相关性的研究对于资产配置、风险管理以及资产定价等有着重要意义。

1、有助于投资者的资产配置决策

由于投资者分散化投资于不同的资产，从而构造资产组合所能获得的好处（降低整个资产组合的风险）在很大程度上取决于构成资产组合的各种资产收益之间相关性的^③高低。如果投资者能够将有限的资金分散化投资于相关性比较低的资产，那么投资者从分散化投资中所能获得的好处就比较大；反之，投资者获得的好处就比较小。因此，对于资产收益相关性的研究，将有助于投资者做出合理的资产配置决策。

2、有助于机构投资者进行风险管理

当机构投资者进行套期保值时，套期保值的资产和被用来进行套期保值的资产收益之间的相关性对最优的套期保值比率的确定、进而对最后的套期保值效果有着非常重要的影响。此时，对套期保值的资产和被用来进行套期保值的资产收益之间的相关性的准确估计就显得尤为关键。如果资产收益之间的相关性是时变的，那么相应地，套期保值比率就需要随之而进行调整，以使其能与资产收益之间相关性的变化相适应。因此，对于资产收益之间相关性的研究，将能够对资产收益之间的相关性有一个比较全面的把握，从而有助于机构投资者进行风险管理。

3、有助于进行资产定价

现代金融学的一个基本原理是风险要与收益相对应。也就是说投资者多承担的风险^③一定要有相应的超额收益作为补偿，否则理性的投资者就不愿意承担这部分风险。对于一个充分分散化的投资组合而言，由于其风险的大小受到构成投资

^③ 这里的风险指系统性风险。

组合的资产收益各自方差的影响相对较小，而在更大的程度上是取决于构成投资组合的各种资产收益之间的协方差。而协方差的计算则需要知道资产收益之间相关系数的大小。只有准确地知道资产收益之间的相关系数，才能计算出整个投资组合面临的风险大小，进而才能根据投资者的风险厌恶程度估计出投资者持有这一投资组合需要获得的收益率大小，最后为这个投资组合进行定价。因此，对于资产收益之间相关性的研究，将有助于准确地进行资产定价。

三、主要创新

本文对我国股票和债券收益之间的相关性进行了研究，主要的创新之处在于：

1、利用我国股票和债券指数的每日收盘价格构造了我国股票和债券收益月度已实现相关性的时间序列，并利用时间序列的研究方法对我国股票和债券收益月度已实现相关性的时间序列特征进行了研究。

2、利用相关系数的 Fisher 转换，对我国股票和债券收益月度已实现相关性的线性趋势进行了检验，发现我国股票和债券收益月度已实现相关性并不存在长期的线性趋势。

3、利用多元变量 GARCH 模型中的 BEKK 模型和 MGARCH 模型的一种简化估计方法对我国股票和债券收益之间的相关性进行了实证分析，结果表明我国股票和债券收益之间的相关性为一个动态的时变过程。

另外，国外学者利用发达国家的数据对股票和债券收益的相关性进行了研究，本文利用我国的数据对这一问题进行实证分析，从而更好地对国外学者的研究结论进行验证。

第一章 资产收益相关性研究文献综述

第一节 资产收益相关性的定义

金融风险是由于金融资产价格的波动引起的，因此风险度量的核心是价格波动的估计和预测。所谓价格的波动性，通常是指未来价格偏离其期望值的可能性。对持有某种金融资产的投资者而言，价格期望值的偏离有两种情况，一种是有利的偏离，即价格高于期望值；另一种是不利的偏离，即价格低于期望值。价格的波动性越大，意味着价格上升或下降的可能性和幅度就越大。统计学中通常用标准差（或方差）来描述波动性。在现实中，人们通常把波动性和标准差这两个概念等同起来。在金融经济学中，波动性是用收益率的标准差来度量，而不是用价格的标准差来度量。这是因为收益率可以认为是由一个具有常数有限的无条件均值和方差的平稳随机过程产生的。有限的方差表明波动性会趋于一个常数均值，这就是均值回复。而价格的方差是无限的，这意味着价格的方差会随着时间增长，这是由价格的不平稳性导致的，也就是所谓的价格的随机游走性质。所以用价格的标准差来度量波动性往往不大适宜。

如果考虑两个相关的收益率序列 r_A 和 r_B ，则我们可以用相关性来表示这两个序列之间的内在联系。考虑由两种风险资产组成的一个资产组合，用方差度量的资产组合的风险大小可以表示为：

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB} \quad (1)$$

其中， σ_p^2 为资产组合的方差； w_A 为资产 A 在组合中所占的比重； σ_A 为资产 A 的收益率的标准差； w_B 为资产 B 在组合中所占的比重； σ_B 为资产 B 的收益率的标准差； ρ_{AB} 为资产 A 和资产 B 的收益率之间的相关系数。

可以看出，资产 A 和资产 B 收益率之间的相关系数 ρ_{AB} 越高，则资产组合的方差就越大，反之，资产 A 和资产 B 收益率之间的相关系数 ρ_{AB} 越低，则资产组合的方差就越小。因此，资产收益之间的相关性大小对于资产配置和风险管理具有重

要的影响。

对于资产收益之间的相关性，我们通常用相关系数来进行衡量。两个随机变量之间相关系数的定义为它们之间的协方差除以各自的标准差。随机变量 X 和 Y 之间的相关系数可以表示为：

$$\rho_{x,y} = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}} = \frac{E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)]}{\sqrt{E(X - \mu_x)^2 E(Y - \mu_y)^2}} \quad (2)$$

其中， μ_x 和 μ_y 分别为随机变量 X 和 Y 的均值。相关系数是对随机变量 X 和 Y 之间线性相关强度的度量，可以证明 $-1 \leq \rho_{x,y} \leq 1$ ，且 $\rho_{x,y} = \rho_{y,x}$ 。如果 $\rho_{x,y} > 0$ ，那么意味着两个随机变量之间呈正相关关系，即两个变量朝相同的方向变动；如果 $\rho_{x,y} < 0$ ，那么意味着两个随机变量之间呈负相关关系，即两个变量朝相反的方向变动；如果 $\rho_{x,y} = 0$ ，则意味着两个随机变量之间不相关。而且，如果 X 和 Y 都为正态随机变量，那么当且仅当 X 和 Y 相互独立时有 $\rho_{x,y} = 0$ 。两个随机变量之间的相关系数 $\rho_{x,y}$ 的绝对值越大，意味着两个随机变量之间的内在联系越密切。当随机变量 X 和 Y 的样本可获得时，我们可以通过其样本相关系数对 X 和 Y 之间的相关系数进行一致估计。样本相关系数的定义为：

$$\hat{\rho}_{x,y} = \frac{\sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})^2 \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}} \quad (3)$$

其中， $\bar{x} = \sum_{t=1}^T x_t / T$ ， $\bar{y} = \sum_{t=1}^T y_t / T$ ，分别为 X 和 Y 的样本均值。

对于本文所指的资产之间的相关性，主要是指资产收益率之间的相关性。因此，对于资产 A 和资产 B 的收益率之间的相关性，用相关系数可以表示为：

$$Corr(r_A, r_B) = \frac{Cov(r_A, r_B)}{\sqrt{Var(r_A)Var(r_B)}} \quad (4)$$

也可以简写为

$$\rho_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \sigma_B} \quad (5)$$

其中， σ_{AB} 为资产 A 和资产 B 的收益率的协方差。从相关性的定义中可以看出，

相关性是协方差的标准化形式，因此在多元变量情形中，相关性的估计可以归结为对多元变量的方差-协方差矩阵的估计。

第二节 国外资产收益相关性研究文献综述

关于资产收益相关性的研究，主要可以分为两个部分，一是国际间资产收益相关性的研究，这部分研究主要针对国际股票市场之间收益率的相关性进行研究；二是一国股票和债券收益之间的相关性研究。本文将分别对这两个部分的研究现状进行梳理。

一、国际间资产收益相关性研究综述

国际间资产收益的相关性对于跨国分散化投资有着重要影响。Grubel (1968) 详细说明了从国际分散化投资中获得的好处。之后，Levy & Sarnat (1970), Grubel & Fadner (1971), Lessard (1973) 以及 Solnik (1974) 的研究进一步证实了以各国股票市场收益之间的低相关性为基础进行股票组合的国际分散化投资可以带来很大的好处。在他们研究工作的基础上，众多学者对各国股票市场之间的关系进行了一系列的研究，这些研究包括：Ripley (1973), Lessard (1976), Panton、Lessig & Joy (1976) 等。尽管在这些研究中采用了各种各样的实证方法，但是这些研究都普遍发现各国股票市场收益率之间的相关性惊人地低。因此，这些发现经常被用来作为支持国际化分散投资的证据，国际分散化投资从此得到了大力提倡。

然而，根据相关性的定义，我们知道由于各国股票市场收益的波动率会随着时间而演进，那么，各国股票市场收益之间的相关性是否也会发生变化呢？Kaplanis (1988) 用月收益率研究了从 1967 年到 1982 年的 15 年期间的十个市场收益之间相关系数和协方差矩阵的稳定性。她用 Box (1949) 和 Jenrich (1970) 检验比较了在 46 个月的子样本区间估计的相关系数矩阵。研究结果表明相关系数矩阵在相邻的两个子样本区间是常数的原假设在 15% 的置信度水平下不能被拒绝。而协方差矩阵更不稳定（协方差矩阵为常数的原假设对于大多数的子样本区间在 5% 的置信度水平下被拒绝）。另一方面，Von Furstenberg & Jeon (1989) 用 VAR 的方法对于四个国家的市场在更短的时间里（1986 到 1988 年）进行的研究

发现这四个国家的市场变得更加相互依存，它们收益率之间的相关性增加了。Koch & Koch (1991) 用三个具体年份 (1972, 1980 和 1987) 中的日数据考察了八个国家市场收益的相关性，并从 Chow 检验中得出了类似的结论。Tang (1995) 用 Box-M 检验拒绝了 12 个主要的股票市场收益间的无条件相关系数矩阵为常数的假设。Goetzman、Li & Rouwenhorst (2002) 提供了世界主要股票市场在过去 150 多年间的收益相关性的历史描述，他们的研究发现在过去 150 多年中世界股票市场收益之间的相关性呈现出巨大的时变性。

需要指出的是，在以上的研究中所考虑的相关性都为通过不同的子样本计算出的无条件相关性。因为各国股票市场的收益率和波动率会受到一国政治、经济和金融等因素的影响，从而这些因素会影响相关性。因此，考虑条件相关性可能更为合适。Longin & Solnik (1995) 利用双变量 GARCH 模型检验了从 1960 年到 1990 年间七国集团股票市场之间月超额收益率的条件相关性为常数的假定，发现七国股票市场收益之间的相关系数矩阵和协方差矩阵是不稳定的，七国市场收益之间的条件相关性在这三十年间趋于增加；同时，他们还发现相关性在市场波动率大的时期会上升。Ragunathan & Mitchell (1997) 运用多元变量 GARCH 模型对几个主要发达国家股票市场收益之间的相互动态关系进行建模，发现对于时变的相关性存在混合证据。通过考察几个国家市场与美国市场收益率之间的相关性，他们只能在一些情况中拒绝常数相关性的假定。Theodossiou、Kahya、Koutmos & Christofi (1997) 利用卡尔曼滤波的方法对美国、英国和日本从 1984 年到 1994 年间的每周股票收益率之间相关性的时变行为进行了研究，结果发现三个市场收益率之间的相关性并不是时变的，而是一个常数。

二、股票与债券收益相关性研究综述

股票与债券作为可供投资者选择进行投资的最主要的两种资产，它们收益率之间的相关性对于投资者的分散化投资与资产配置决策有着重要影响。也许人们可能认为金融经济学家们应该已经回答了这个问题。然而，尽管这个问题具有根本的重要性，但金融经济学家们对此并没有得出一致的结论，股票和债券收益率之间的相关性仍然难以捉摸。

许多学者试图理解股票和债券收益率之间的相互变动。Shiller & Beltratti

(1992) 运用动态的现值模型对美国和英国的年度数据进行了研究，他们的研究结论认为观察到的股票和债券收益的相关性太高了。Campbell & Ammer (1993) 运用同样的框架分析了战后美国股票和债券月度收益率之间的方差和协方差，他们发现美国股票和债券收益之间的相关性很低主要是因为预期未来的通货膨胀的变化从相反的方向影响股票和债券。需要指出的是，以上的研究都隐含着股票和债券收益的相关性是不随时间而变化的假定。然而，Barsky (1989) 从理论的角度论证了股票和债券收益的相互变动是状态依赖的。他特别指出低的生产增长率和高市场风险有可能降低公司利润和实际利率，而这会促使股票和债券的价格朝相反的方向变动。

实际上，在上述的研究之前，已经有学者对股票和债券收益之间的相关性是否为常数进行了检验。Bollerslev、Engle & Wooldridge (1988) 利用多元变量 GARCH 模型就美国 1959 年到 1984 年间股票、国库券（6 个月期）和债券（20 年期）的季度数据对三者收益率之间的条件协方差矩阵为常数的假定进行了检验。检验结果拒绝了这一假定，并发现资产收益之间的协方差矩阵具有很强的自回归性。Waincott (1990) 利用美国普通股和长期政府债券的月收益率，考察了美国这两个最主要的资产种类的相关性，他的研究发现美国股票和债券收益之间的相关性是不稳定的。Fleming、Kirby & Ostdiek (1998) 发现在股票和债券市场收益之间存在很强的波动性联系，并把这种联系归因于市场里的信息流动。Scruggs & Glabadanidis (2001) 严格地拒绝了在股票和债券收益之间的协方差矩阵上加上常数相关性限制的模型。

在上述学者研究的基础上，最近的研究已经转移到认识和考察股票和债券收益之间时变的相关性上。Gulko (2002) 运用机制转换 (regime switching) 模型研究了股票和债券收益之间的相关性，发现在市场危机附近股票和债券收益的相互变动形式存在剧烈变化。Stivers & Sun (2002) 用同样的方法研究了股票和债券收益相互变动的短期动态关系。通过考察股票市场收益的波动率对于债券收益的影响，他们特别研究了“追逐安全 (flight to quality)”的议题。Ilmanen (2003) 利用滚动窗口 (rolling window) 的相关系数考察了美国股票和债券收益之间的相关性，发现这种相关性从 1998 年开始由正转为负。Connolly、Stivers & Sun (2005) 用隐含波动率指数来解释了美国 and 不同的欧洲国家间股票和债券收益之间相关性的时

变性。他们发现当前隐含的股票波动率与美国股票和债券收益未来的相关性之间存在负相关关系。

第三节 国内资产收益相关性研究文献综述

对于我国的资产收益相关性，已经有国外学者对此进行了研究。

Tsui & Qiao Yu (1999) 利用双变量 GARCH 模型对中国上海和深圳股票市场 1992 年到 1995 年的日收益率之间的相关性进行了研究，他们用 Bera & Kim(1996) 的 IM (Information Matrix) 检验拒绝了上海和深圳股票市场收益率之间的相关性为常数的假定。

而国内学者对于资产收益相关性的研究基本还处于起步阶段。

史代敏 (2002) 利用协整的方法对我国沪深股市从 1993 年到 2001 年间的日收益率进行了检验，结果表明上证指数与深圳综合指数之间的相关系数很高，沪市与深市之间存在长期稳定的联动关系。

陈守东、陈雷和刘艳武 (2003) 利用 Granger 因果检验研究了我国沪深股市从 1997 年到 2002 年日收益率的相关性，结果表明我国沪深股市日收益率之间存在很强的正相关性，沪深股市收益率的相关系数高达 0.9295。

陈守东、韩广哲和荆伟 (2003) 利用从 1992 年到 2002 年的数据对我国沪深股市与美国、英国、香港和日本之间的协整关系进行了研究，发现无论是上证综合指数还是深证综合指数，其单个市场与国际股票市场之间都不存在协整关系，但是同时考虑上海和深圳股票市场，它们作为一个整体却与世界主要股票市场之间存在协整关系。

赵留彦和王一鸣 (2003) 利用向量 GARCH 模型对我国 A 股和 B 股从 1997 年到 2002 年日收益率之间的相关性进行了研究，发现在 2001 年 2 月 B 股对境内投资者开放后，A 股和 B 股收益率之间的相关性增强了。

韩非和肖辉 (2005) 运用 MA-GARCH-M 模型研究了我国股票市场与美国股票市场从 2000 年到 2004 年之间的联动性，发现我国股市与美国股市收益率之间的相关性很弱，只有 0.012 左右。

从以上我国学者对于资产收益相关性的研究现状中可以看出，我国学者所研

究的市场之间的相关性，主要是以两个市场之间的长期稳定关系作为研究的出发点，而很少有学者从资产收益相关性对资产组合风险大小影响的角度来进行研究。这也决定了他们所采用的研究方法多以 Granger 因果关系检验或协整的方法为主。而且，他们的研究对象主要是上海和深圳股票市场，而没有对除股票之外另一种主要的资产种类——债券进行研究。本文则主要从资产收益相关性对资产组合的风险大小影响的角度来研究我国股票和债券收益之间相关性的时变特征。

第二章 资产收益相关性时间序列特征实证研究

第一节 资产收益相关性时间序列的构造

对于资产收益相关性的检验涉及到估计满足给定条件的资产收益率之间的相关系数。这种条件相关性的增加意味着资产之间的无条件相关性（资产间相互变动的真正度量）也一定增加吗？不一定。正如 Forbes & Rigobon (2002) 所证明的，以市场波动率状态为条件估计的相关系数是无条件相关系数的有偏估计。在高波动率状态中，条件相关性会更高，这可能是由于波动率水平而不一定是由于资产收益之间联系的增加。

因此，本文首先将用资产收益的日数据构造资产收益之间的月度已实现相关系数，这不需要利用任何参数模型来描述资产收益之间的相关性随时间的演进。Anderson、Bollerslev、Diebold & Ebens (2001a) 特别提到这种方法允许对资产收益相关性的时间序列行为在更大的深度下进行研究。用资产收益在一个月内的日数据来度量资产收益的月度相关性，可以构造出资产收益相关性的时间序列，这样就可以用标准的时间序列方法来对资产收益相关性的行为进行研究。

从前文有关资产收益相关性的定义中可以知道，估计相关性的起点在于对资产收益的方差和协方差的估计。French、Schwert & Stambaugh (1987) 和 Schwert (1989) 用月里面的日数据得到了月度市场方差的非重叠估计。Anderson、Bollerslev、Diebold & Labys (2001b) 用日内的数据将这种方法扩展到对每日已实现的协方差和相关系数的估计。同上述的这些方法相类似，本文首先将用资产收益的日数据度量资产收益之间已实现的月度方差、协方差以及相关系数。计算公式如下：

$$\text{Var}_{i,t} = \sum_{d \in t} (r_{i,d} - \mu_{i,t})^2, \quad i=1,2 \quad (6)$$

$$\text{Cov}_t = \sum_{d \in t} (r_{1,d} - \mu_{1,t})(r_{2,d} - \mu_{2,t}) \quad (7)$$

$$\text{Corr}_t = \frac{\text{Cov}_t}{\sqrt{\text{Var}_{1,t} \text{Var}_{2,t}}} \quad (8)$$

其中, $r_{i,d} = \ln\left(\frac{P_{i,d}}{P_{i,d-1}}\right)$, 代表资产 i 在第 t 月中第 d 天的对数收益率^④, $P_{i,d}$ 为资产 i 在第 t 月中第 d 天的收盘价格; $\mu_{i,t}$ 代表资产 i 在第 t 月中的每日收益率的均值; $Var_{i,t}$ 代表资产 i 在第 t 月中收益率的方差; Cov_t 代表两种资产在第 t 月中收益率的协方差; $Corr_t$ 代表两种资产在第 t 月中收益率之间的相关系数。

第二节 资产收益相关性时间序列特征实证分析

一、数据及样本的描述统计

正如前文所述, 股票和债券是可供普通投资者选择进行投资的两种最主要的资产, 因此, 本文将主要研究我国股票和债券这两种资产收益之间的相关性。在本节中, 我们所研究的资产收益相关性的时间序列主要是指股票和债券指数收益相关性的时间序列。对于研究中所采用的股票和债券指数的有关数据, 全部来源于万得金融资讯数据库。其中股票指数的数据采用的是中信综合指数, 债券指数的数据采用的是中信国债指数。股票指数之所以使用中信综合指数的原因主要是为了同使用的债券指数相对应。其他的债券指数如上证国债指数由于其编制的时间较晚, 数据较少, 为了保证估计的准确性和说服力而没有被采用。样本数据为从 2000 年 1 月 4 日到 2005 年 12 月 30 日的中信综合指数和中信国债指数的每日收盘价格。扣除掉节假日没有进行交易的天数之外, 总共有 1444 个样本数据。在实证分析中, 我们采用的收益率为对数收益率。其计算方式为:

当天的对数收益率 = \ln (当天的指数收盘价/前一天的指数收盘价)

表 1 列出了有关股票和债券两种资产的日收益率的描述性统计特征。

表 1 股票和债券指数每日对数收益率的描述性统计

| 资产类别 | 均值 | 标准差 | 偏度 (skewness) | 峰度 (kurtosis) | J-B 检验 |
|------|---------|--------|---------------|---------------|------------|
| 股票 | -0.0001 | 0.0060 | 0.6570 | 8.5076 | 1941.0000 |
| 债券 | 0.0001 | 0.0007 | -1.0840 | 39.3391 | 80231.8400 |

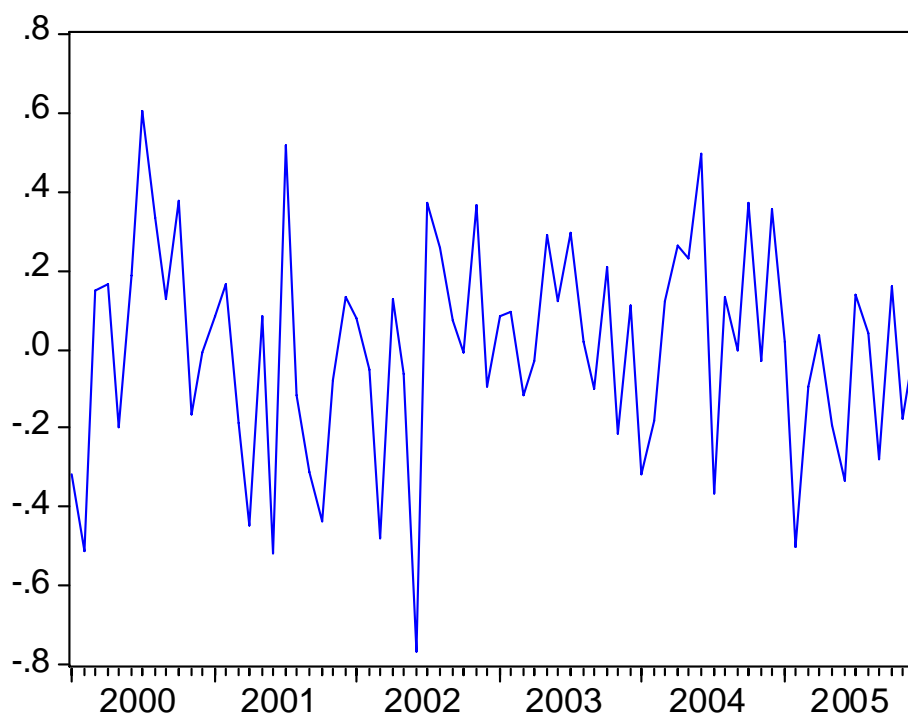
^④ 下文所述的收益率, 如无特别说明, 均指对数收益率。

从表 1 中可以看出，在样本期内我国股票的平均收益率为负数，且风险远高于债券（股票收益率的标准差远大于债券收益率的标准差），股票和债券收益率的分布都不服从正态分布，而呈现出尖峰厚尾的特征，其中债券收益率分布的尖峰特征更为明显。

二、资产收益相关性的时间序列

根据前文中介绍的股票和债券收益相关性时间序列的构造方法，本文利用股票和债券指数的日收益率构造出了股票和债券收益的月度已实现相关系数的时间序列。图 1 显示了从 2000 年 1 月到 2005 年 12 月我国股票和债券收益月度已实现相关性的变化过程。

图 1 股票和债券收益已实现的月度相关性



从图 1 中，可以看出，我国股票和债券收益已实现的月度相关性是一个动态的不断变化的过程。股票和债券收益已实现的月度相关性主要集中在从-0.4 到+0.4 的范围之内。股票和债券收益已实现的月度相关性在 2000 年 7 月达到最高，相关系数为 0.6055；股票和债券收益已实现的月度相关性在 2002 年 6 月达到最低，相关系数为-0.7658。表 2 列出了股票和债券收益已实现的月度相关性在整个样本

期间内以及在三个相等间隔的子样本期间内（2000年1月——2001年12月、2002年1月——2003年12月、2004年1月——2005年12月）的描述性统计特征。从表2中可以看出，我国股票和债券收益已实现的月度相关性在整个样本期间内并不高，平均只有0.0020。股票和债券收益已实现的月度相关性在第一个子样本期间内（2000年1月——2001年12月）最低，平均只有-0.0146，但在这一期间内的波动是最剧烈的（以标准差衡量的波动率最高）。股票和债券收益已实现的月度相关性在第二个子样本期间内（2002年1月——2003年12月）最高，平均为0.0241，且在这一时期内的波动与第一个子样本期间内比有所降低。股票和债券收益已实现的月度相关性在第三个子样本期间内（2004年1月——2005年12月）又降低了，平均为-0.0036。

表2 股票和债券收益相关系数的描述统计

| 均值 | 标准差 | 中值 | 最大值 | 最小值 | 偏度 | 峰度 | J-B 检验 |
|-----------------------------|--------|--------|--------|---------|---------|--------|---------|
| A 栏：2000年1月——2005年12月（N=72） | | | | | | | |
| 0.0020 | 0.2733 | 0.0310 | 0.6055 | -0.7658 | -0.3477 | 2.9677 | 1.4540 |
| B 栏：2000年1月——2001年12月（N=24） | | | | | | | |
| -0.0146 | 0.3146 | 0.0376 | 0.6055 | -0.5173 | 0.0709 | 2.2257 | 0.6197 |
| C 栏：2002年1月——2003年12月（N=24） | | | | | | | |
| 0.0241 | 0.2563 | 0.0775 | 0.3685 | -0.7658 | -1.3205 | 5.2614 | 12.0889 |
| D 栏：2004年1月——2005年12月（N=24） | | | | | | | |
| -0.0036 | 0.2551 | 0.0232 | 0.4945 | -0.5025 | -0.0318 | 2.3247 | 0.4601 |

三、资产收益相关性的时间序列特征检验

为了更深入地对股票和债券收益相关性的随机行为进行考察，本文对构造的股票和债券收益已实现的月度相关性时间序列进行了计量检验。这些检验包括序列相关检验、单位根检验以及线性趋势检验。

1、序列相关检验

如果股票和债券收益的相关性是一个随机游走过程，那么意味着股票和债券收益月度已实现的相关性时间序列将是相互独立的，并不存在序列相关。

序列相关检验的思路为：如果股票和债券收益已实现的月度相关性时间序列为随机游走过程，那么该序列任意滞后阶数的自相关系数都与零无显著差异，且其 Q 统计量应该不显著；反之，如果该序列存在序列相关，那么股票和债券收益已实现的月度相关性就不是随机游走过程。

Box & Pierce (1970) 提出的 Q 统计量可以表示为： $Q^*(m) = T \sum_{l=1}^m \hat{\rho}_l^2$ ，它渐进服从 $\chi^2(m)$ 分布。Ljung & Box (1978) 对 $Q^*(m)$ 统计量进行了修正，从而使得在有限样本里的检验效果更好。修正后的 Q 统计量为： $Q(m) = T(T+2) \sum_{l=1}^m \frac{\hat{\rho}_l^2}{T-l}$ ，它也渐进服从 $\chi^2(m)$ 分布。检验的原假设为： $\hat{\rho}_1 = \hat{\rho}_2 = \dots = \hat{\rho}_m = 0$ ，即不存在序列相关。

表 3 列出了对股票和债券收益已实现月度相关性的序列相关检验结果。从表 3 中可以看出，股票和债券收益已实现月度相关性时间序列的滞后各阶的样本自相关函数都不显著异于零，与滞后各阶的自相关函数相对应的 Q 统计量都相当小，而相伴概率 (P 值) 都相当大，即使在 10% 的显著性水平下，我们也不能拒绝股票和债券收益已实现月度相关性的时间序列不存在序列相关的原假设。这表明股票和债券收益已实现的月度相关性为随机游走过程。

2、单位根检验

为了更进一步考察股票和债券收益已实现月度相关性是否为一个平稳的时间序列，我们再对其进行单位根检验。

时间序列的平稳性有强平稳 (strict stationarity) 和弱平稳 (weak stationarity) 之分。根据 Tsay (2002) 的定义，如果对任意的 j_1, j_2, \dots, j_n ，时间序列 $\{X_{t+j_1}, X_{t+j_2}, \dots, X_{t+j_n}\}$ 的联合分布不随时间位移而改变，那么该序列是强平稳的；如果时间序列 $\{X_{t+j_1}, X_{t+j_2}, \dots, X_{t+j_n}\}$ 的均值和自协方差是有限的，且不随时间而改

变，只与时间间隔有关，那么该序列是弱平稳的。如果时间序列 $\{X_{t+j_1}, X_{t+j_2}, \dots, X_{t+j_m}\}$ 是正态分布的，那么弱平稳就等同于强平稳。因为强平稳的条件太严格了，而且很难通过实证检验来证实，因此通常我们只关心弱平稳的时间序列。

表 3 股票和债券收益已实现相关性的序列相关检验结果

| 滞后阶数 | 自相关函数 ($\hat{\rho}_m$) | Q 统计量 | 相伴概率 (P 值) |
|------|--------------------------|--------|------------|
| 1 | -0.0110 | 0.0089 | 0.9250 |
| 2 | -0.0250 | 0.0552 | 0.9730 |
| 3 | 0.0760 | 0.5001 | 0.9190 |
| 4 | 0.0340 | 0.5923 | 0.9640 |
| 5 | -0.1140 | 1.6316 | 0.8970 |
| 6 | 0.0350 | 1.7305 | 0.9430 |
| 7 | 0.0220 | 1.7717 | 0.9710 |
| 8 | -0.1920 | 4.8481 | 0.7740 |
| 9 | -0.0090 | 4.8543 | 0.8470 |
| 10 | -0.0030 | 4.8553 | 0.9010 |
| 12 | 0.0590 | 5.6630 | 0.9320 |
| 16 | -0.0100 | 7.0675 | 0.9720 |
| 20 | -0.0390 | 7.6108 | 0.9940 |
| 24 | 0.0400 | 9.0150 | 0.9980 |

即使在 10% 的显著性水平下，我们也不能拒绝不存在序列相关的原假设。

在对股票和债券收益已实现的月度相关性时间序列进行单位根检验时，我们分别采用了 ADF (Augmented Dickey and Fuller) 检验和 PP (Phillips and Perron) 检验两种方法。在两种检验方法中，我们分别对股票和债券收益已实现月度相关性的时间序列可能出现的只包含截距项以及包含截距项和时间趋势项两种形式进行了检验。在 ADF 检验中，只包含截距项的检验形式为：

$$\nabla y_t = c + \gamma y_{t-1} + \xi_1 \nabla y_{t-1} + \xi_2 \nabla y_{t-2} + \dots + \xi_{p-1} \nabla y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

包含截距项和时间趋势项的检验形式为：

$$\nabla y_t = c + \delta t + \gamma y_{t-1} + \xi_1 \nabla y_{t-1} + \xi_2 \nabla y_{t-2} + \dots + \xi_{p-1} \nabla y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

因为 PP 检验不含高阶自回归项，因此在 PP 检验中，只包含截距项的检验形式为：

$$\nabla y_t = c + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$$

包含截距项和时间趋势项的检验形式为：

$$\nabla y_t = c + \delta t + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$$

检验的原假设为 $\gamma = 0$ ，即序列存在单位根。在确定滞后阶数时，对于 ADF 检验我们采用的是 SC 准则（Schwarz Criterion）；对于 PP 检验我们采用的是 Newey-West 估计。对股票和债券收益已实现相关性时间序列的单位根检验结果见表 4。

表 4 股票和债券收益已实现相关性时间序列的单位根检验结果

| 包含截距项 | | 包含截距项和时间趋势项 | |
|---------|---------|-------------|---------|
| ADF 检验 | PP 检验 | ADF 检验 | PP 检验 |
| -8.4870 | -8.4931 | -8.4288 | -8.4341 |

ADF 检验中根据 SC 准则确定的最大滞后阶数为 11。包含截距项的 ADF 检验和 PP 检验在 1% 的显著性水平下的临界值为 -3.5256，包含截距项和趋势项的 ADF 检验和 PP 检验在 1% 的显著性水平下的临界值为 -4.2905。

从表 4 中可以看出，对于只包含截距项和包含截距项及时间趋势项的两种检验形式，在 1% 的显著性水平下，ADF 检验和 PP 检验都拒绝了存在单位根的原假设。因此，股票和债券收益已实现的月度相关性为平稳的时间序列，这意味着围绕长期均值进行波动的相关性不会产生永久性的持续效应。

3、线性趋势检验

对于将资金分散化投资于股票和债券的投资者而言，他们所关心的一个重要问题是股票和债券收益之间的相关性随着时间的演进是否为常数。我们可以通过检验股票和债券收益相关性的长期趋势来确定相关性是否是时变的。同 Longin &

Solnik (1995) 的研究方法相类似, 本文也使用一个简单的线性趋势模型来检验股票和债券收益已实现的月度相关性是否存在长期趋势。所不同的是, 在本文中, 我们首先利用相关系数的 Fisher 转换^⑤将相关系数从 $[-1,1]$ 的范围转换为 $(-\infty, \infty)$ 的范围。相关系数的 Fisher 转换是一个连续和单调的函数, 其定义为

$$YCorr = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+Corr}{1-Corr} \right)$$

其中, $YCorr$ 为相关系数的 Fisher 转换, $Corr$ 为股票和债券收益已实现的月度相关系数。因此, 我们需要估计下列方程

$$YCorr_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t \quad (9)$$

表 5 列出了方程的估计结果, 检验结果显示趋势项系数在统计上并不显著。这表明股票和债券收益已实现月度相关性的时变性并不来自于一个系统性的长期趋势行为。

表 5 股票和债券收益已实现相关性线性趋势检验结果

| 截距项 | t 值 | 趋势项系数 | t 值 | R^2 值 |
|---------|---------|--------|--------|---------|
| -0.0033 | -0.0455 | 0.0005 | 0.0288 | 0.0012 |

趋势项系数与 R^2 值为原始值乘以 100。

^⑤ 相关系数的 Fisher 转换具有渐进的标准正态分布的性质。它与许多其他替代的转换相比能够更快地收敛于其渐进分布。对于更加详细的讨论见 Anderson (1984)。

第三章 基于多元变量 GARCH 模型的资产收益相关性实证研究

第一节 多元变量 GARCH 模型概述

在 Engle (1982) 提出 ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) 模型之前, 学术界对于金融时间序列的基本假设是稳定的、服从正态分布的且具有相同的方差, 主要的研究方法为 Box & Jenkins (1970) 的 ARMA (Autoregressive Moving Average) 时间序列模型。

然而, 越来越多的实证研究发现, 金融时间序列尤其是资产收益率的时间序列存在一些与这些基本假设并不相符的特征。这些特征包括: (1) 与正态分布相比, 资产收益率时间序列的实际分布在尾部明显更厚, 而中间腰部更细更尖, 即通常所说的“尖峰厚尾”; (2) 资产收益的波动率往往在一个大的波动后紧跟着一个同样较大的波动, 而在一个小的波动后紧跟着的也是一个同样较小的波动, 也就是说资产收益的波动率具有集聚性 (clustering); (3) 资产价格的波动呈现出杠杆性 (leverage effect), 即负的价格变动导致的波动率高于正的价格变动导致的波动率; (4) 资产收益的时间序列呈现出明显的序列相关性, 有时尽管资产收益序列本身不存在序列相关, 但它的平方序列是自相关的, 并且资产收益率平方序列的自相关性比资产收益序列更为显著; (5) 资产收益的波动性受到金融资产期限长短的影响, 并且随着时间的推移, 波动性会呈现出向某个长期平均水平收敛的趋势, 即呈现均值回复现象。

ARCH 模型则可以很好地捕捉到金融时间序列的上述特征。Bollerslev (1986) 将 ARCH 模型扩展到更为一般的 GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) 模型。与 ARCH 模型相比, GARCH 模型考虑了条件方差的时滞性, 估计的结果更为精确, 应用也更加广泛。之后, 又有许多学者从不同方面对 GARCH 模型进行了拓展, 使得 GARCH 模型成为金融计量领域最炙手可热的模型之一。Bollerslev、Chou & Kroner (1992), Pagan (1996) 等对于 ARCH 和 GARCH 模型及其在金融领域的主要应用进行了概述。

上面提到的 ARCH 和 GARCH 模型主要应用于单变量的情形, 然而金融市场

中不同变量、不同因素之间经常是相互关联的，并受到相同的可获得信息集的影响，单变量的 ARCH 和 GARCH 模型并不能刻画出这些关系。Bollerslev、Engle & Wooldridge (1988) 将 GARCH 模型拓展到多元变量的情形，由此产生了 MGARCH (Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) 模型。这样，利用 MGARCH 模型，可以刻画多元变量、多个市场的波动特性。Bauwens、Laurent & Rombouts (2003)，Franses & van Dijk (2000) 等对 MGARCH 模型及其在金融领域的主要应用进行了详细讨论。

一、MGARCH 模型的基本框架

考虑一个 $N \times 1$ 维的向量随机过程 $\{y_t\}$ ，

$$y_t = \mu_t(\theta) + \varepsilon_t \quad (10)$$

其中， $\mu_t(\theta)$ 为条件均值向量， θ 代表有限个数的参数向量。

$$\varepsilon_t = H_t^{1/2}(\theta)z_t \quad (11)$$

其中， $H_t^{1/2}(\theta)$ 为 $N \times N$ 维的正定矩阵。而且，通常假定 $N \times 1$ 维的随机向量 z_t 为独立同分布，其一阶矩和二阶矩分别为：

$$E(z_t) = 0, \quad \text{Var}(z_t) = I_N$$

其中 I_N 为 N 阶的单位矩阵。我们可以很容易地计算出 y_t 的条件方差矩阵为

H_t ^⑥：

$$\begin{aligned} \text{Var}(y_t | I_{t-1}) &= \text{Var}_{t-1}(y_t) = \text{Var}_{t-1}(\varepsilon_t) \\ &= H_t^{1/2} \text{Var}_{t-1}(z_t) (H_t^{1/2})' \\ &= H_t \end{aligned}$$

其中， I_{t-1} 为 $t-1$ 时刻的信息集^⑦。因此， $H_t^{1/2}$ 为任意能够使 H_t 为 y_t 的条件方差矩阵的 $N \times N$ 正定矩阵（例如， $H_t^{1/2}$ 是一个由 H_t 的 Cholesky 因子分解得到的矩

^⑥ 为了方便起见，在这里我们省略掉参数向量 θ 。

^⑦ 这意味着 $\mu_t = E(y_t | I_{t-1}) = E_{t-1}(y_t)$ 。

阵)。 H_t 和 μ_t 都取决于未知的参数 θ 。

二、VECH 模型

Bollerslev、Engle & Wooldridge (1988) 提出了 H_t 的一般形式，这就是一般的 VECH 多元 GARCH 模型。在一般的 VECH 模型中， H_t 的每个元素由残差平方的滞后项和 H_t 的滞后项与残差项的交叉乘积的线性函数给定。

VECH(p, q) 模型可以定义为：

$$h_t = c + \sum_{j=1}^q A_j \eta_{t-j} + \sum_{j=1}^p G_j h_{t-j} \quad (12)$$

$$h_t = \text{vech}(H_t)$$

$$\eta_t = \text{vech}(\varepsilon_t \varepsilon_t')$$

其中， $\text{vech}(\cdot)$ 算子是将矩阵的下三角部分按列堆积，从而将一个 $N \times N$ 矩阵变成一个 $\frac{N(N+1)}{2} \times 1$ 的矩阵，即：

$\text{vech}(H_t) = (h_{11t}, h_{21t}, h_{22t}, h_{31t}, h_{32t}, h_{33t})'$ ； A_j 和 G_j 为 $\frac{N(N+1)}{2}$ 阶的参数方阵； c 为 $\frac{N(N+1)}{2} \times 1$ 的参数向量。

当 $p=1, q=1$ 时，双变量的 VECH(1,1) 模型可以表示为：

$$h_t = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{12,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix}$$

我们注意到这个模型是相当一般化的。例如，第一个条件方差是其自身滞后值的函数，但它也是第二个序列以及条件协方差的滞后值的函数。

VECH(p, q) 模型的一个最大缺陷在于它需要估计的参数太多。即使在最简单的 VECH(1,1) 模型中，也有 21 个需要估计的参数（包括常数项在内）。当阶数高于 1 时，需要估计的参数个数会呈几何级数的增加。

三、Diagonal-VECH 模型

为了克服VECH模型中需要估计的参数个数太多的问题，学者们提出了一些简化的假定。Bollerslev、Engle & Wooldridge (1988) 提出了Diagonal-VECH模型。在该模型中， A_j 和 G_j 被假定为对角矩阵，即 h_{ijt} 只取决于它自身的过去值和 $\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt}$ 的过去值。也就是说，方差只取决于其过去值以及残差平方的过去值，协方差只取决于其过去值以及残差项的过去值的交叉乘积。

对于 $p=1, q=1$ 时，双变量的Diagonal-VECH可以表示为：

$$h_t = \begin{bmatrix} h_{11t} \\ h_{12t} \\ h_{22t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{11} & 0 & 0 \\ 0 & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{12,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix}$$

在这种限制性的假设下，需要估计的参数个数大为减少，对于Diagonal-VECH(1,1)模型，现在只需要估计9个参数。

通过将Diagonal-VECH模型按照Hadamard乘积[®]（用 \oplus 表示）来表示，可以很容易地得到确保Diagonal-VECH模型中的条件方差矩阵为正定的参数的充分必要条件。定义 A_j^\diamond 和 G_j^\diamond 为对称的 $N \times N$ 矩阵，那么Diagonal-VECH模型可以重新表示为：

$$H_t = C^\diamond + \sum_{j=1}^q A_j^\diamond \oplus (\varepsilon_{t-j}\varepsilon'_{t-j}) + \sum_{j=1}^p G_j^\diamond \oplus H_{t-j} \quad (13)$$

其中，对于 $j=1, L, q$ ， A_j^\diamond 由关系 $A_j = \text{diag}[\text{vech}(A_j^\diamond)]$ 给定；对于 $j=1, L, p$ ， G_j^\diamond 由关系 $G_j = \text{diag}[\text{vech}(G_j^\diamond)]$ 给定； C^\diamond 由关系 $c = \text{vech}(C^\diamond)$ 给定。

很容易证明如果 C^\diamond 、 A_j^\diamond 和 G_j^\diamond 以及初始的方差矩阵（ $H_i, i=0, -1, L, 1-p$ ）都是半正定矩阵的话，那么 H_t 对于所有的 t 都为半正定矩阵（见Attanasio, 1991）。而且，通过Cholesky分解，这些条件可以很容易地加于等式(10)中的参数矩阵。

[®] 如果 $A = (a_{ij})$ 、 $B = (b_{ij})$ 都是 $m \times n$ 的矩阵，那么 $A \oplus B$ 为包含对应元素乘积 $(a_{ij}b_{ij})$ 的 $m \times n$ 矩阵。

四、BEKK 模型

在上述的 *VECH* 模型中, 如果没有对参数加上很强的限制, 那么将很难保证 H_t 的正定性。为此, Engle & Kroner (1995) 对 H_t 提出了新的参数化方式, 以便能保证其正定性, 这就是 *BEKK* 模型(四个大写字母来自于 Baba、Engle、Kraft 和 Kroner 对于此多元变量 GARCH 模型的共同工作)。

BEKK(p, q, K) 模型定义为:

$$H_t = C^* C^{*\prime} + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^q A_{jk}^* \varepsilon_{t-j} \varepsilon_{t-j}' A_{jk}^{*\prime} + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^p G_{jk}^{*\prime} H_{t-j} G_{jk}^* \quad (14)$$

其中, A_{jk}^* 和 G_{jk}^* 为 $N \times N$ 的矩阵, 而 C^* 为上三角矩阵。

在 *BEKK*(p, q, K) 模型中, 加总限制 K 决定了过程的一般性。当 $p = q = K = 1$ 时, *BEKK*(1,1,1) 模型可以简化为:

$$H_t = C^* C^{*\prime} + A_{11}^{*\prime} \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' A_{11}^* + G_{11}^{*\prime} H_{t-1} G_{11}^* \quad (15)$$

对于双变量的情形, 可以具体写为:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} h_{11t} & h_{12t} \\ h_{12t} & h_{22t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c_{11}^* & 0 \\ c_{21}^* & c_{22}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11}^* & c_{21}^* \\ 0 & c_{22}^* \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} a_{11}^* & a_{12}^* \\ a_{21}^* & a_{22}^* \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1} \varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11}^* & a_{12}^* \\ a_{21}^* & a_{22}^* \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} g_{11}^* & g_{12}^* \\ g_{21}^* & g_{22}^* \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{12,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{11}^* & g_{12}^* \\ g_{21}^* & g_{22}^* \end{bmatrix} \end{aligned}$$

在该模型中, 与 *VECH*(1,1) 模型需要估计 21 个参数相比, 需要估计的参数个数为 11 个。那么, *BEKK* 模型与 *VECH* 模型有什么关系呢? Engle & Kroner (1995) 证明了 *BEKK* 模型为 *VECH* 模型的一个特例。然而, *BEKK* 模型需要估计的参数个数却大为减少。

第二节 多元变量 GARCH 模型的估计方法

一、多元变量 GARCH 模型的一般估计方法

对于上述的 MGARCH 模型，既然 $H_t(\theta)$ 在 $t-1$ 时刻是已知的，那么对于 r 维的参数向量 $\zeta = (\theta'\eta)'$ ，我们很容易写出其释然函数。其中， η 是包含 z_t 的分布的参数的向量。

因此，我们可以利用极大释然估计 (Maximum Likelihood Estimation, MLE) 对上述 MGARCH 模型的参数进行估计。在这种情形下，我们还必须对冲击过程 z_t 假定一个密度函数，表示为 $g(z_t; \eta)$ ，其中， η 为密度函数 $g(\cdot)$ 的参数。那么，现在需要解决的问题就是对于 T 个观察值，关于参数向量 (θ, η) ，最大化样本的对数释然函数 $L_T(\theta, \eta)$ 。其中

$$L_T(\theta, \eta) = \sum_{t=1}^T \log f(y_t | \theta, \eta, I_{t-1}) \quad (16)$$

$$f(y_t | \theta, \eta, I_{t-1}) = |H_t|^{-1/2} g(H_t^{-1/2}(y_t - \mu_t) | \eta) \quad (17)$$

通常，假定 z_t 为 *i.i.d.* (独立同分布)， $E(z_t) = 0$ ， $\text{Var}(z_t) = I_N$ (例如，具有零均值和单位方差矩阵的多元变量正态随机向量)。在这些假设下，样本的对数释然函数可以表示为：

$$L_T(\theta) = -\frac{TN}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |H_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (y_t - \mu_t)' H_t^{-1} (y_t - \mu_t) \quad (18)$$

在条件均值和条件方差是正确设定的前提下，如果正态分布的假设可以通过的话，那么 Gaussian QML estimator 是一致的事实被证明是正确的 (见 Bollerslev & Wooldridge(1992) 对于单变量 GARCH 模型的证明)。在这个方面，Jeantheau(1998) 证明多元变量 GARCH 模型的 Gaussian QML estimator 具有很强的一致性。

二、多元变量 GARCH 模型的一种简化估计方法

从以上对几种 MGARCH 模型的介绍中可以看出，MGARCH 模型在实际运用

中会存在以下一些问题：（1）MGARCH 模型（包括 *VECH* 模型和 *BEKK* 模型）在计算上往往会很麻烦，因为需要同时估计大量的参数；（2）由于 MGARCH 模型需要同时估计大量的参数，当释然函数并非为凹函数时，可能出现极大释然函数为局部最优（local maximum）而非全局最优（global maximum）的情况；（3）与单变量 GARCH 模型相比，运用多元变量 GARCH 模型很难构造对协方差矩阵的多期预测；（4）由于 MGARCH 模型计算的复杂性，很难将多元变量 GARCH 模型扩展到包括更复杂的动态结构，如波动率对收益冲击的非对称反应等情形。

为此，Harris, Stoja & Tucker（2004）提出了一种估计多元变量 GARCH 模型的简化方法，并证明这种简化方法的估计结果与 *VECH* 和 *BEKK* 等 MGARCH 模型的估计结果相比，至少一样好，甚至在一些情形中更加优于这些模型估计结果。

该简化方法的一个最大好处就是只需要估计单变量的 GARCH 模型，因此与上述 MGARCH 模型的估计方法相比更加直接和简便。接下来我们以两个变量的情形为例，对这一简化方法进行简要的概述。

考虑两种资产 i 和 j ，它们的每期超额收益率定义为：

$$\varepsilon_{i,t} = r_{i,t} - \mu_{i,t}$$

$$\varepsilon_{j,t} = r_{j,t} - \mu_{j,t}$$

其中， $r_{i,t}$ 和 $r_{j,t}$ 分别为资产 i 和 j 在第 t 期的实际收益率； $\mu_{i,t}$ 和 $\mu_{j,t}$ 分别为资产 i 和 j 在第 t 期的条件平均收益率。

在 $t-1$ 时刻的信息集 I_{t-1} 给定的情况下，资产 i 和 j 的条件方差及它们之间的条件协方差可以分别表示为：

$$\sigma_{i,t}^2 = \text{var}(\varepsilon_{i,t} | I_{t-1})$$

$$\sigma_{j,t}^2 = \text{var}(\varepsilon_{j,t} | I_{t-1})$$

$$\sigma_{ij,t} = \text{cov}(\varepsilon_{i,t}, \varepsilon_{j,t} | I_{t-1})$$

其中， $\sigma_{i,t}^2$ 为资产 i 在时刻 t 的条件方差； $\sigma_{j,t}^2$ 为资产 j 在时刻 t 的条件方差； $\sigma_{ij,t}$ 为资产 i 和 j 在时刻 t 的条件协方差。

这一 MGARCH 模型的简化估计方法为, 首先利用单变量 GARCH 模型分别估计资产 i 和 j 的条件方差 $\sigma_{i,t}^2$ 和 $\sigma_{j,t}^2$, 然后利用资产 i 和 j 的残差序列构造新的两个残差序列 $\varepsilon_{+,t}$ 和 $\varepsilon_{-,t}$:

$$\varepsilon_{+,t} = \varepsilon_{i,t} + \varepsilon_{j,t}$$

$$\varepsilon_{-,t} = \varepsilon_{i,t} - \varepsilon_{j,t}$$

接下来再用单变量 GARCH 模型估计新的残差序列 $\varepsilon_{+,t}$ 和 $\varepsilon_{-,t}$ 的条件方差 $\sigma_{+,t}^2$ 和 $\sigma_{-,t}^2$:

$$\sigma_{+,t}^2 = \text{var}(\varepsilon_{+,t} | I_{t-1})$$

$$\sigma_{-,t}^2 = \text{var}(\varepsilon_{-,t} | I_{t-1})$$

因为根据新的残差序列 $\varepsilon_{+,t}$ 和 $\varepsilon_{-,t}$ 的构造方式, 有:

$$\sigma_{+,t}^2 = \sigma_{i,t}^2 + \sigma_{j,t}^2 + 2\sigma_{ij,t} \quad (19)$$

$$\sigma_{-,t}^2 = \sigma_{i,t}^2 + \sigma_{j,t}^2 - 2\sigma_{ij,t} \quad (20)$$

联立等式 (19) 和 (20), 便可以获得资产 i 和 j 的条件协方差 $\sigma_{ij,t}$:

$$\sigma_{ij,t} = \frac{1}{4}(\sigma_{+,t}^2 - \sigma_{-,t}^2) \quad (21)$$

可见, 在该简化方法中, $\sigma_{ij,t}$ 由 $\sigma_{+,t}^2$ 和 $\sigma_{-,t}^2$ 共同决定, 而它们都是 $\varepsilon_{+,t-1}^2$ 和 $\varepsilon_{-,t-1}^2$ 的函数。从 $\varepsilon_{+,t-1}^2$ 和 $\varepsilon_{-,t-1}^2$ 的定义中可以看出, $\sigma_{ij,t}$ 是 $\varepsilon_{i,t-1}^2$ 、 $\varepsilon_{j,t-1}^2$ 和 $\varepsilon_{i,t-1}\varepsilon_{j,t-1}$ 的函数。因此该简化方法的设定允许对 $\varepsilon_{i,t}$ 和 $\varepsilon_{j,t}$ 的方差冲击影响它们将来的协方差以及它们各自的方差, 由此我们可以获得资产 i 和 j 收益之间的动态相关系数。

而且, 该多元 GARCH 模型的简化估计方法只需要估计单变量 GARCH 模型, 因此比上述的 MGARCH 模型 (包括 *VECH* 和 *BEKK*) 更加容易估计。因为该简化方法需要估计的参数个数与 *VECH* 和 *BEKK* 模型相比更少, 因此在估计过程中, 极大释然函数能够更加正确且迅速地收敛, 而且不需要对模型的参数代入不同的初始值进行试验。此外, 该简化方法可以将资产收益率的均值和波动率拓展到包

含更加复杂的动态结构模型的情形，例如更加一般的 $ARMA(p, q)$ — $GARCH(m, n)$ 模型，以及包含波动率对收益率冲击的非对称反应的模型，如 EGARCH 等。

第三节 基于多元变量 GARCH 模型的资产收益相关性实证分析

一、数据和样本的选择

在本节，我们利用多元变量 GARCH 模型对资产收益的相关性进行实证分析。同上一章相同，我们在这里所研究的资产收益之间的相关性也主要是指股票和债券收益之间的相关性。在实证研究的过程中，我们采用的数据同上一章对股票和债券收益已实现的相关性进行检验的数据基本相同，只是数据长度稍微长一点。数据全部来源于万得金融资讯数据库。其中股票指数的数据采用的是中信综合指数，债券指数的数据采用的是中信国债指数。数据为从 2000 年 1 月 4 日到 2006 年 1 月 17 日的每日收盘价格。扣除掉节假日没有进行交易的天数之外，总共有 1454 个样本数据。在实证分析中，我们采用的收益率为对数收益率。其计算方式为：

$$\text{当天的对数收益率} = \ln(\text{当天的指数收盘价} / \text{前一天的指数收盘价})$$

对于股票和债券收益率的描述性统计特征，见表 6。

表 6 股票和债券收益率的描述统计

| 资产类别 | 均值 | 标准差 | 最大值 | 最小值 | 偏度 | 峰度 | J-B 检验 |
|------|---------|--------|--------|---------|---------|---------|------------|
| 股票 | -0.0101 | 0.6022 | 4.0275 | -2.9385 | 0.6580 | 8.5115 | 1943.9080 |
| 债券 | 0.0072 | 0.0708 | 0.8236 | -0.8236 | -1.0840 | 39.3391 | 80231.8400 |

表中的值为对数收益率×100。

从表 6 中可以看出，我国股票和债券的每日对数收益率的分布呈现出明显的尖峰厚尾特征，其中债券收益率的尖峰厚尾特征更加明显（债券收益率的峰度值远远大于正态分布的峰度值 3）。这表明同许多发达国家证券市场收益率的特征相类似，我国证券市场的收益率也不服从正态分布。图 2 和图 3 显示了我国股票和债券每日对数收益率的时序图。

图 2 我国股票指数每日对数收益率时序图

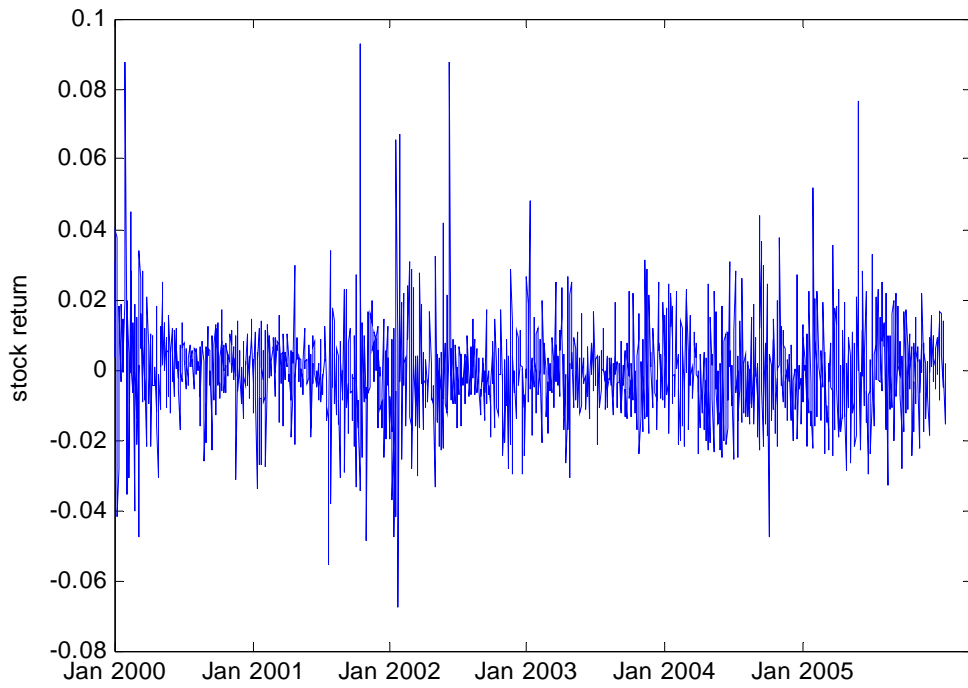
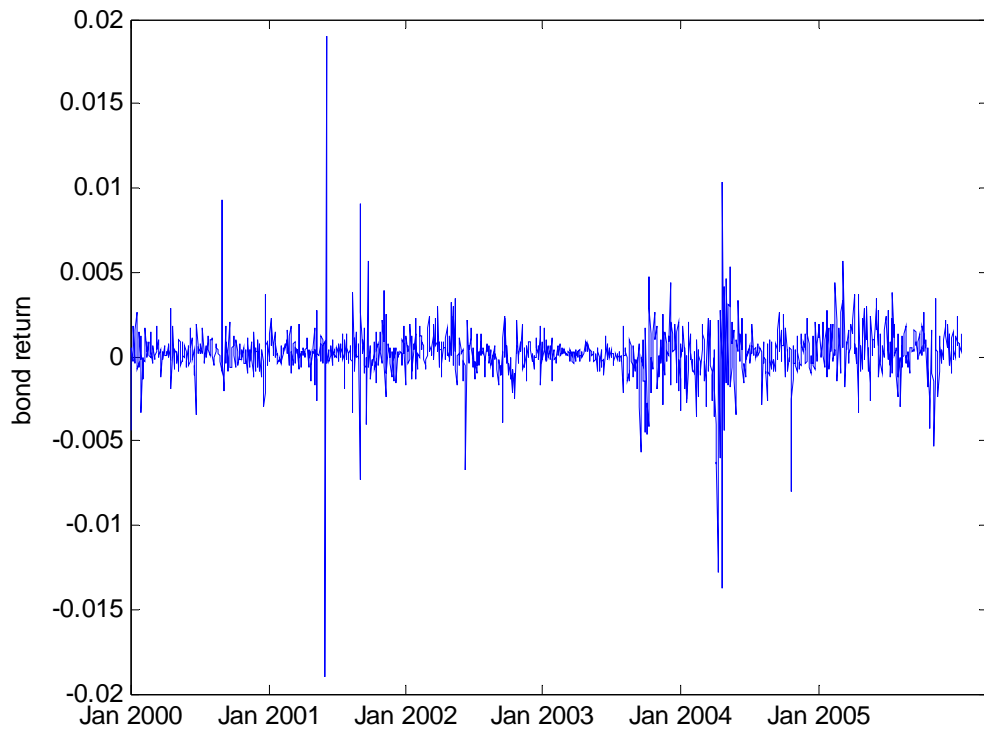


图 3 我国债券指数每日对数收益率时序图



从图 2 和图 3 中可以看出,我国股票和债券的收益率呈现出明显的波动聚集性特征,其中股票收益率的这种特征更为明显。这意味着我们可以通过利用 GARCH 模型来刻画这种特征。

二、对股票和债券收益率的序列相关检验

同上一章中对股票和债券收益已实现相关性时间序列进行的序列相关检验方法相同,在这里我们也利用 Box & Pierce (1970) 以及 Ljung & Box (1978) 的方法,分别对股票和债券收益率进行序列相关检验。检验的原假设为不存在序列相关。检验结果见表 7。

表 7 对股票和债券收益率的序列相关检验结果

| A 栏: 股票收益率序列相关检验 | | | |
|------------------|------------|---------|--------------|
| 滞后阶数 | 相伴概率 (P 值) | Q 统计量 | 1%显著性水平下的临界值 |
| 1 | 0.2043 | 1.6116 | 6.6349 |
| 2 | 0.4348 | 1.6659 | 9.2103 |
| 3 | 0.5262 | 2.2291 | 11.3449 |
| 4 | 0.6937 | 2.2293 | 13.2767 |
| 5 | 0.5963 | 3.6806 | 15.0863 |
| 6 | 0.7176 | 3.6972 | 16.8119 |
| 7 | 0.7061 | 4.6210 | 18.4753 |
| 8 | 0.7610 | 4.9681 | 20.0902 |
| 9 | 0.8357 | 4.9836 | 21.6660 |
| 10 | 0.8477 | 5.5999 | 23.2093 |
| 12 | 0.8691 | 6.8220 | 26.2170 |
| 16 | 0.9622 | 7.5079 | 31.9999 |
| 20 | 0.8813 | 12.9070 | 37.5662 |
| 24 | 0.4985 | 23.3628 | 42.9798 |

| B 栏：债券收益率序列相关检验 | | | |
|-----------------|------------|---------|---------------|
| 滞后阶数 | 相伴概率 (P 值) | Q 统计量 | 10%显著性水平下的临界值 |
| 1 | 0.0905 | 2.8661 | 2.7055 |
| 2 | 0.0000 | 26.8402 | 4.6052 |
| 3 | 0.0000 | 41.9237 | 6.2514 |
| 4 | 0.0000 | 44.2112 | 7.7794 |
| 5 | 0.0000 | 53.9582 | 9.2364 |
| 6 | 0.0000 | 56.5410 | 10.6446 |
| 7 | 0.0000 | 77.2479 | 12.0170 |
| 8 | 0.0000 | 81.9396 | 13.3616 |
| 9 | 0.0000 | 84.2638 | 14.6837 |
| 10 | 0.0000 | 85.3353 | 15.9872 |
| 12 | 0.0000 | 86.3963 | 18.5493 |
| 16 | 0.0000 | 91.8722 | 23.5418 |
| 20 | 0.0000 | 95.5216 | 28.4120 |
| 24 | 0.0000 | 97.3155 | 33.1962 |

从表 7 中 A 栏对股票收益率进行的序列相关检验结果可以看出，在 1% 的显著性水平下，各滞后阶数的 Q 统计量都小于对应的临界值，而且对应各阶的 P 值都比较大，这表明我们不能拒绝原假设，从而意味着股票收益率不存在序列相关。从表 7 中 B 栏对债券收益率进行的序列相关检验结果可以看出，即使在 10% 的显著性水平下，各滞后阶数的 Q 统计量都显著大于对应的临界值，且对应各阶的 P 值都为 0，这表明我们必须拒绝不存在序列相关的原假设，从而意味着债券收益率存在明显的序列相关性。

三、对股票和债券收益率的单位根检验

由于运用 GARCH 模型研究的前提是所研究的时间序列必须是平稳的时间序列，因此，本文首先对股票和债券收益率的时间序列分别进行单位根检验。同上一章中对股票和债券收益已实现的相关性时间序列进行单位根检验的方法相同，我们对股票和债券收益率的时间序列进行单位根检验时，也分别采用了 ADF (Augmented Dickey and Fuller) 检验和 PP (Phillips and Perron) 检验两种方法。在两种检验方法中，我们分别对股票和债券收益率的时间序列可能出现的只包含截

距项以及包含截距项和时间趋势项两种形式进行了检验。只包含截距项的检验形式为：

$$\nabla y_t = c + \gamma y_{t-1} + \xi_1 \nabla y_{t-1} + \xi_2 \nabla y_{t-2} + L \xi_{p-1} \nabla y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

包含截距项和时间趋势项的检验形式为：

$$\nabla y_t = c + \delta t + \gamma y_{t-1} + \xi_1 \nabla y_{t-1} + \xi_2 \nabla y_{t-2} + L \xi_{p-1} \nabla y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

因为 PP 检验不含高阶自回归项，因此在 PP 检验中，只包含截距项的检验形式为：

$$\nabla y_t = c + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$$

包含截距项和时间趋势项的检验形式为：

$$\nabla y_t = c + \delta t + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$$

检验的原假设为 $\gamma = 0$ ，即序列存在单位根。在确定滞后阶数时，对于 ADF 检验我们采用的是 SC 准则（Schwarz Criterion）；对于 PP 检验我们采用的是 Newey-West 估计。对于股票和债券收益率时间序列单位根的检验结果，见表 8。

表 8 股票和债券收益率时间序列的单位根检验结果

| A 栏：股票 | | | |
|----------|----------|-------------|----------|
| 包含截距项 | | 包含截距项和时间趋势项 | |
| ADF 检验 | PP 检验 | ADF 检验 | PP 检验 |
| -36.8951 | -36.8927 | -36.9242 | -36.9198 |
| B 栏：债券 | | | |
| 包含截距项 | | 包含截距项和时间趋势项 | |
| ADF 检验 | PP 检验 | ADF 检验 | PP 检验 |
| -18.0225 | -39.0907 | -18.0179 | -39.0819 |

ADF 检验中根据 SC 准则确定的最大滞后阶数为 23。在包含截距项的 ADF 检验和 PP 检验中，在 1% 的显著性水平下的临界值为 -3.4346；在包含截距项和时间趋势项的 ADF 检验和 PP 检验中，在 1% 的显著性水平下的临界值为 -3.9644。

从表 8 中可以看出，无论是股票收益率还是债券收益率的时间序列，在 1% 的显著性水平下，都拒绝了存在单位根的原假设，因此，股票和债券收益率为平稳的时间序列。

四、ARCH 效应检验

对于金融资产收益率的实证研究表明，金融资产收益率往往存在聚集性的特点，即在一次大的冲击之后，紧跟着另一次较大的冲击。Engle(1982)提出的 ARCH 模型能够很好地刻画金融资产收益率的这种特征，因此这种特征又被称为 ARCH 效应。存在 ARCH 效应是采用 ARCH 或 GARCH 模型来刻画金融资产收益率时间序列的前提条件。因此，我们需要对股票和债券收益率序列进行 ARCH 效应检验。

在对股票和债券收益率进行 ARCH 效应检验之前，我们先对股票和债券的平方收益率进行序列相关检验，检验的结果见表 9。

表 9 对股票和债券平方收益的序列相关检验结果

| A 栏：股票平方收益率序列相关检验 | | | |
|-------------------|------------|----------|--------------|
| 滞后阶数 | 相伴概率 (P 值) | Q 统计量 | 1%显著性水平下的临界值 |
| 1 | 0.0033 | 8.6378 | 6.6349 |
| 2 | 0.0000 | 27.6042 | 9.2103 |
| 3 | 0.0000 | 56.3661 | 11.3449 |
| 4 | 0.0000 | 61.7872 | 13.2767 |
| 5 | 0.0000 | 65.6531 | 15.0863 |
| 6 | 0.0000 | 71.3356 | 16.8119 |
| 7 | 0.0000 | 78.8111 | 18.4753 |
| 8 | 0.0000 | 89.4081 | 20.0902 |
| 9 | 0.0000 | 90.0242 | 21.6660 |
| 10 | 0.0000 | 98.6420 | 23.2093 |
| 12 | 0.0000 | 107.5913 | 26.2170 |
| 16 | 0.0000 | 117.7153 | 31.9999 |
| 20 | 0.0000 | 124.3010 | 37.5662 |
| 24 | 0.0000 | 134.0986 | 42.9798 |

B 栏：债券平方收益率序列相关检验

| 滞后阶数 | 相伴概率 (P 值) | Q 统计量 | 1%显著性水平下的临界值 |
|------|------------|----------|--------------|
| 1 | 0.0000 | 334.5905 | 6.6349 |
| 2 | 0.0000 | 340.0171 | 9.2103 |
| 3 | 0.0000 | 342.3989 | 11.3449 |
| 4 | 0.0000 | 342.7111 | 13.2767 |
| 5 | 0.0000 | 344.0027 | 15.0863 |
| 6 | 0.0000 | 344.4800 | 16.8119 |
| 7 | 0.0000 | 357.0006 | 18.4753 |
| 8 | 0.0000 | 377.9376 | 20.0902 |
| 9 | 0.0000 | 383.6773 | 21.6660 |
| 10 | 0.0000 | 385.5165 | 23.2093 |
| 12 | 0.0000 | 387.1198 | 26.2170 |
| 16 | 0.0000 | 389.8305 | 31.9999 |
| 20 | 0.0000 | 389.9344 | 37.5662 |
| 24 | 0.0000 | 390.1641 | 42.9798 |

从表 9 中可以看出，无论是股票还是债券的平方收益率，在 1% 的显著性水平下，都显著拒绝了平方收益率不存在序列相关的原假设。从这一点上，我们似乎可以推断出股票和债券收益率存在明显的 ARCH 效应。

接下来，我们对股票和债券的收益率进行 ARCH 效应检验。对于序列是否存在 ARCH 效应，最常用的方法是拉格朗日乘法，即 LM 检验。若模型的随机扰动项 $\varepsilon_t \sim ARCH(q)$ ，则可以建立辅助回归方程：

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + L + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2$$

检验序列是否存在 ARCH 效应，即检验上述式子中所有回归系数是否同时为 0。若所有回归系数同时为 0 的概率较大，则序列不存在 ARCH 效应；反之，若所有回归系数同时为 0 的概率很小，或至少有一个系数显著不为 0，则序列存在 ARCH 效应。

检验的原假设为 $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = L = \alpha_q = 0$ ，备择假设为 $H_1: \exists \alpha_i \neq 0 (1 \leq i \leq q)$ 。

检验的统计量为

$$LM = nR^2 \sim \chi^2(q)$$

其中， n 是计算辅助回归方程式时的样本数据个数， R^2 是辅助回归方程式的可决系数。给定显著性水平 α 和自由度 q ，如果 $LM > \chi^2_\alpha(q)$ ，则拒绝 H_0 ，认为序列存在 ARCH 效应；如果 $LM \leq \chi^2_\alpha(q)$ ，则不能拒绝 H_0 ，说明序列不存在 ARCH 效应。对股票和债券收益率的 ARCH 效应检验结果见表 10。

表 10 对股票和债券收益率的 ARCH 效应检验结果

| A 栏：股票收益率 ARCH 效应检验 | | | |
|---------------------|------------|---------|--------------|
| 滞后阶数 | 相伴概率 (P 值) | LM 统计量 | 1%显著性水平下的临界值 |
| 1 | 0.0033 | 8.6272 | 6.6349 |
| 2 | 0.0000 | 25.8024 | 9.2103 |
| 3 | 0.0000 | 48.1835 | 11.3449 |
| 4 | 0.0000 | 48.6493 | 13.2767 |
| 5 | 0.0000 | 48.9283 | 15.0863 |
| 6 | 0.0000 | 47.7370 | 16.8119 |
| 7 | 0.0000 | 50.4179 | 18.4753 |
| 8 | 0.0000 | 56.4014 | 20.0902 |
| 9 | 0.0000 | 57.0912 | 21.6660 |
| 10 | 0.0000 | 59.9231 | 23.2093 |
| 12 | 0.0000 | 62.5205 | 26.2170 |
| 16 | 0.0000 | 64.1277 | 31.9999 |
| 20 | 0.0000 | 76.9458 | 37.5662 |
| 24 | 0.0000 | 79.2582 | 42.9798 |

| B 栏：债券收益率 ARCH 效应检验 | | | |
|---------------------|------------|----------|--------------|
| 滞后阶数 | 相伴概率 (P 值) | LM 统计量 | 1%显著性水平下的临界值 |
| 1 | 0.0000 | 333.9582 | 6.6349 |
| 2 | 0.0000 | 387.8938 | 9.2103 |
| 3 | 0.0000 | 411.5645 | 11.3449 |
| 4 | 0.0000 | 419.5134 | 13.2767 |
| 5 | 0.0000 | 427.5813 | 15.0863 |
| 6 | 0.0000 | 430.5133 | 16.8119 |
| 7 | 0.0000 | 456.9367 | 18.4753 |
| 8 | 0.0000 | 457.0999 | 20.0902 |
| 9 | 0.0000 | 458.0313 | 21.6660 |
| 10 | 0.0000 | 457.8088 | 23.2093 |
| 12 | 0.0000 | 457.5548 | 26.2170 |
| 16 | 0.0000 | 456.6957 | 31.9999 |
| 20 | 0.0000 | 455.6995 | 37.5662 |
| 24 | 0.0000 | 454.7586 | 42.9798 |

从表 10 中的检验结果可以看出，在 1% 的显著性水平下，各滞后阶数的 LM 统计量都远远大于对应的临界值，且接受原假设的概率几乎都为 0，因此，我们应该拒绝股票和债券收益率不存在 ARCH 效应的原假设。股票和债券收益率存在明显的 ARCH 效应表明，我们可以采用 GARCH 模型来刻画股票和债券收益率的这种特征。

五、实证中采用的 BEKK 模型及其估计结果

接下来，我们采用 BEKK 模型来刻画股票和债券收益之间相关性的动态特征。首先，我们简要地对实证中采用的模型加以说明。对于条件均值模型，我们采用了最简单的均值加残差的模型；而对于条件方差模型，由于众多的实证研究结果表明，GARCH (1, 1) 模型就可以很好地刻画金融资产收益率的特征，因此我们

采用了最为简洁的 GARCH (1, 1) 模型。我们采用的模型可以表示为:

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (22)$$

$$H_t = \omega\omega' + \alpha\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}' + \beta H_{t-1}\beta' \quad (23)$$

其中, y_t 为 2×1 的收益率矩阵; μ_t 为 2×1 的收益率均值矩阵; ε_t 为 2×1 的残差矩阵, 且 $\varepsilon_t \sim N(0, H_t)$; H_t 为 2×2 的方差-协方差矩阵; ω 为 2×2 的下三角矩阵; α 和 β 为 2×2 的对角矩阵。为了便于观察, 我们可以将上述方程展开为矩阵的形式:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mu_{1t} \\ \mu_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{12,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 \\ \omega_2 & \omega_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 \\ 0 & \omega_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix}' \\ &+ \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 \\ 0 & \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{12,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 \\ 0 & \beta_2 \end{bmatrix}' \end{aligned}$$

其中, y_{1t} 代表股票的收益率序列; y_{2t} 代表债券的收益率序列。因此, 在实证中我们采用的实际上是对角的 BEKK 模型, 它的优点是需要估计的参数较少 (在这里我们只需要估计 7 个参数), 而且能够保证 H_t 的正定性。估计的结果见表 11。

从表 11 中可以看出, α_1 、 α_2 、 β_1 和 β_2 都很显著, 这表明股票和债券收益率的方差都明显受到各自方差的滞后值和残差滞后值的影响; 股票和债券收益的协方差则受到它们之间协方差的滞后值和残差交叉乘积滞后值的影响。所估计模型的对数释然值相当大, 这表明模型是比较可靠的。利用双变量 GARCH 模型的这一估计结果, 我们可以获得股票和债券的动态相关性。其计算公式为:

$$\rho_{12,t} = \frac{Cov_{t-1}(y_{1,t}, y_{2,t})}{\sqrt{Var_{t-1}(y_{1,t})Var_{t-1}(y_{2,t})}} \quad (24)$$

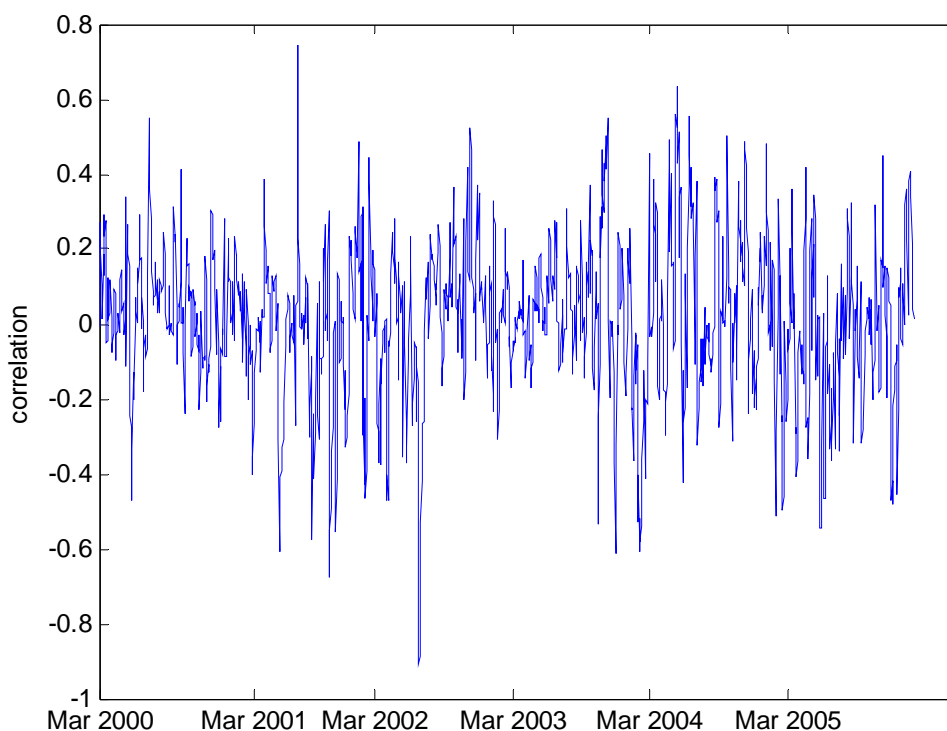
其中, y_{1t} 代表股票的收益率序列; y_{2t} 代表债券的收益率序列。

表 11 股票和债券收益相关性双变量 GARCH 模型估计结果

| 参数 | 参数的估计值 | t 统计值 |
|------------|------------|---------|
| μ_1 | -0.0001 | -0.3749 |
| μ_2 | 0.0003 | 9.3976 |
| ω_1 | 0.0029 | 9.8088 |
| ω_2 | 1.09E-05 | 0.2183 |
| ω_3 | 0.0006 | 62.0316 |
| α_1 | 0.3506 | 19.3245 |
| α_2 | 0.6606 | 26.0833 |
| β_1 | 0.9161 | 94.2596 |
| β_2 | 0.7141 | 73.8317 |
| 对数释然值 | 11628.1200 | |

图 4 显示了股票和债券收益相关性的动态图。从图 4 中可以看出，利用股票和债券指数的每日对数收益率估计出来的我国股票和债券的相关性存在很大的波动性。股票和债券收益的相关性主要集中在-0.4 到+0.4 的范围之间，这同上一章中用股票和债券的日收益率构造出了股票和债券收益已实现的相关性大致相同。两者最高时的相关性接近 0.8，而两者最低的相关性则低于-0.8。这表明，对于同时持有股票和债券的投资者而言，必须对股票和债券的相关性引起足够的重视。因为这会对由股票和债券组成的资产组合的风险造成相当大的影响。

图 4 股票和债券收益相关性动态图



六、MGARCH 模型的简化估计方法的估计结果

根据简化的 MGARCH 模型的估计方法，我们首先分别估计单变量的 GARCH 模型。因此，我们首先利用 GARCH (1, 1) 模型分别对股票和债券收益率进行估计。我们采用的 GARCH (1, 1) 模型可以表示为：

$$y_{it} = c_{it} + \varepsilon_{it}$$

$$\sigma_{it}^2 = \kappa_{it} + \alpha\sigma_{it-1}^2 + \beta\varepsilon_{it-1}^2$$

其中， $i = s, b$ 。对于股票和债券收益率的 GARCH (1, 1) 模型的估计结果，见表 12。

表 12 股票和债券收益率的单变量 GARCH 模型估计结果

| A 栏：股票收益率的 GARCH 模型估计结果 | | |
|-------------------------|----------|---------|
| 参数 | 参数的估计值 | t 统计值 |
| c_s | -0.0002 | -0.6704 |
| κ_s | 7.33e-06 | 5.3371 |
| α_s | 0.8257 | 47.7021 |
| β_s | 0.1458 | 9.3960 |
| B 栏：债券收益率的 GARCH 模型估计结果 | | |
| 参数 | 参数的估计值 | t 统计值 |
| c_b | 0.0003 | 9.1579 |
| κ_b | 3.97e-07 | 30.6096 |
| α_b | 0.5027 | 34.5866 |
| β_b | 0.4500 | 13.2763 |

接下来，我们利用对股票和债券收益率的单变量 GARCH (1, 1) 模型的残差序列，分别构造两个新的残差序列：

$$\varepsilon_{+,t} = \varepsilon_{s,t} + \varepsilon_{b,t} \quad (25)$$

$$\varepsilon_{-,t} = \varepsilon_{s,t} - \varepsilon_{b,t} \quad (26)$$

其中， $\varepsilon_{s,t}$ 为股票收益率的 GARCH (1, 1) 模型估计的残差序列； $\varepsilon_{b,t}$ 为债券收益率的 GARCH(1, 1) 模型估计的残差序列。然后，我们再次利用单变量 GARCH 模型对两个新的残差序列 $\varepsilon_{+,t}$ 和 $\varepsilon_{-,t}$ 分别进行估计，从而得到新的残差序列 $\varepsilon_{+,t}$ 和 $\varepsilon_{-,t}$ 的条件方差 $\sigma_{+,t}^2$ 和 $\sigma_{-,t}^2$ 。因为根据我们对新的残差序列的构造方法，从等式 (25) 和 (26) 中，我们知道对于新的残差序列的条件方差 $\sigma_{+,t}^2$ 和 $\sigma_{-,t}^2$ ，有下列关系成立：

$$\sigma_{+,t}^2 = \sigma_{s,t}^2 + \sigma_{b,t}^2 + 2\sigma_{sb,t} \quad (27)$$

$$\sigma_{-,t}^2 = \sigma_{s,t}^2 + \sigma_{b,t}^2 - 2\sigma_{sb,t} \quad (28)$$

因此，联立等式 (27) 和 (28)，我们可以得到股票和债券收益率的条件协方差 $\sigma_{sb,t}$ ：

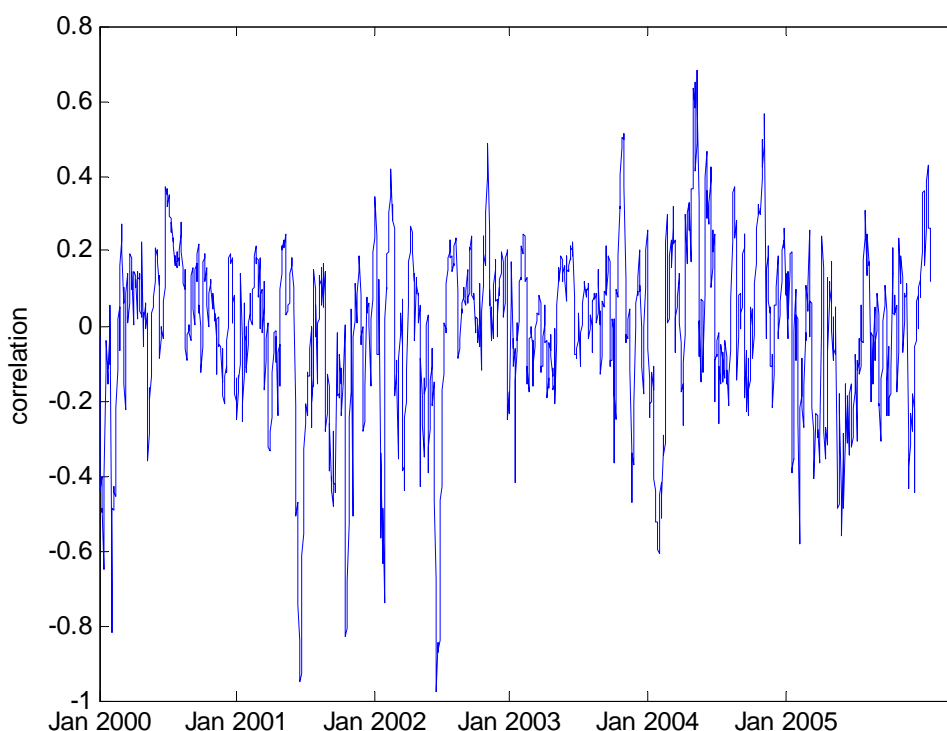
$$\sigma_{sb,t} = \frac{1}{4}(\sigma_{+,t}^2 - \sigma_{-,t}^2) \quad (29)$$

最后，利用股票和债券收益率之间的条件协方差，我们便可以得到股票和债券收益的动态相关性。其计算公式为：

$$\rho_{sb,t} = \frac{\sigma_{sb,t}}{\sigma_{s,t}\sigma_{b,t}} \quad (30)$$

其中， $\sigma_{s,t}$ 为股票收益率的条件波动率； $\sigma_{b,t}$ 为债券收益率的条件波动率。图 5 显示了利用这一简化方法获得的股票和债券收益相关性的动态图。

图 5 MGARCH 模型的简化估计方法获得的股票和债券收益相关性动态图



从图 5 中可以看出，利用简化的 MGARCH 模型的估计方法获得的我国股票和债券的相关性，同样存在很大的波动性。股票和债券收益的相关性主要集中在—

0.4 到+0.4 的范围之间，这同利用 *BEKK* 模型获得的股票和债券收益相关性的估计结果很接近，比较图 4 和图 5 我们可以发现，利用这两种方法获得的股票和债券收益相关性略有有所不同，利用简化的 *MGARCH* 模型的估计方法获得的我国股票和债券的相关性低于-0.8 的次数要多于利用 *BEKK* 模型获得的股票和债券收益相关性。但是从总体来看，这两种方法的估计结果还是非常接近的。然而，利用简化的 *MGARCH* 模型的估计方法有一个很大的好处就是它非常直观，而且估计非常简单。

第四章 结论及未来进一步的研究方向

资产收益之间的相关性对投资者的资产配置决策、风险管理等具有重要的影响。在利用马科维茨的资产组合理论来构造资产组合时，通常隐含着构成组合的各种资产收益之间的相关性为常数的假定。股票和债券对于普通投资者而言，是可供选择的两种最主要的投资资产种类。股票和债券之间较低的相关性意味着同时持有这两种资产的投资者可以从分散化投资中获得更多的好处。对于资产收益相关性的研究是近年来国际学术界的研究热点之一。但国内学者对此问题的研究才刚刚起步，本文算是一个尝试。本文的主要研究结论有：

1、利用我国股票和债券指数的每日收盘价格首先构造了股票和债券收益已实现月度相关性的时间序列，发现我国股票和债券收益之间的相关性并不为常数，而是时变的，为一个动态变化的过程。我们利用时间序列的研究方法对我国股票和债券收益已实现的月度相关性时间序列进行的研究结果表明，我国股票和债券收益相关性并不存在序列相关，而且也不存在单位根，是一个平稳的时间序列。我们对股票和债券收益已实现的月度相关性进行的线性趋势检验结果表明，从长期来看，我国股票和债券收益相关性并不满足线性趋势过程。

2、众多金融计量的实证研究表明，多元变量 GARCH 模型能够比较好地刻画多个资产之间的相互影响和相关关系。本文同时利用双变量 GARCH 模型中的 BEKK 模型以及一种简化的 MGARCH 模型的估计方法分别对我国股票和债券收益之间的相关性进行了估计，两种方法的估计结果很接近，估计结果表明，我国股票和债券收益之间的相关性存在很大的波动性，是一个动态的时变过程。我国股票和债券收益的相关性最高时接近 0.8，而最低时则低于 -0.8。这意味着对于同时持有股票和债券的投资者而言，应该对股票和债券收益之间的动态相关性引起足够的重视。

本文在获得上述结论的同时，也还存在着一些不足之处，主要有：

1、由于数据的局限，在研究中我们只选取了从 2000 年到 2005 年的数据，而没有对我国股票市场和债券市场在更长时期内的相关性进行研究。如果在研究中能够利用更长时间的数据，相信对于结论的可靠性和说服力的提高都会有比较大的帮助。

2、对于资产收益之间的相关性，除了具有时变性的特征之外，还具有非对称性的特征，然而本文只对我国股票和债券收益之间相关性的时变性特征进行了研究，没有考察我国股票和债券收益之间相关性的非对称性。

根据以上的分析，进一步的研究方向可以从以下几个方面进行：

1、进一步对我国股票和债券收益相关性的非对称性特征进行研究。

2、利用多元变量 GARCH 模型的估计结果，对投资者采用股票和债券收益的动态相关性来进行投资的策略和投资者采用静态相关性进行投资的策略进行比较，考察投资者能否利用股票和债券收益的动态相关性获得更高的投资收益。

[参考文献]

- [1] Anderson, 1984, *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, 2nd edition, John Wiley and Sons, Inc.
- [2] Anderson, T., T. Bollerslev, F. Diebold, and H. Ebens, 2001a, The Distribution of Realized Stock Return Volatility, *Journal of Financial Economics*, 61, 43-76.
- [3] Anderson, T., T. Bollerslev, F. Diebold, and P. Labys, 2001b, The Distribution of Exchange Rate Volatility, *Journal of the American Statistical Association*, 96,42-55.
- [4] Attanasio, O., 1991, Risk, Time-Varying Second Moments and Market Efficiency, *Review of Economic Studies*, 58, 479-494.
- [5] Barsky, R. B., 1989, Why Don't the Prices of Stocks and Bonds Move Together?, *American Economic Review*, 79, 1132-1145.
- [6] Bauwens, L., S. Laurent, and J. V. K. Rombouts, 2003, Multivariate GARCH models: A Survey, CORE discussion paper 2003/31, Universite catholique de Louvain.
- [7] Bera, A. K., and S. W. Kim, 1996, Testing Constancy of Conditional Correlation in Bivariate GARCH Model, Working Paper, Department of Economics, University of Illinois.
- [8] Bollerslev, T., 1986, Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- [9] Bollerslev, T., R. Chou, and K. Kroner, 1992, ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence, *Journal of Econometrics*, 52,5-59.
- [10] Bollerslev, T., R. Engle, and J. Wooldridge, 1988, A Capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances, *Journal of Political Economy*, 96, 116-131.
- [11] Bollerslev, T., and J. Wooldridge, 1992, Quasi-maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time-varying Covariances, *Econometric Reviews*, 11, 143-172.
- [12] Box, G. E. P., 1949, A General Distribution Theory for a Class of Likelihood Criteria, *Biometrika*, 36, 317-346.
- [13] Box, G., and G. Jenkins, 1970, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. Holden-Day, San Francisco.
- [14] Box, G. E. P., and D. Pierce, 1970, Distribution of Residual Autocorrelations in Autoregressive

- Integrated Moving Average Time Series Models, *Journal of the American Statistical Association*, 65, 1509-1526.
- [15] Campbell, J. Y., and J. Ammer, 1993, What Moves the Stock and Bond Markets? A Variance Decomposition for Long Term Asset Returns, *Journal of Finance*, 48, 3-37.
- [16] Connolly, R., C. Stivers, and L. Sun, 2005, Stock Market Uncertainty and the Stock-Bond Return Relation, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 40, 161-194.
- [17] Engle, R., 1982, Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, 50, 987-1007.
- [18] Engle, R., and F. Kroner, 1995, Multivariate Simultaneous Generalized ARCH, *Econometric Theory*, 11, 122-150.
- [19] Engle, R., and V. Ng, 1993, Measuring and Testing the Impact of News on Volatility, *Journal of Econometrics*, 45, 267-290.
- [20] Fleming J., C. Kirby, and B. Ostdiek, 2001, The Economic Value of Volatility Timing, *Journal of Finance*, 56, 329-352.
- [21] Forbes, K., and R. Rigobon, 2002, No Contagion, Only Interdependence: Measuring Stock Market Comovements, *Journal of Finance*, 57, 2223-2261.
- [22] Franses, P., and D. van Dijk, 2000, *Non-Linear Series Models in Empirical Finance*. Cambridge University Press.
- [23] French, K., G. W. Schwert, and R. Stambaugh, 1987, Expected Stock Returns and Volatility, *Journal of Financial Economics*, 19, 3-30.
- [24] Goetzman, W., L. Li, and K. Rouwenhorst, 2002, Long-Term Global Market Correlations, Working Paper, Yale ICF.
- [25] Grubel, H. G., 1968, Internationally Diversified Portfolios: Welfare Gains and Capital Flows, *American Economic Review*, 58, 1299-1314.
- [26] Grubel, H. G., and K. Fadner, 1971, The Interdependence of International Equity Markets, *Journal of Finance*, 26, 89-94.
- [27] Gulko, L., 2002, Decoupling, *Journal of Portfolio Management*, 28, 59-66.
- [28] Harris, R. D. F., E. Stoja, and J. Tucker, 2004, A Simplified Approach to Modeling the Comovement of Asset Returns, *University of Exeter Working Paper*.

- [29] Ilmanen, A., 2003, Understanding Stock-Bond Relations, *Schroder Salomons Smith Barney Research Article*.
- [30] Jeantheau, T., 1998, Strong Consistency of Estimators for Multivariate ARCH models, *Econometric Theory*, 14,70-86.
- [31] Jenrich, J. I., 1970, An Asymptotic Chi-square Test for the Equality of Two Correlation Matrices, *Journal of the American Statistical Association*, 65, 904-912.
- [32] Kaplanis, E. C., 1988, Stability and Forecasting of the Co-movement Measure of International Stock Market Return, *Journal of International Money and Finance*, 8, 63-75.
- [33] Kim, D., and S. Kon, 1994, Alternative Models of Conditional Heteroscedasticity of Stock Returns, *Journal of Business*, 67, 563-598.
- [34] Lessard, D. R., 1973, International Portfolio Diversification: Multivariate Analysis for a Group of Latin American Countries, *Journal of Finance*, 28, 619-633.
- [35] Lessard, D. R., 1976, World, Country and Industry Relationships in Equity Returns: Implications for Risk Reduction through International Diversification, *Financial Analysts Journal*, 32, 2-8.
- [36] Levy, H., and M. Sarnat, 1970, International Diversification of Investment Portfolios, *American Economic Review*, 668-675.
- [37] Longin, F., and B. Solnik, 1995, Is the Conditional Correlation in International Equity Returns Constant, *Journal of International Money and Finance*, 14, 3-26.
- [38] Ljung, G., and G. E. P. Box, 1978, On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models, *Biometrika*, 66, 67-72.
- [39] Pagan, A., 1996, The Econometrics of Financial Markets, *Journal of Empirical Finance*, 3, 15-102.
- [40] Pagan, A., and G. W. Schwert, 1990, Alternative Models for Conditional Stock Volatility, *Journal of Econometrics*, 45, 267-290.
- [41] Panton, D., V. Lessig, and O. Joy, 1976, Comovements of International Equity Markets: A Taxonomic Approach, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 11, 415-432.
- [42] Ragunathan V., and H. Mitchell, 1997, Modeling the Time Varying Correlation between National Stock Market Returns, *RMIT University Working Paper*.

- [43] Ripley, D., 1973, Systematic Elements in the Linkage of National Stock Market Indices, *Review of Economics and Statistics*, 55, 356-361.
- [44] Schwert, G., 1989, Why Does Stock Market Volatility Change over Time?, *Journal of Finance*, 44, 1115-1153.
- [45] Scruggs, J. T., and P. Glabadanidis, 2001, Risk Premia and the Dynamic Covariance Between Stock and Bond Returns, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, forthcoming.
- [46] Shiller, R. J., and A. E. Beltratti, 1992, Stock Prices and Bond Yields, *Journal of Monetary Economics*, 30, 25-46.
- [47] Solnik, B., 1974, Why not Diversify Internationally rather than Domestically?, *Financial Analysts Journal*, 30, 48-54.
- [48] Stivers, C., and L. Sun, 2002, Stock Market Uncertainty and Bond Returns: Evidence of Flight-to-Quality?, Working Paper, University of Georgia.
- [49] Tang, G., 1995, Intertemporal Stability in International Stock Market Relationships: A Revisit, *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 35, 579-593.
- [50] Theodossiou, P., E. Kahya, G. Koutmos, and A. Christofi, 1997, Volatility Reversion and Correlation Structure of Returns in Major International Stock Markets, *The Financial Review*, 32, 205-224.
- [51] Tsay, R. S., 2002, *Analysis of Financial Time Series: Financial Econometrics*. New York: Wiley.
- [52] Tsui, A. K., and Qiao Yu, 1999, Constant Conditional Correlation in a Bivariate GARCH Model: Evidence from the Stock Markets of China, *Mathematics and Computers in Simulation*, 48, 503-509.
- [53] Von Furstenberg, G. M., and B. N. Jeon, 1989, International Stock Prices Movements: Links and Messages, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, 125-179.
- [54] Wainscott, B., 1990, The Stock-Bond Correlation and Its Implications for Asset Allocation, *Financial Analysts Journal*, July-August, 55-60.
- [55] 陈守东, 陈雷, 刘艳武, 2003, 中国沪深股市收益率及波动性相关分析, [J], 金融研究, 第 7 期, 80—85.
- [56] 陈守东, 韩广哲, 荆伟, 2003, 主要股票市场指数与我国股票市场指数间的协整分析, [J], 数量经济技术经济研究, 第 5 期, 124—129.

- [57] 韩非, 肖辉, 2005, 中美股市间的联动性分析, [J], 金融研究, 第 11 期, 117—129.
- [58] 史代敏, 2002, 沪深股市股指波动的协整性研究, [J], 数量经济技术经济研究, 第 9 期, 103—129.
- [59] 赵留彦, 王一鸣, 2003, A、B 股之间的信息流动与波动溢出, [J], 金融研究, 第 10 期, 37—52.

附录 1 资产收益之间的相关性对资产组合风险的影响

我们已经知道，对于一个由 n 种资产构成的投资组合，其风险可以用下列公式来衡量：

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n X_i X_j \sigma_{ij}$$

其中， σ_p^2 为资产组合收益率的方差； X_i 为资产 i 在资产组合中所占比重； σ_i^2 为资产 i 的收益率的方差； σ_{ij} 为资产 i 和 j 收益率之间的协方差。

为了使论证简化，我们假设每种资产收益率的方差相同，均为 σ^2 ；每种资产在资产组合中的投资比例相同，均为 $1/n$ 。将这些假设条件代入上面的式子有：

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n X_i X_j \sigma_{ij} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{n^2} \sigma^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} \sigma_{ij} \\ &= n \cdot \frac{1}{n^2} \sigma^2 + n \cdot (n-1) \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \sigma_{ij} \\ &= \frac{1}{n} \sigma^2 + (1 - \frac{1}{n}) \sigma_{ij} \end{aligned}$$

又因为 $\sigma_{ij} = \rho \sigma_i \sigma_j$ ，所以上述式子可以进一步简化为：

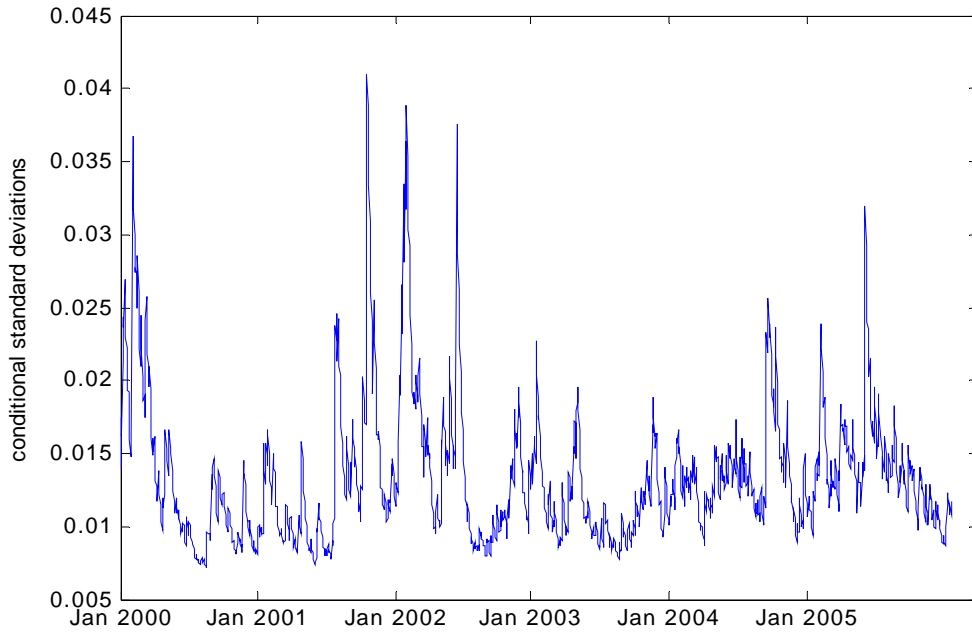
$$\begin{aligned} \frac{1}{n} \sigma^2 + (1 - \frac{1}{n}) \sigma_{ij} &= \frac{1}{n} \sigma^2 + (1 - \frac{1}{n}) \rho \sigma^2 \\ &= \left[\frac{1}{n} + (1 - \frac{1}{n}) \rho \right] \sigma^2 \end{aligned}$$

由此我们可以得到以下结论：

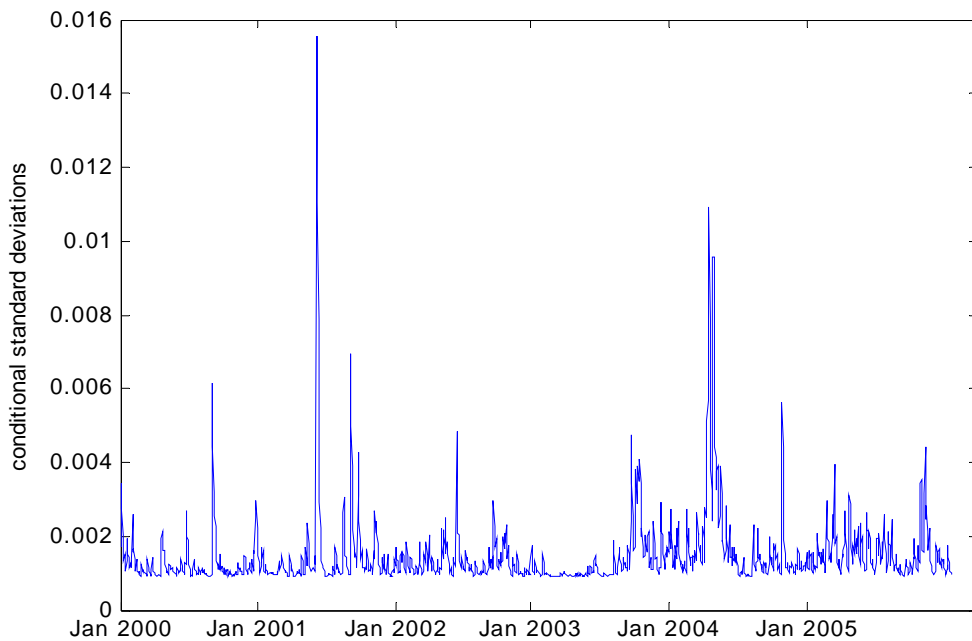
- 1、资产组合的风险随着资产组合中的资产数量的增加而减少；
- 2、资产组合中的资产收益之间的相关程度越低，越能分散风险。如果资产收益之间彼此都是完全负相关的，那么资产组合的风险可以降低到最低水平。

附录 2: 图表

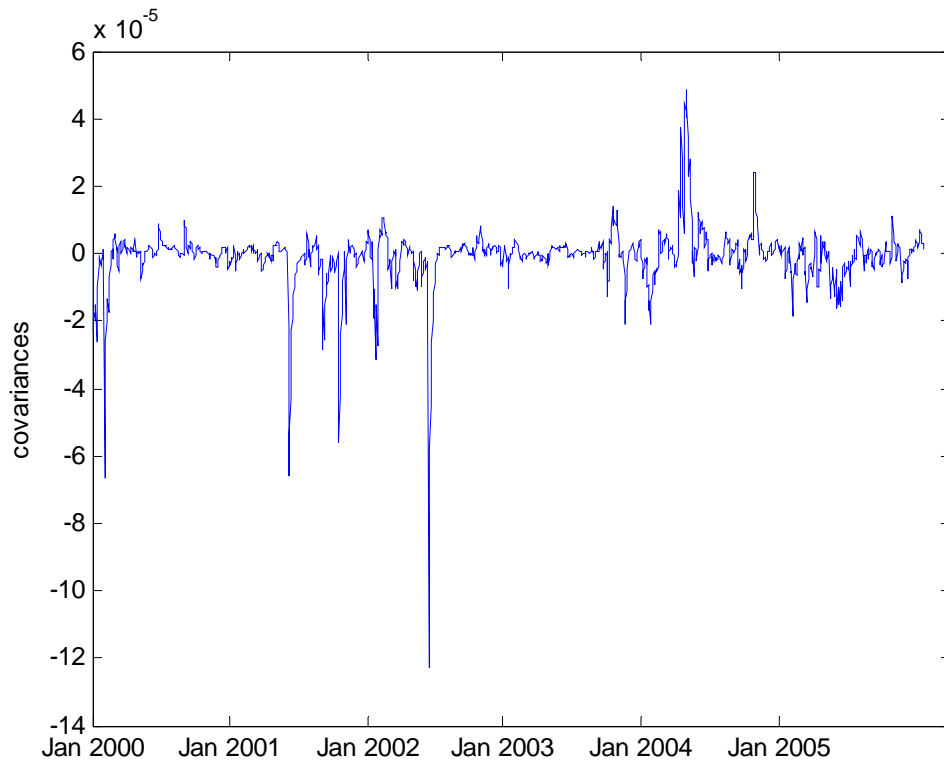
附图 1: GARCH (1, 1) 模型估计出的股票收益率的条件标准差



附图 2: GARCH (1, 1) 模型估计出的债券收益率的条件标准差



附图 3: MGARCH 模型的简化估计方法获得的股票和债券收益率的条件协方差



后 记

光阴似箭，岁月如梭，三年的研究生生活已接近尾声。回首这三年的时光，虽然有求学的艰辛，但也有挑战的乐趣。论文能够得以顺利完成，要感谢的人太多太多，是他们一直以来对我的关心和帮助，才让我能够不断前行。借此机会，我希望我能够对所有那些给予我关心和帮助的人表示最诚挚的谢意。

首先要衷心感谢我的导师郑振龙教授。能够成为郑老师的弟子，亲身体会郑老师的言传身教，我感到非常荣幸。郑老师渊博的学识、严谨的治学态度、刻苦钻研的精神和崇高的人格魅力是激励我不断进步的动力。郑老师不仅教给了我许多宝贵的知识，更在人生态度上给予我许多富有意义的启迪，让我一生都受益无穷。郑老师不仅在学习上给予我悉心的指导，在生活上也对我关怀备至，让我感受到在家的温暖。郑老师对我的关怀和帮助，我将永远铭记于心。

同时要深深感谢金融系的朱孟楠老师、魏巍贤老师、郑鸣老师、何孝星老师、林宝清老师、陈国进老师、陈善昂老师、黄华老师以及金融系其他未能提及的老师，他们在学习上给予我的指导和帮助，让我获益良多。

接下来要感谢我的各位师兄师姐们，他们是林海、陈蓉、康朝锋、陈惠玲、邱文华、陈淼鑫、王保合、郑泽星、黄兴李、冯玲、唐革榕、马喜德、俞琳、张睿、张蕾、秦洪远、包苏昱、刘晓曙、何凯浩和胡炜。他们榜样的力量，永远鞭策着我不断前进。他们在学习上对我的帮助和支持，让我更快的进步。

特别感谢康奈尔大学的周颖刚博士对论文写作提供的文献资料，以及胡炜和张蕾两位师姐对我的论文修改提出的宝贵意见。同时也要感谢金融系的几位博士师兄在论文写作过程中对我的关心和鼓励，他们是赵正堂、蔡庆丰、李鹏、陈智文和李丕东。

还要感谢贺涛、林琳、陈蕾、李明、阚路，我的舍友，以及其他同班同学，与你们的同学之谊和共同度过的三年时光让我难以忘怀。

最后要感谢我的父母，是你们无私的养育之恩成就了 my 学业。还有我的亲戚朋友，你们对我的帮助和鼓励是我前进的动力。我只有不断努力，才能不辜负你们的期望。

杨伟

2006年4月于厦大