

学校编码: 10384

分类号_____密级_____

学号: 15620101151948

UDC _____

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

小波方法在长期对冲下的应用

Application of Wavelet Method for the Long-Term

Hedging

黄紫红

指导教师姓名: 郑振龙 教授

专 业 名 称: 金 融 工 程

论文提交日期:

论文答辩时间:

学位授予日期:

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2013 年 月

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

另外,该学位论文为()课题(组)的研究成果,获得()课题(组)经费或实验室的资助,在()实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称,未有此项声明内容的,可以不作特别声明。)

声明人(签名):

年 月 日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

（ ） 1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，
于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

（ ） 2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年 月 日

摘要

不同的投资者通常具有不同期限的对冲需求，且投资者期限一般是固定的。通过研究不同对冲期限下的对冲行为，将有助于投资者根据自身的对冲期限做出适当的对冲决策。小波方法和数据频率匹配法是将对冲期限引入对冲模型的主要方法。小波方法将原序列分解成不同时间尺度的数据，对应不同频率的信息；数据频率匹配法则直接取点获得相应频率数据。本文主要基于这两种方法，对不同对冲期限下的决策行为进行研究。由于小波方法利用小波滤波器提取出逐渐接近长期均值的低频数据，且利用了原序列的全部信息，因此，本文预期，小波方法在长期对冲下将有更好的对冲效果。

由于对冲效率与对冲比率相关，而对冲比率的估计又受到信息频率的影响，因此，研究对冲期限，也要考虑估计频率的影响。本文在两种不同的估计频率取法下，进行实证研究，一是假设估计频率等于对冲期限，二是在给定对冲期限下选择最优的估计频率。本文首先在固定的估计方法下，对对冲效率与对冲期限的关系进行实证分析，结果表明，不同期限的投资者根据最小化方差所做出的对冲行为不同。其次，在不同对冲期限下，基于相同的对冲效率计算方法，本文将小波方法与数据频率匹配法结合 OLS 法的对冲效率进行比较，结果表明，小波方法在长期对冲下具有更高的对冲效率，验证了本文的预期。最后，本文对小波方法长期对冲效率相对较高的原因进行分析及验证，发现其根源可能在于小波方法能够从原序列提取出噪声含量递减的低频数据，且能够利用更多的信息。

因此，本文的实证结果表明，当市场上不存在期限匹配的期货合约，且投资者只进行静态对冲时，其应根据自身的对冲期限，做出对冲决策。具有较长期限对冲需求的投资者，应选择小波方法进行估计；在采用小波方法时，应尽量使用更高频的原始数据进行分解，并提取频率较低的信息估计对冲比率。

关键词：对冲期限；小波方法；信息提取

Abstract

Various hedging participants have different hedging horizons, and for each participant, his or her horizon is often unchanged. Studying hedging behavior at various horizons will help investors make appropriate hedging decisions according to their own horizon. Wavelet method and the frequency-matching method are the most used approaches to take horizons into account when dealing with hedging things. Wavelet method decomposes the data into different timescale components, while the frequency-matching method directly takes certain points to get the new data. This paper study the decision behavior under various hedging horizons based on these two approaches. Since we can get low-frequency data, close to long-term average, through wavelet filtering, and it uses all the information in the original data, we can expect that using wavelet method will have a better hedging effectiveness in the long-term hedging.

As hedging effectiveness is related to hedge ratio, and the estimation of hedge ratio is based on the frequency of information used, investors should also take it into account when studying horizon. Firstly, this paper makes some empirical study on the relationship between the hedging horizon and hedging effectiveness, taking two situations into account. That is, matching the estimating frequency with hedging horizon, and choosing the best estimating frequency at each hedging horizon. And the results show that investors with various horizons behave differently. Secondly, this paper compares the hedging performance of these two methods, finding that wavelet method will have a higher hedging effectiveness for long horizons. Finally, this paper tries to figure out why wavelet method will have a relatively better hedging performance, and finds that it may be due to the superiority of wavelet method in extracting lower-frequency data with diminishing noise and using more information.

All in all, the empirical results show that, when there is no contract matching the hedging horizon and the investor decides to take static hedging, he or she should make decisions according to his or her own horizon. Investors with longer horizon

should choose wavelet method. And if the wavelet method is picked, the investors should take higher-frequency raw data to decompose, and use the extracted lower-frequency information to estimate hedge ratio.

Key words: Hedging Horizon; Wavelet Method; Information Extraction

目 录

第一章 绪论	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究意义与目的	2
1.3 研究内容与主要结论	3
1.4 本文贡献与创新	4
1.5 文章结构	4
第二章 文献综述	6
2.1 对冲的相关内容	6
2.2 对冲期限	9
第三章 理论模型与研究方法	15
3.1 研究思路	15
3.2 最小方差对冲比率	17
3.3 对冲效率	18
3.4 小波方法	20
3.5 实证方法	27
第四章 样本与数据	33
4.1 数据说明	33
4.2 样本选取	33
4.3 全样本描述性统计结果	34
第五章 实证结果	36
5.1 相关参数设定	36

5.2 对冲效率与对冲期限的关系.....	36
5.3 小波方法与数据频率匹配法结合 OLS 法的对冲效率比较	42
5.4 小波方法长期对冲效率相对较高的原因.....	46
第六章 结论与展望.....	59
6.1 结论.....	59
6.2 研究展望.....	59
参考文献.....	61
致 谢.....	66

CONTENTS

1 Introduction.....	1
1.1 Background.....	1
1.2 Motivation and Significance.....	2
1.3 Contents and Conclusion.....	3
1.4 Contribution and Innovation.....	4
1.5 Structure.....	4
2 Literature Review.....	6
2.1 Hedging Related Contents.....	6
2.2 Hedging Horizon.....	9
3 Models and Methods.....	15
3.1 Research Ideas.....	15
3.2 MV Hedge Ratio.....	17
3.3 Hedging Effectiveness.....	18
3.4 Wavelet Method.....	20
3.5 Empirical Methods.....	27
4 Samples and Data.....	33
4.1 Data Description.....	33
4.2 Sample Selection.....	33
4.3 Statistics.....	34
5 Empirical Results.....	36
5.1 Parameters Setting.....	36

5.2 Relationship Between Hedging Effectiveness and Hedging Horizon ..	36
5.3 Comparison of Hedging Effectiveness of Wavelet Method and OLS..	42
5.4 Reason for The Higher Hedging Effectiveness of Wavelet Method In Long Horizon	46
6 Conclusions and Outlook.....	59
6.1 Conclusions	59
6.2 Outlook.....	59
Reference.....	61
Acknowledgements.....	66

第一章 绪论

1.1 研究背景

随着金融衍生产品市场的发展,投资者开始利用衍生产品进行系统性风险的规避。而期货合约因具有较低的交易费用、较高的流动性和杠杆性,已成为主要的对冲工具。伴随着投资者对冲需求的上升,对冲比率的估计模型也不断发展。但早期的研究,基本是给定一个对冲标的期限,比较不同的对冲目标和计量模型,而没有考虑不同的投资者实际上具有不同期限的对冲需求,存在一定的局限性。

近年来,一些学者将对冲期限引入对冲模型,研究具有不同期限对冲需求的投资者的对冲行为差异。在假设市场上不存在期限匹配的期货合约条件下,令估计对冲比率使用的信息频率与对冲标的期限匹配,他们的实证结果基本表明对冲期限越长,对冲效率越大。但实际操作中,投资者不一定总令估计频率与对冲期限匹配,而可能倾向于根据过去的对冲效率选择最优的估计频率。所以,本文认为在研究对冲期限时,也应考虑在各对冲期限下选择最优的估计频率后,再进行实证分析。

目前,将对冲期限引入对冲模型的方法,大致分为四类,它们的差异主要在于如何利用原始的高频数据估计长期对冲比率、对冲效率。但本文认为,评判对冲效率高低的应选择统一的标准。所以,以下本文固定对冲效率估计方法,按发展进程对四类估计方法进行简要说明:

(1) 数据频率匹配法,实质为数据取点问题,即从原始的高频数据中取出时间间隔与对冲期限相同的数据,并利用新数据进行对冲比率的估计。这种方法简单易行,且可以和任意对冲比率估计模型结合,是最早使用、也是使用最广的一种方法。如, Ederington(1979)^[1], Malliaris & Urrutia(1991)^[2], Benet(1992)^[3]等均将数据频率匹配法与 OLS 估计模型结合; Chen, Lee & Shrestha(2004)^[4]将其与他们提出的修正回归模型结合,进行实证估计。但使用此方法,将面临长期样本量减少、信息流失的问题。

(2) 公式法,即对价格或价格变化进行建模,推导包含高频参数和期限的对

冲比率公式，从而直接利用原始的高频数据进行参数估计，并代入公式求出长期对冲比率。利用公式法，只要估计出高频参数，即可得到任意期限的对冲比率，从而解决了数据频率匹配法下的长期样本量不足问题。如，Geppert(1995)^[5]就是基于期货和现货价格协整，以及特定的价格变动过程假设下，推出对冲比率公式。但公式法需要建立在强假设上，现实中不一定成立，所以，较少文献使用此方法。

(3) 尺度化方法，即利用原始的高频数据，求出相关变量，再根据一定规则直接尺度化成长期限变量。尺度化方法，同样解决了数据频率匹配法下的长期样本量不足问题；也不需像公式法那样对序列分布进行复杂的模型设定，相对简单。如，Cotter & Hanly(2009)^[6]利用 SQRT 规则将协方差和方差尺度化，并求出长期下的对冲比率。但尺度化规则也有分布要求，不一定能够满足，所以，该方法较少用于处理对冲问题。

(4) 小波方法，即将原始的高频序列值或方差、协方差，分解成不同的时间尺度，求出各尺度下的对冲比率，时间尺度与期限对应。小波方法在实际操作时，主要通过小波滤波器将序列逐层滤波，得到不同尺度的数据，尺度越大的数据越接近长期均值。由于小波方法是将原始的高频数据进行分解，利用了原序列的所有信息，所以，同样可以解决数据频率匹配法下的样本量不足及信息流失问题；而且小波方法为非参模型，不需要假设特定的分布，可以解决公式法和尺度化方法下的强假设要求；此外，小波方法还可以处理非平稳序列，适用范围更广。基于这些优势，小波方法近年来被广泛用于金融数据分析，以及对冲期限的研究，如 In & Kim(2006a,b)^{[7][8]}, Conlon & Cotter(2012)^[9]等。

1.2 研究意义与目的

基于上述提到的小波方法优势，利用小波方法对不同对冲期限下的对冲行为进行实证分析，可以不受原序列分布特征的影响，且在固定样本期内，能够研究较长期限。

正是因为小波方法的这些优势，近年来已有不少国外学者开始利用小波方法进行对冲期限的研究。但就目前所知，还未有文献对沪深 300 股指期货市场进行

实证分析。因此，本文的第一个目的，就是利用小波方法，基于沪深 300 股指期货市场数据，对对冲期限与对冲效率的关系进行实证研究；并采用使用最广的数据频率匹配法作为参照。从而说明，具有不同期限对冲需求的投资者根据特定对冲目标所做出的对冲行为不同。

此外，由前文的方法介绍可知，在估计长期对冲比率时，小波方法利用了原始高频数据的全部信息，且通过小波滤波器提取出逐渐接近长期均值的低频信息；而数据频率匹配法则直接利用取点获得相应频率的数据，丧失了原始数据中的部分信息，且虽然其噪声影响具有递减的趋势，但本身是个随机数。又因为长期对冲下，需要对冲的风险更多地体现了信号的影响，因此，可以预见，当估计频率等于对冲期限，或在给定对冲期限下选择最优的估计频率后，小波方法在长期对冲中都将有更好的对冲效果。

近年来，也有部分文献对小波方法与数据频率匹配法的对冲效率高低进行研究。但他们只在假设估计频率等于对冲期限下，从整体上比较两种方法的对冲效率大小；在衡量对冲效率上，也分别使用各自的方法进行计算，缺乏可比性；且未对小波方法在长期对冲中效果较好的原因进行深入分析及验证。因此，本文的第二个目的，就是利用相同的对冲效率计算方法，验证当估计频率等于对冲期限、及在给定对冲期限下选择最优的估计频率后，小波方法的长期对冲效率是否高于数据频率匹配法；并对上文提到的低频信息提取和信息使用程度差异的两个可能原因进行验证。

通过研究以上内容，将有助于具有长期对冲需求的投资者做出最佳的对冲决策，更好地进行风险收益管理；而且，将对小波方法的相对优势有更好的理解，并进行应用。

1.3 研究内容与主要结论

本文的研究内容与得到的相关结论主要有：

首先，本文利用小波方法和数据频率匹配法结合 OLS 法，在假设市场上不存在期限匹配的期货合约条件下，对对冲标的期限与对冲效率的关系进行实证检验。结果发现，不论令估计频率等于对冲期限，或在给定对冲期限下选择最优的

估计频率，不同对冲期限下的对冲效率不同，说明不同期限的投资者根据最小方差所做出的对冲行为不同。

其次，本文在不同对冲期限下，将小波方法与数据频率匹配法结合 OLS 法的对冲效率进行比较。结果发现，基于相同的对冲效率计算方法，小波方法在长期对冲下具有更好的对冲表现，说明具有长期对冲需求的投资者应选择小波方法进行对冲比率的估计。

最后，本文试图对小波方法长期对冲效率相对较高的原因进行分析及验证，结果发现，其根源可能在于小波方法能够从原序列提取出噪声含量较少的低频数据，且能够利用更多的信息，说明投资者在选择小波方法后，应尽量使用更高频的原始数据进行分解，并提取出频率较低的信息估计对冲比率。

1.4 本文贡献与创新

(1) 研究内容：本文在研究对冲期限与对冲效率关系时，考虑了投资者可能根据过去的对冲效率选择最优的估计频率，从而更贴近实际。在研究不同对冲期限下小波方法与数据频率匹配法的对冲表现差异时，同样考虑了最优估计频率的选取；且选用了相同的对冲效率计算方法，具有更强的可比性；并对小波方法在长期对冲下效果更好的原因进行分析及验证，发现其根源可能在于小波方法能够从原序列提取出噪声含量较小的低频数据，且能够利用更多信息。

(2) 研究市场：研究对冲期限的文献多数选用国内外成熟股指期货市场或商品期货市场，而本文则对投资者相对不理性的沪深 300 股指期货市场进行实证分析。

1.5 文章结构

本文接下来的主体将分为以下几个部分：

第二章是文献综述。主要分成两部分，第一部分主要介绍对冲目标、对冲比率估计模型和对冲效率指标等对冲的相关内容；第二部分则对研究对冲期限的文献进行综述，包括研究方法和不同方法的比较。

第三章是理论模型与研究方法。主要介绍本文的研究思路、将要使用的对冲

模型、小波方法以及实证方法。

第四章是样本与数据。包括数据说明、样本选取和初步处理方法、以及描述性统计。

第五章是实证结果。首先描述将要使用的相关参数，接着按照研究内容，先对对冲效率与对冲期限的关系进行实证分析；其次，在不同对冲期限下，将小波方法与数据频率匹配法结合 OLS 法的对冲效率进行比较；最后，对小波方法长期对冲效率相对较高的可能原因进行分析及验证。

第六章是结论与展望。给出文章的结论，以及未来发展的方向。

第二章 文献综述

由于本文的研究内容是基于对冲比率和对冲效率指标,所以,本文首先进行对冲相关内容的综述,包括估计最优对冲比率的对冲目标、估计最小方差对冲比率的计量模型,以及对冲效率指标。在第二部分,则对研究对冲期限的文献进行综述,包括研究方法和不同方法的比较。

2.1 对冲的相关内容

2.1.1 估计最优对冲比率的对冲目标

最优对冲比率的估计依赖于特定的目标函数。目前,最为广泛使用的是 Johnson(1960)^[10]提出的组合方差最小化目标(MV)。但 MV 只考虑组合的方差风险,所以,众多文献在其基础上加入预期收益率的影响,发展了均值方差对冲目标。如, Howard & D'Antonio(1984)^[11]以组合夏普比率作为对冲目标; Hsin et al.(1994)^[12]则在目标函数中考虑组合方差、组合预期收益率和风险厌恶系数。在均值方差目标上进一步发展的是预期效用最大化。如, Cecchetti et al.(1988)^[13]在假设效用函数为财富终值的对数,且现货和期货收益率服从二元正态分布下,进行预期效用最大化对冲比率的估计; Brooks et al.(2012)^[14]和张龙斌(2009)^[15]则在不同效用函数形式下,加入高阶矩的影响。此外,以上对冲目标中的风险,通常以组合方差或标准差表示,体现的是双侧风险。但在实际中,投资者和风险管理可能更注重损失带来的风险,为了对冲此类风险而发展起来的对冲目标即为下侧风险最小化。最常使用的下侧风险测度主要有下偏矩(LPM)和 VaR。如, De Jong et al.(1997)^[16], Lien & Tse(2001)^[17], Demirer & Lien(2003)^[18], 孙艳(2012)^[19]均对 LPM 最小化的最优对冲比率进行估计; Chen et al.(2001)^[20]则在 LPM 的基础上加入均值收益率作为对冲目标; Harris & Shen(2006)^[21], Conlon & Cotter(2013)^[22]则考虑了 VaR 最小化的对冲目标。

虽然 MV 对冲目标只考虑组合的方差风险,上述也提到一些更加完善的对冲目标,但它们也存在一定问题。如,均值方差框架下的夏普比率目标只有在组合和现货的超额收益率为正时才成立,且其二阶导条件通常难以成立;其他均值方差框架和预期效用最大化目标,需要假定风险厌恶系数,或对效用函数、收益

率分布进行设定；LPM 也与风险厌恶程度、联合分布有关。而且，Chen, Lee & Shrestha(2003)^[23]提到，当投资者具有无限风险厌恶或期货价格服从鞅过程时，最优均值方差对冲比率与 MV 对冲比率一致；且在鞅和联合正态分布条件下，不同对冲目标得到的对冲比率将等价于 MV 对冲比率。因此，MV 对冲比率具有一般性。此外，MV 对冲比率易于计算、简单，是最常使用的对冲比率，如，Ederington(1979)^[1]，Benet(1992)^[3]，Harris & Shen(2003)^[24]，Lien(2012b)^[25]，Colon & Cotter (2012)^[9]等。所以，采用 MV 对冲目标，将易于与其他文献进行对比；且先利用具有一般性、简单的 MV 框架进行研究，有了初步了解，将来才能进一步在更复杂的对冲目标下进行拓展研究。这也是本文选取 MV 框架进行研究的主要原因。下部分，本文就针对选取的组合方差最小化对冲目标，对估计 MV 对冲比率的计量模型进行综述。

2.1.2 估计最小方差对冲比率的计量模型

在估计 MV 对冲比率的计量模型中，OLS 方法最为简单，即将现货价格的变动（或现货收益率）对期货价格的变动（或期货收益率）进行 OLS 回归，估计的系数即为 MV 对冲比率。采用 OLS 估计方法，结果较为稳健，且易于使用，早期的文献多数以 OLS 方法进行估计，如，Ederington(1979)^[1]，Junkus & Lee(1985)^[26]，Benet(1992)^[3]，Lindahl(1992)^[27]等。针对 OLS 法中使用无条件样本矩进行估计这点，Myers & Thompson(1989)^[28]提出应该使用通过当前可获得信息得到的条件样本矩进行估计。Grammatikos & Saunders(1983)^[29]针对 OLS 法中可能存在的异方差问题，提出了随机系数模型，即假设 OLS 估计系数服从随机过程。此外，OLS 估计要求序列平稳，若现货和期货价格存在单位根，且存在协整关系，则 OLS 估计模型就可能不准确，在此基础上，出现了协整和误差修正模型。如，Ghosh(1993)^[30]，Chou et al.(1996)^[31]以估计的协整关系进行误差修正模型回归；Lien & Luo(1993)^[32]则以基差作为协整关系进行误差修正模型回归。最近，一些学者还考虑通过假设特定的收益率、基差分布形式，进行对冲比率的估计。如，Harris & Shen(2003)^[24]考虑收益率“尖峰”的影响，根据幂指(Power Exponential)分布对方差进行极大似然估计；Liu(2011)^[33]考虑多种多元偏度分布。而且，还有些文章将机制转换(Regime Switch)与移动窗口 OLS 结合，如 Lien(2012b)^[25]。

虽然 OLS 法存在一些潜在的问题, 学者们也提出了多种修正模型, 但并非所有改进的模型都能得到更好的对冲效果, 如, Grammatikos & Saunders(1983)^[29]的实证结果表明, 假设系数随机后, 对冲效率并未提高; Holmes(1996)^[34]则表明 OLS 法的对冲效率高于误差修正模型。而且修正的模型通常较为复杂, 可能与特定的分布形式有关, 相比之下, OLS 法估计简单, 适用性较广, 现多数文献仍以 OLS 法的结果作为基准, 进行比较, 尤其是在研究对冲期限的文献中, 如, In & Kim(2006a)^[7], Lien & Shrestha(2007)^[35], Juhl et al.(2012)^[36]等。至于结合机制转换, 虽然可能提高对冲效率, 但却须建立在投资者能准确判断当前状态的前提下(Lien, 2012b)^[25]。

2.1.3 对冲效率指标

与 2.1.1 中的对冲目标相对应, 对冲效率指标大致可分成基于方差、收益率、效用及下侧风险的四类指标。

(1) 采用基于方差的对冲效率指标, 表明投资者只关心组合价值或收益率的偏离风险, 以及只关注二阶矩效用, 或认为对冲不会引起组合的其他分布特征改变。最常使用的指标为组合方差减少率, 如, Johnson(1960)^[10], Ederington(1979)^[1], Benet(1992)^[3], In & Kim(2006a)^[7], Juhl et al.(2012)^[36]等。此外, 也有部分文献以方差比作为方差对冲效率指标, 如王欣等(2009)^[37]。

(2) 采用基于收益率的对冲效率指标的文献相对较少, 如, Malliaris & Urrutia(1991)^[2], Geppert(1995)^[5]在计算样本外对冲效率时, 使用组合平均收益率, 考察组合收益率偏离 0 的程度。

(3) 基于效用的对冲效率指标, 同时考虑了方差和收益率, 主要有两类。一类是针对均值方差效用函数的夏普比率, 如, Howard & D'Antonio(1984, 1987)^[11]^[38], 王欣等(2009)^[37]。另一类是适用于所有效用函数的对冲效率指标, 主要为确定性等价, 如, Hsin et al.(1994)^[12], Cecchetti et al.(1988)^[13], Lai & Sheu(2010)^[39]。Lien(2012a)^[40]还给出了均值方差框架以及一般效用函数下的确定性等价表达式。此外, 也有些文献直接以组合效用大小衡量对冲效率, 如 In & Kim(2006b)^[8]。

(4) 采用基于下侧风险的对冲效率指标, 表明投资者不仅关心组合价值或收益率的偏离大小, 还关心偏离的方向, 符合 Benartzi & Thaler (1995)^[41]的损失厌

恶理论。与对冲目标对应，常见的下侧风险对冲效率指标主要为 LPM 减少率和 VaR 减少率。如, Harris & Shen(2006)^[21], Cotter & Hanly(2009)^[6], Lai & Sheu (2010)^[39], Conlon & Cotter(2012,2013)^{[9][22]}等均考虑了 VaR 减少率; De Jong et al.(1997)^[16], Demirer & Lien(2003)^[18], 孙艳(2012)^[19]则均考虑了 LPM 减少率。

从考虑的全面性看, 基于效用的对冲效率指标最为完善, 但夏普比率受超额收益率正负影响大, 适用性低; 而确定性等价或组合效用则依赖于风险厌恶系数或特定的效用函数形式, 缺乏一般性。在风险和收益的权衡方面, 多数文献通常以风险的减少作为对冲效率的度量, 较少单纯考虑收益的变化, 尤其是在 MV 对冲框架下, 多数文献考虑以方差减少率作为对冲效率指标。就风险的方向而言, 下侧风险可能更符合投资者的心态, 但其中的 LPM 指标与风险厌恶程度有关, 且其估计值与现货和期货收益率的联合分布有关。

2.2 对冲期限

2.2.1 研究方法

目前, 将对冲期限引入对冲模型的方法大致分为四类, 它们的差异主要在于如何利用原始的高频数据估计长期对冲比率、对冲效率。以下按发展进程对四类估计方法进行综述:

(1) 数据频率匹配法, 实质为数据取点问题, 即要求数据时间间隔等于对冲期限。这种方法简单易行, 且可以和不同对冲目标、对冲计量模型结合, 是最早使用、也是使用最广的一种方法。如, Ederington(1979)^[1], Benet(1992)^[3], Lindahl (1992)^[27], Holmes(1996)^[34], Chen, Lee & Shrestha(2004)^[4]等均在 MV 对冲目标下, 将 OLS 方法和数据频率匹配法结合, 进行实证分析。由于利用 OLS 法估计的 MV 对冲比率求出的样本内方差减少率等于 R^2 , 所以, 这几篇文献均考虑了 R^2 与对冲期限的关系。其中, Lindahl(1992)^[27]和 Holmes(1996)^[34]还考虑了合约剩余到期日的影响, 加入虚拟变量, 进行多元 OLS 回归; Benet(1992)^[3]还通过限制性 OLS 回归, 考虑样本外对冲效率 R^2 与对冲期限的关系; Chen, Lee & Shrestha (2004)^[4]则除了直接观测对冲比率和 R^2 与对冲期限的关系外, 还将各指标与对冲期限及其指数形式进行回归。Holmes(1996)^[34], Lien & Shrestha(2007)^[35], Juhl et

al.(2012)^[36]等均考虑了 MV 对冲目标下，静态 ECM 方法和数据频率匹配法的结合。基于 ECM 的对冲模型，均假设只有现货价格对期货价格的变动做出反应。其中，Holmes(1996)^[34]和 Juhl et al.(2012)^[36]均研究了对冲比率和 R^2 与对冲期限的关系，Lien & Shrestha (2007)^[35]则利用组合标准差作为样本内、外对冲效率；实证中，Juhl et al.(2012)^[36]以基差作为协整关系进行 ECM 回归。Chen, Lee & Shrestha(2004)^[4]在 MV 对冲目标下，除了进行 OLS 回归外，还提出了基于长期价格协整、短期价格变动相关的修正模型，并将其与数据频率匹配法结合。Chen, Lee & Shrestha(2004)^[4]的修正模型可以同时估计出短期和长期（指期限无限长）的对冲比率，且比一般的 ECM 模型适用范围更广，不仅适用于现货和期货价格协整，还适用于两个价格序列均平稳的情况。在该修正模型下，利用不同频率数据估计得到的短期对冲比率和 R^2 即为相应对冲期限的对冲比率和样本内对冲效率，而各频率数据回归得到的长期对冲比率均反应期限无限长的情况。Malliaris & Urrutia(1991)^[2], Colon & Cotter(2012)^[9]均在 MV 对冲目标下，利用移动窗口样本，将 OLS 法和数据频率匹配法结合，进行实证研究。其中，Malliaris & Urrutia(1991)^[2]除了用 R^2 检验样本内对冲效率外，还通过组合平均收益率考察样本外对冲效率与对冲期限的关系；且在进行 OLS 回归时，通过取对数收益率减小异方差影响，并利用 ARMA 模型解决误差项自相关问题。

(2) 公式法，即直接给出包含对冲期限的对冲比率、对冲效率公式。采用公式法，虽然可以解决数据频率匹配法下长期无重叠数据样本量不足的问题，并能从理论上证明对冲期限与对冲比率、对冲效率的关系，但该方法通常具有强假设要求，适用性较小，目前，较少文献使用此方法。如，Geppert(1995)^[5]在 MV 对冲目标下，基于协整假设，将现货价格和期货价格均分解成永久性因子 (Permanent Factor) 和暂时因子 (Transitory Factor) 的组合，并推导不同期限¹的对冲比率和样本内方差对冲效率公式。其中，永久性因子为随机游走过程，暂时因子为 AR(1) 过程。基于该公式，可从理论上证明对冲期限与对冲比率、对冲效率的关系：即一个对冲期限对应一个对冲比率；长期（期限无限长）对冲比率收敛于现货价格和期货价格对永久性因子的敏感性比值；长期（期限无限长）对冲效率

¹ 利用原始频率数据得到相应的参数估计值，推导不同单位原始时间间隔的对冲比率、对冲效率公式。

收敛于 1。但是, Geppert(1995)^[51]公式的强假设在现实中不一定成立: 即现货和期货价格必须均为单位根过程, 两个价格序列协整; 现货和期货价格变动的预期值均为 0; 且现货价格和期货价格的确服从所假设的过程。Juhl et al.(2012)^[36]虽然在实证上利用数据频率匹配法, 分别对 OLS 和 ECM 模型回归, 研究对冲期限与对冲比率、对冲效率的关系, 但他们事先亦基于协整假设, 推导 MV 对冲比率和样本内方差对冲效率的公式, 从理论上证明对冲期限与对冲比率、对冲效率的关系。但与 Geppert(1995)^[51]分别关注永久性因子和暂时因子不同, Juhl et al.(2012)^[36]的公式只关注 ECM 自身, 并考虑误差修正项的影响。Juhl et al.(2012)^[36]的公式同样必须建立在一系列强假设之上。此外, 高勇等(2008)^[42]将 Geppert(1995)^[51]的公式运用于中国铜期货市场的对冲期限研究。

(3) 尺度化方法, 即把高频数据求出的相关变量直接尺度化成长期限变量, 并求出对应期限的对冲比率和对冲效率。目前, 尺度化方法已被广泛运用于波动率和高频金融的研究(如, BSM 公式和 VaR 计算), 但是很少用来处理对冲问题, 相关的文献较少。如, Cotter & Hanly(2009)^[6]在 MV 对冲目标下, 基于 OLS 模型, 结合尺度化方法, 研究对冲期限与对冲效率的关系。其主要做法是根据 SQRT 规则, 先将方差、协方差尺度化, 再求出新频率下的对冲比率。由于方差和协方差均使用同一因子尺度化, 所以, 用尺度化方法得到的低频对冲比率接近于高频对冲比率, 不同于其他几种方法。尺度化方法下的 SQRT 规则要求收益率为 i.i.d, 在现实中不一定符合。

(4) 小波方法, 即将原序列分解成不同的时间尺度, 求出各尺度下的对冲比率和对冲效率。由于小波方法具有能将原始数据分解成多个尺度、研究不同尺度的序列行为、并利用原序列的所有信息等优势, 近年来被广泛运用于金融数据分析和对冲期限的研究。其中, 用于研究 MV 对冲比率、对冲效率与对冲期限关系的文献最多, 如, In & Kim(2006a)^[7], Lien & Shrestha(2007)^[35], Maharaj et al.(2008)^[43], Chen et al.(2009)^[44], 王春峰等(2009)^[45], 王欣等(2009)^[37]等。在计算对冲比率时, In & Kim(2006a)^[7], Chen et al.(2009)^[44], 王欣等(2009)^[37]均利用无偏小波方差和无偏小波协方差的比值来求; Lien & Shrestha(2007)^[35]则通过相应层次的小波细节回归得到; 王春峰等(2009)^[45]在 Lien & Shrestha(2007)^[35]的细节回归基础上, 推导出基于有偏小波方差和有偏小波协方差的对冲比率公式; Maharaj

et al.(2008)^[43]则进一步结合机制转换,将小波细节分成正、负序列,估计不对称小波对冲比率,该篇是第一篇基于日数据、应用小波方法估计不对称对冲比率的文献。以上几篇文献基本以方差减少率作为对冲效率指标,研究其与对冲期限的关系;其中,王欣等(2009)^[37]还考虑了夏普比率指标,Lien & Shrestha(2007)^[35]则以 OLS 方法为基准,以组合标准差的相对变动率作为样本外对冲效率指标。最近,也有一些利用小波方法对其他对冲目标下的对冲效率与对冲期限关系进行研究的文章。如,In & Kim (2006b)^[8]考虑以均值方差作为对冲目标;王欣等(2009)^[37]考虑半方差;孙艳(2012)^[19]则以 LPM 作为对冲目标。在均值方差框架下,In & Kim(2006b)^[8]以组合效用作为对冲效率指标,不仅研究对冲效率与对冲期限的关系,还考察期限和风险厌恶系数的交互影响。在半方差对冲目标下,王欣等(2009)^[37]利用方差减少率和夏普比率两种效率指标,研究对冲比率、样本内对冲效率与对冲期限的关系。孙艳(2012)^[19]则在 LPM 框架下,以 LPM 减少率衡量对冲效率。在利用小波方法进行对冲期限的研究中,Colon & Cotter(2012)^[9]首次考虑了移动窗口样本,并考察了时间尺度对偏度、峰度,从而对尾部风险的影响。Colon & Cotter(2013)^[22]则在 Colon & Cotter(2012)^[9]基础上进一步发展,研究 MV 和下侧风险对冲目标下的对冲效率和对冲期限关系;并考察了不同对冲目标下,组合高阶矩的变化规律;且在研究 VaR 对冲目标时,还考虑了置信度的影响。

上述引入对冲期限的四种方法中,数据频率匹配法最为简单,可以和任意对冲模型结合,是使用最早、最广的一种方法。但在该方法下,若使用不重叠数据,则面临长时期样本量不足、信息流失的问题;若使用重叠数据,则面临回归自相关问题。公式法除了能从理论上证明对冲期限与对冲效率、对冲比率的关系外,还解决了数据频率匹配法下的长时期样本量不足或回归自相关问题,只要估计出参数,就可求出任意期限的对冲比率和对冲效率,适用期限长度大。但公式法通常要建立在强假设之上,现实中很难满足,所以,较少文献使用此方法。尺度化方法,同样解决了数据频率匹配法下的样本量不足问题,也不需像公式法那样对序列分布进行复杂的模型设定,相对简单。但尺度化方法下的 SQRT 规则也需要一定的分布条件,现实中难以完全符合。至于小波方法,由于它能将序列分解成多个时间尺度,且利用了原序列的所有信息,所以,可以解决数据频率法下的样本量不足及信息流失问题;小波方法为非参模型,不需要假设特定的分布,可以

解决公式法和尺度化方法下的强假设要求；小波方法还可以处理非平稳序列，相比于数据频率法下的 OLS 方法，适用范围更广；最后，小波方法不仅能将序列进行分解，还能将序列方差进行分解，考察各尺度的波动情况。基于上述优势，小波方法正逐渐用于对冲期限的研究，但由于起步较晚，文献数量相对较少。

以上各篇文献，多数是在 MV 对冲目标下，令估计频率等于对冲期限，进行对冲期限的研究。但实际操作中，投资者可能倾向于根据过去的对冲效率选择最优的估计频率。所以，本文增加选择最优估计频率后的对冲期限与对冲效率关系研究，在研究框架上更为完善。在方法的选择上，本文以具有相对优势、最新发展的小波方法为重点，并同时考虑使用最广的数据频率匹配法，在方法上较新、较具代表性。至于对冲效率指标，上述文献主要考虑方差减少率，而本文则参照 Conlon & Cotter(2012,2013)^{[9][22]}，同时考虑方差减少率和 VaR 减少率，相对全面。

2.2.2 不同方法的比较

目前，进行不同期限引入方法比较的文献，主要集中于 MV 对冲目标下，小波方法和数据频率匹配法的比较。如，In & Kim(2006a)^[7]和王春峰等(2009)^[45]均比较小波方法和数据频率匹配法结合 OLS 法。其中，In & Kim (2006a)^[7]考虑样本内、外方差对冲效率的差别，而王春峰等(2009)^[45]则只考虑样本外方差对冲效率。两篇文献均得到对冲期限较长时，小波方法对冲效率较高的结论，但他们在 OLS 法下均使用了重叠数据，可能存在序列相关问题。Lien & Shrestha (2007)^[35]考虑小波方法和数据频率匹配法结合 ECM 法的比较。该篇文献以 OLS 法为基准，用相对于 OLS 法的组合标准差变动率衡量对冲效率；且在数据频率匹配法下采用不重叠数据。实证结果表明，随着对冲期限增加，小波方法样本内、外对冲效率逐渐超过 ECM 法。Colon & Cotter(2012)^[9]虽然同时考虑了移动窗口样本下的小波方法和数据频率匹配法结合 OLS 法，但未严格进行比较，且两种方法使用的移动窗口大小不同。Cotter & Hanly(2009)^[6]则在 MV 对冲目标下，基于 OLS 对冲比率，比较尺度化方法和数据频率匹配法。实证结果表明，尺度化的对冲效率显著不同于数据频率匹配法的结果，但方法优劣与资产、对冲期限、对冲效率指标有关。

上述进行方法比较的文献，均假设估计频率等于对冲期限；且在不同方法下

分别使用各自的对冲效率计算方法，缺乏可比性；而且多数只在全样本情况下，大致比较长短期对冲效率的大小。因此，本文增加选择最优估计频率后的方法比较；采用统一的对冲效率计算方法；且通过构建相对对冲效率指标，在移动窗口样本下进行分析，更为完善。

此外，关于小波方法在长期对冲下对冲效率相对较高的原因，几篇文献均只简要提到小波方法利用了原序列的全部信息，而数据频率匹配法则丧失了较多信息，从而使得小波方法在长期对冲下具有更好的对冲效果。而本文则对小波方法在低频信息提取和信息使用程度两方面的可能原因进行分析及验证，从而能更清楚地了解小波方法的优势所在，并做出相应的决策，具有一定意义。

第三章 理论模型与研究方法

3.1 研究思路

不同的投资者通常具有不同期限的对冲需求，且投资者期限一般是固定的，所以，投资者可以根据相应对冲期限下的对冲表现进行对冲决策。

本文假设市场上不存在期限匹配的期货合约，从而存在基差风险。本文的研究主体共分成三部分：第一部分，基于中国沪深 300 股指期现数据，验证对冲效率在不同对冲标的期限下是否不同，用于说明不同期限投资者在特定对冲目标下的对冲行为不同。给定对冲期限，分别考虑令估计对冲比率的信息频率与对冲期限匹配、以及根据过去的对冲效率大小选择最优的估计频率。第二部分，在不同对冲期限下，将小波方法与 OLS 法的对冲效率进行比较，基于相同的对冲效率计算方法，验证小波方法在长期对冲下，是否比数据频率匹配法具有更好的对冲效果。其实证结果将为具有不同期限对冲需求的投资者，基于样本外对冲效率最优，进行估计方法的决策提供依据。第三部分，对小波方法长期对冲效率高于数据频率匹配法的原因进行解释及验证。本部分主要对低频信息提取和信息使用程度两方面原因进行验证，其结果将为具有长期对冲需求的投资者，基于样本外对冲效率最优，进行小波方法下的初始取点频率和估计频率的决策提供依据。

由于本文的研究内容涉及不同对冲期限，所以，首先要确定引入期限的方法。如综述中所述，小波方法具有能将原序列分解成多个尺度、利用原序列的所有信息、不需假设特定的分布、可以处理非平稳序列等多个优势，因此，本文着重以小波方法进行不同对冲期限下的对冲行为研究。此外，由于数据频率匹配法能与任意对冲模型结合，具有普遍适用性，是使用最广的一种方法，因此，本文也以数据频率匹配法作为一个参照，进行对冲期限的研究。

本文只考虑静态对冲，主要有两个原因：第一，由综述中可知，目前研究对冲期限的文献均采用静态对冲策略，从而具有可比性；第二，动态对冲与对冲频率相关，从而，研究不同对冲期限的对冲行为，还需要考虑对冲频率的影响，但本文已涉及对冲标的期限、估计对冲比率的信息频率、初始取点频率三种频率维度，若进一步增加对冲频率，将使结果更为复杂化。

由于本文的研究内容是基于对冲比率和对冲效率指标，所以，首先需要定义其估计公式。关于对冲比率的估计，首先要确定对冲目标。本文选取最小方差(MV)作为对冲目标，其主要原因如下：第一，如综述中所述，MV 是使用最为广泛的对冲目标，尤其是在研究对冲期限的文献中，所以，选用 MV 对冲目标，将易于与其他文献结果进行比较。第二，MV 对冲比率最简单、最易理解，且在一定条件下，不同对冲目标求出的对冲比率将等于 MV 对冲比率(Chen, Lee & Shrestha, 2003^[23])，因此，MV 对冲比率具有一般性。所以，本文先利用具有一般性、简单的 MV 框架进行研究，有了初步了解，将来才能进一步在更复杂的对冲目标下进行拓展研究。第三，MV 对冲比率只需计算协方差和方差，易与小波方法结合。因此，出于 MV 对冲比率的使用广泛性、简易性、一般性、及易与小波方法结合的特征，本文选用 MV 对冲比率。至于给定期限下对冲比率的估计模型，小波方法可以直接利用小波方差和小波协方差进行估计；而数据频率匹配法下，则采用 OLS 估计方法，主要是由于 OLS 法结果较为稳健、易于使用，且研究对冲期限的文献，多数以数据频率匹配法结合 OLS 法进行，所以具有可比性。以下，本文所指的 OLS 法即为数据频率匹配法结合 OLS 法。此外，本文选用移动窗口样本进行分析。Malliaris & Urrutia(1991)^[2]指出，若对冲比率平稳，则使用更长的样本期将得到更准确的估计值；否则，使用过旧的信息将导致对冲比率估计不准确，对冲效率下降。本文在实证中对各窗口对冲比率的平稳性进行验证，发现在各期限下，OLS 和小波对冲比率均不平稳，因此应选择较小的样本期进行估计²。而且利用移动窗口样本进行分析，将得到更稳健的结果。

至于对冲效率指标，为了可比性，本文首先选用使用最广的方差减少率，衡量双侧风险的减少。其次，本文还增加了 VaR 减少率作为对冲效率指标，除了稳健性考虑外，主要有两个原因：一是综述中提到的风险方向问题，即投资者对盈利和损失的态度不同，可能更注重损失带来的风险，所以，应考虑下侧风险减少率作为对冲效率指标。常用的下侧风险测度主要有 VaR 和下偏矩(LPM)，但如综述中所述，LPM 与风险厌恶程度相关，而本文的主要目的是在 MV 框架下研究不同对冲期限下的对冲行为，增加风险厌恶系数可能导致结果更加复杂化，但这可以作为未来的发展方向。二是效用函数考虑的阶数问题，多数文献认为投资

² 本部分内容与实证结果相关性小，未放入文章。

者对高阶矩存在一定偏好,如厌恶偶数阶矩(Kane,1982^[46])、偏好偏度(如,Boyer, Mitton & Vorkink, 2009^[47], Tan & Henker, 2010^[48])等。所以,考察对冲引起的效用变化也应考虑高阶矩,而 VaR 就体现了收益率的整体分布特征,包含高阶矩的影响。此外,本文为了能更准确地衡量小波方法和数据频率匹配法结合 OLS 法在相同期限下的对冲效率大小关系,采取统一的对冲效率计算方法。本文选用数据频率匹配法计算对冲效率,主要原因如下:数据频率匹配法计算的对冲效率是直接利用市场价格求得,与实际操作相关;而小波方法本身是一种数据处理方法,利用小波方法计算的对冲效率无法证明和价格相关,可能存在模型风险。

基于以上思路,本文将在下面详细介绍将要使用的 MV 对冲比率、两种对冲效率指标和小波方法,并在实证方法中,具体介绍实证的方法步骤。

3.2 最小方差对冲比率

期货对冲,即通过期货市场的投资,减少其所持有的现货价格波动。假设投资者持有 C_s 单位现货多头和 C_f 单位期货空头, S_t 和 F_t 分别代表现货和期货在 t 时刻的价格,则对冲组合的收益率 R_h 和方差 $var(R_h)$ 分别为:

$$R_h = \frac{C_s S_t R_s - C_f F_t R_f}{C_s S_t} = R_s - h R_f \quad (1)$$

$$var(R_h) = var(R_s) + h^2 var(R_f) - 2h cov(R_s, R_f) \quad (2)$$

其中, $h = C_f F_t / C_s S_t$ 为对冲比率, R_s 和 R_f 分别为现货和期货的收益率, $var(R_s)$ 和 $var(R_f)$ 分别代表现货、期货收益率的方差, $cov(R_s, R_f)$ 为两者的协方差。

最小方差对冲比率 h^* 即为,使以上组合收益率方差(2)最小的对冲比率,通过对 h 求导,可得:

$$h^* = \frac{cov(R_s, R_f)}{var(R_f)} = \rho_{R_s, R_f} \frac{\sigma_{R_s}}{\sigma_{R_f}} \quad (3)$$

其中, ρ_{R_s, R_f} 为现货、期货收益率的相关系数, σ_{R_s} 和 σ_{R_f} 分别为现货、期货收益率的波动率。

OLS 方法下，采用样本内的样本协方差和样本方差³估计对冲比率 h_{OLS} ：

$$h_{OLS} = \frac{\sum_{t=0}^{N-1} (R_{s,t} - \bar{R}_s)(R_{f,t} - \bar{R}_f) / N}{\sum_{t=0}^{N-1} (R_{f,t} - \bar{R}_f)^2 / N} = \hat{\rho}_{R_s, R_f} \frac{\hat{\sigma}_{R_s}}{\hat{\sigma}_{R_f}} \quad (4)$$

其中， N 为样本容量， $R_{s,t}$ 和 $R_{f,t}$ 分别为现货、期货收益率的时序值， \bar{R}_s 和 \bar{R}_f 为对应的时序均值， $\hat{\rho}_{R_s, R_f}$ 为现货、期货收益率的样本相关系数， $\hat{\sigma}_{R_s}$ 和 $\hat{\sigma}_{R_f}$ 则分别代表现货、期货收益率的样本标准差。

3.3 对冲效率

3.3.1 方差对冲效率

方差是一种双侧风险测度，采用方差对冲效率说明投资者损失或收益均会造成效用减少；且表明投资者只关心二阶矩效用，或认为对冲不会引起组合的其他分布特征改变。在最小方差对冲目标下，方差减少率是最常用的对冲效率指标，其通过计算对冲引起的组合方差减少率，衡量对冲的效用提高。将公式(3)代入公式(2)，得到最小方差对冲比率下的组合方差 $var(R_h^*)$ ，则方差对冲效率 eff_{var} 为：

$$eff_{var} = 1 - \frac{var(R_h^*)}{var(R_s)} \quad (5)$$

其中， R_h^* 为代入最优对冲比率得到的组合收益率。

OLS 和小波方法下，样本内、外方差对冲效率均可利用得到的对冲比率和公式(2)(5)求出；其中，OLS 样本内方差对冲效率可进一步通过化简公式(5)，得到：

$$eff_{var} = 1 - \frac{var(R_h^*)}{var(R_s)} = \rho_{R_s, R_f}^2 \quad (6)$$

³ 这里除以 N ，而非 $N-1$ ，是由于在考虑序列方差和各尺度小波方差关系时，是以除以 N 来证明的。因此，为了和小波方法对应，这里用除以 N 表示。但从对冲比率公式可看出，其对对冲比率的估计结果没有影响。

从而，OLS 样本内对冲效率即可直接利用样本相关系数 $\hat{\rho}_{R_s, R_f}$ ，或将求出的最优对冲比率代入公式(2)和(5)求出。

3.3.2 VaR 对冲效率

选用 VaR 对冲效率指标，表明投资者关注下侧风险对冲的效果，且考虑了高阶矩效用。VaR 的计算，主要有历史模拟法和模型构建法。本文为了避免特定分布引起的模型风险，采用无参数 VaR 计算方法。在计算无参数 VaR 对冲效率时，多数文献采用损失分布的 α 分位点作为 VaR（如，Cotter & Hanly, 2006^[49]，Harries & Shen, 2006^[21]，Lai & Sheu, 2010^[39]），但是本文采用 Jorion(2000)^[50]提出的相对 VaR 定义：

$$VaR_{\alpha}(R) = E(R) - R_{\alpha} \quad (7)$$

其中， R 为待分析的收益率序列， $E(R)$ 为未来特定期间内的收益率均值， R_{α} 为收益率分布的 α 分位点， $VaR_{\alpha}(R)$ 即代表显著性为 α 的相对 VaR。

本文选用相对 VaR 指标，主要是因为，该指标把均值负向偏离程度视作风险，与方差中把均值偏离平方均值视作风险，具有更强的可比性。

OLS 和小波方法下，相对 VaR 对冲效率 eff_{VaR} 公式为：

$$eff_{VaR} = 1 - \frac{VaR(R_h^*)}{VaR(R_s)} = 1 - \frac{\bar{R}_h^* - R_{h,\alpha}^*}{\bar{R}_s - R_{s,\alpha}} \quad (8)$$

其中， $VaR(R_s)$ 和 $VaR(R_h^*)$ 分别代表现货收益率和组合收益率的相对 VaR， \bar{R}_h^* 和 $R_{h,\alpha}^*$ 分别代表代入最优对冲比率得到的组合收益率均值和 α 分位点， \bar{R}_s 和 $R_{s,\alpha}$ 分别代表现货收益率均值和 α 分位点。

此外，由于 VaR 和高阶矩相关，本文亦将使用到偏度和峰度两个指标，这里给出相关公式：

$$skew_R = \frac{\frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} (R_t - \bar{R})^3}{(\hat{\sigma}_R^2)^{3/2}} \quad (9a)$$

$$kurt_R = \frac{\frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} (R_t - \bar{R})^4}{(\hat{\sigma}_R^2)^{4/2}} \quad (9b)$$

其中， \bar{R} 为收益率序列 R_t 的均值， $\hat{\sigma}_R^2$ 为样本方差， N 为样本容量。

3.4 小波方法

3.4.1 小波基础知识

小波方法是近年来应用在时间序列领域的新方法，不仅可以处理非平稳数据，并且具有多分辨率分析和表征序列局部信息的能力。利用小波方法，可以将原始金融时间序列分解到不同的时间尺度上，在各时间尺度上研究序列的行为特征。时间尺度与期限对应，但需乘以原始数据的时间间隔。本文的小波方法说明主要来自 Percival & Walden (2000) [51]。

小波方法的主要思想是通过转换矩阵、或小波函数(Wavelet Function)、或小波滤波器(Wavelet Filter)，将原序列转换为不同时间尺度的小波系数(Wavelet Coefficients)，通过尺度滤波器(Scaling Filter)将原序列转换为尺度系数(Scaling Coefficient)⁴；且可利用小波系数和尺度系数重构原序列，并将原序列表示成不同尺度的小波细节(Wavelet Details)和小波平滑(Wavelet Smooth)的组合，即多分辨率分析(Multiresolution Analysis, MRA)。小波系数和小波细节均与相应尺度的原序列均值变化相关；尺度系数与小波平滑则与相应尺度的原序列均值相关，反应序列的长期趋势。随着尺度的增加，四个变量均会更为平滑。

从整体上看，小波方法可以分为连续小波转换(Continuous Wavelet Transform, CWT)和离散小波转换(Discrete Wavelet Transform, DWT)两种，主要分别用于处理连续和离散的时间序列。最大重叠离散小波转换(Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform, MODWT)是 DWT 的变形。下文先从 CWT 讲起，并深入介绍

⁴ 有些文章表示成，用母小波(Mother Wavelet)和父小波(Father Wavelet)分别提取序列的高频(细节)和低频(平滑)成份，如 Masih et al.(2010) [52], Rua(2011) [53], Yousefi et al.(2005) [54]。

DWT，最后在其基础上引入 MODWT 的内容。

(1) 连续小波转换(CWT)

对于定义域为 $(-\infty, \infty)$ 的实值函数 $\varphi(\cdot)$ ，若符合以下两个公式，则 $\varphi(\cdot)$ 可称为小波：

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(u) du = 0 \quad (10a)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi^2(u) du = 1 \quad (10b)$$

基于特定的小波函数，可构建序列 $x(t)$ 的 CWT：

$$W(\lambda, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{\lambda, t}(u) x(u) du, \quad \varphi_{\lambda, t}(u) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \varphi\left(\frac{u-t}{\lambda}\right) \quad (11)$$

其中， λ 为选定的尺度， $\varphi(\cdot)$ 为选择的小波函数， $W(\lambda, t)$ 为原序列进行 CWT 得到的小波系数，体现了原序列 t 时刻相邻 λ 尺度数据加权平均的差别⁵。CWT 保留了 $x(t)$ 中的所有信息，在满足一定条件下，可以通过 CWT 结果重构原序列 $x(t)$ 。但 CWT 的结果，存在一定冗余，在一些大尺度下，相邻尺度的 CWT 小波系数没有太大差别。

(2) 离散小波转换(DWT)

DWT 可以视为 CWT 的一种改进，其可直接处理离散序列 $x(t), t=0, \dots, N-1$ ，并基本保留了 CWT 的特征，但只处理二进制的的时间尺度 $2^j, j=1, 2, \dots$ ， j 代表分解层次。特定的转换矩阵 w 即为定义 DWT 的 $N \times N$ 实值矩阵，并满足 $w^T w = I_N$ 。在 DWT 下，原序列长度 N 必须为 2 的幂次方或其的整数倍。若进行 J 层完全 DWT，则 $N=2^J$ ；若进行 J_0 层部分 DWT，则 N 为 2^{J_0} 的整数倍。进行 $J_0 \leq J$ 层的 DWT，一共可生成 N 个 DWT 系数 $\{W_n : n=0, \dots, N-1\}$ ， $W = wX$ ，将其分成 J_0+1 个子向量，则子向量 $W_j, j=1, \dots, J_0$ 包含了第 j 层的全部 DWT 小波系数，第

⁵ 不同的小波函数，其加权平均方式、两侧使用的平均方式是否对称等均不同。

$J_0 + 1$ 个子向量即为尺度系数向量 V_{J_0} 。每个子向量 $W_j, j=1, \dots, J_0$ 共有 $N/2\tau_j$ 个小波系数，与尺度为 $\tau_j = 2^{j-1}$ 的原序列均值变化相关；尺度系数向量 V_{J_0} 共有 $N/2^{J_0}$ 个元素，反应尺度为 $\lambda_{J_0} = 2^{J_0}$ 的原序列均值，且若进行完全 DWT，尺度系数向量就只有一个元素，即尺度为 N 的原序列均值⁶。此处， τ_j 和 λ_{J_0} 为标准尺度，若原始序列时间间隔为 Δt ，则对应的真实时间尺度为 $\tau_j \Delta t$ 和 $\lambda_{J_0} \Delta t$ 。在产生小波系数的第 $j=1, \dots, J$ 层 DWT 中，转换矩阵 w 的每行元素可通过相邻行元素循环移位得到，移动尺度为 $2\tau_j = 2^j$ 。循环移位假设 $x_{-t} = x_{N-t}$ ，这也是后面将提到的受循环移位影响的边界值由来。与 CWT 中类似，DWT 结果同样可用于重构原序列：

$$X = w^T W = \sum_{j=1}^{J_0} w_j^T W_j + v_{J_0}^T V_{J_0} = \sum_{j=1}^{J_0} D_j + S_{J_0} \quad (12)$$

这就是原序列 X 的多分辨率分析(MRA)。其中， D_j 称为第 j 层小波细节，是与尺度为 $\tau_j = 2^{j-1}$ 的 X 变动相关的时间序列。定义

$$S_j = \sum_{k=j+1}^{J_0} D_k + S_{J_0}, 0 \leq j \leq J_0 - 1, \text{ 称其为 } X \text{ 的第 } j \text{ 层小波平滑，这是由于}$$

$$X - S_j = \sum_{k=1}^j D_k, j \geq 1, \text{ 两者的差别只与尺度小于等于 } \tau_j = 2^{j-1} \text{ 的小波细节相关，}$$

从而，随着 j 增加， S_j 会表现的更为平滑。此外，由于 DWT 是一种正交转换，从而可证明：

$$\|X\|^2 = \sum_{j=1}^{J_0} \|W_j\|^2 + \|V_{J_0}\|^2 = \sum_{j=1}^{J_0} \|D_j\|^2 + \|S_{J_0}\|^2 \quad (13)$$

且原序列的样本方差 $\hat{\sigma}_X^2$ 为：

$$\hat{\sigma}_X^2 = \frac{1}{N} \|X\|^2 - \bar{X}^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{J_0} \|W_j\|^2 + \frac{1}{N} \|V_{J_0}\|^2 - \bar{X}^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{J_0} \|D_j\|^2 + \frac{1}{N} \|S_{J_0}\|^2 - \bar{X}^2 \quad (14)$$

⁶ 这里所说的均值不一定是样本均值，只是利用了相应尺度的原序列进行类似平均的处理。

其中， N 为原序列长度， $\|\cdot\|^2$ 代表模值，即相应序列的平方和。

以上是 DWT 的主要思想及相关结论，而在实际计算中，通常是利用 Mallat (1989)^[55] 的金字塔运算方法进行。给定长度为 L 的实值小波滤波器

$\{h_l : l = 0, \dots, L-1\}$ 和相应的尺度滤波器 $\{g_l : l = 0, \dots, L-1\}$ 。其中， L 为偶数，

$h_0 \neq 0, h_{L-1} \neq 0$ ，并设 $h_l = 0, l < 0$ 或 $l \geq L$ 。尺度滤波器通过正交镜像滤波得到：

$g_l = (-1)^{l+1} h_{L-1-l}$ ，其反向关系为 $h_l = (-1)^l g_{L-1-l}$ 。小波滤波器需满足以下三个基本性质：

$$\sum_{l=0}^{L-1} h_l = 0, \sum_{l=0}^{L-1} h_l^2 = 1, \sum_{l=0}^{L-1} h_l h_{l+2n} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} h_l h_{l+2n} = 0 \quad (15)$$

金字塔运算过程如下：第 j 层小波系数 $\{W_{j,t}\}$ 表示尺度为 $\tau_j = 2^{j-1}$ 的原序列均值的变化，第 j 层尺度系数 $\{V_{j,t}\}$ 表示尺度为 $\lambda_j = 2^j$ 的原序列均值，从而，长度为 2^j 整数倍的原序列 X_t ，可视为尺度为 1 的均值序列，即 $V_{0,t} = X_t$ 。在进行第 $j = 1, \dots, J_0$ 层金字塔运算时，输入第 $j-1$ 层的尺度系数

$\{V_{j-1,t} : t = 0, \dots, N_{j-1} - 1\}, N_{j-1} = N / 2^{j-1}$ ，即可得到第 j 层小波系数和尺度系数：

$$W_{j,t} = \sum_{l=0}^{L-1} h_l V_{j-1, 2t+1-l \bmod N_{j-1}}, V_{j,t} = \sum_{l=0}^{L-1} g_l V_{j-1, 2t+1-l \bmod N_{j-1}}, t = 0, \dots, N_j - 1 \quad (16)$$

并可证明：

$$\|V_{j-1}\|^2 = \|W_j\|^2 + \|V_j\|^2, \|X\|^2 = \sum_{k=1}^j \|W_k\|^2 + \|V_j\|^2 = \sum_{k=1}^j \|D_k\|^2 + \|S_j\|^2 \quad (17)$$

将第 1 ~ j 层的滤波器合并，即可得到直接从原序列 X_t 滤波到第 j 层小波系数 $\{W_{j,t}\}$ 的等价小波滤波器 $\{h_{j,l}\}$ ，和直接从 X_t 滤波到第 j 层尺度系数 $\{V_{j,t}\}$ 的等价尺度滤波器 $\{g_{j,l}\}$ ，滤波器长度为 $L_j = (2^j - 1)(L - 1) + 1$ ，小波系数和尺度系数分别为：

$$W_{j,t} = 2^{j/2} \tilde{W}_{j,2^j(t+1)-1} = \sum_{l=0}^{L_j-1} h_{j,l} X_{2^j(t+1)-1-l \bmod N} \quad (18a)$$

$$V_{j,t} = 2^{j/2} \tilde{V}_{j,2^j(t+1)-1} = \sum_{l=0}^{L_j-1} g_{j,l} X_{2^j(t+1)-1-l \bmod N} \quad (18b)$$

$$t = 0, 1, \dots, N_j - 1$$

(3) 最大重叠离散小波转换(MODWT)

MODWT 是 DWT 的变形，主要是为了改进 DWT 对滤波起点的敏感性，使得原序列移位后的 MODWT 小波系数和尺度系数等于原序列 MODWT 小波系数和尺度系数的相同移位。MODWT 的重叠即意味着计算了所有可能的移位区间。MODWT 不同于正交转换的 DWT， J_0 层 MODWT 会产生 $J_0 + 1$ 个长度均为 N 的系数子向量： $\tilde{W}_1, \tilde{W}_2, \dots, \tilde{W}_{J_0}, \tilde{V}_{J_0}$ 。第 j 层 MODWT 小波系数 \tilde{W}_j ，与尺度为 $\tau_j = 2^{j-1}$ 的原序列变化相关，MODWT 尺度系数 \tilde{V}_{J_0} 与尺度大于等于 $\lambda_{J_0} = 2^{J_0}$ 的原序列变化相关。其具体思想和相关金字塔运算结果如下：

由公式(18a)和(18b)可知，DWT 的小波系数和尺度系数由滤波结果 $\{2^{j/2} \tilde{W}_{j,t}\}$ 和 $\{2^{j/2} \tilde{V}_{j,t}\}$ 的奇数项得到，从而在每次滤波时都会减少一半样本。在 MODWT 时，令平移后的 MODWT 小波系数和尺度系数正好等于 $\{2^{j/2} \tilde{W}_{j,t}\}$ 和 $\{2^{j/2} \tilde{V}_{j,t}\}$ 的偶数项，并组成新的 MODWT 小波系数和尺度系数，这样，每次滤波就不会减少样本量。由于原序列平移后的 MODWT 小波系数和尺度系数等于原序列 MODWT 小波系数和尺度系数的相同平移，其平移前后能量值不变，所以，与 DWT 类似，在 MODWT 下，仍满足： $\|X\|^2 = \sum_{j=1}^{J_0} \|\tilde{W}_j\|^2 + \|\tilde{V}_{J_0}\|^2$ ， $X = \sum_{j=1}^{J_0} \tilde{D}_j + \tilde{S}_{J_0}$ ，从而 $\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \|X\|^2 - \bar{X}^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{J_0} \|\tilde{W}_j\|^2 + \frac{1}{N} \|\tilde{V}_{J_0}\|^2 - \bar{X}^2$ 。但由于 MODWT 不是正交转换，所以与 DWT 不同， $\|X\|^2 \neq \sum_{j=1}^{J_0} \|\tilde{D}_j\|^2 + \|\tilde{S}_{J_0}\|^2$ 。

MODWT 金字塔运算使用的小波滤波器和尺度滤波器为

$\tilde{h}_l = h_l / \sqrt{2}$, $\tilde{g}_l = g_l / \sqrt{2}$, h_l 和 g_l 为 DWT 中使用的小波滤波器和尺度滤波器, 从而满足:

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l = 0, \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l^2 = \frac{1}{2}, \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{h}_l \tilde{h}_{l+2n} = 0 \quad (19)$$

第 j 层滤波结果为:

$$\tilde{W}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l \tilde{V}_{j-1,t-2^{j-1}l \bmod N_{j-1}} \quad (20a)$$

$$\tilde{V}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{V}_{j-1,t-2^{j-1}l \bmod N_{j-1}} \quad (20b)$$

$$t = 0, 1, \dots, N-1$$

对于任意样本大小 N 的序列, 第 j 层 MODWT 小波系数和尺度系数可分别表示成 N 维向量 \tilde{W}_j 和 \tilde{V}_j , 其各元素值为:

$$\tilde{W}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L_j-1} \tilde{h}_{j,l} X_{t-l \bmod N}, \tilde{h}_{j,l} = h_{j,l} / 2^{j/2}, \quad t = 0, 1, \dots, N-1 \quad (21a)$$

$$\tilde{V}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L_j-1} \tilde{g}_{j,l} X_{t-l \bmod N}, \tilde{g}_{j,l} = g_{j,l} / 2^{j/2}, \quad t = 0, 1, \dots, N-1 \quad (21b)$$

$\{\tilde{h}_{j,l}\}$ 和 $\{\tilde{g}_{j,l}\}$ 即为第 j 层 MODWT 小波滤波器和尺度滤波器, 其宽度均为 $L_j = (2^j - 1)(L - 1) + 1$ 。

(4) 小波方法及小波滤波器的选择

在三种小波转换方法中, CWT 主要用于处理连续时间序列, 且具有一定的冗余; DWT 对原序列长度有要求, 且对滤波起点较为敏感。MODWT 不限制原序列的长度; 且其小波细节和小波平滑具有零相位滤波器的特征, 从而易将其 MRA 结果与原序列进行比较; 再者, Percival & Walden(2000)^[51]提到, 基于 MODWT 的小波方差比基于 DWT 的小波方差更为有效。所以, 本文采用 MODWT 进行小波分析。

由以上分析可知, MODWT 结果取决于具体的小波滤波器。常用的小波滤波器类别有 Daubechies 滤波器(DB(L))、最小不对称滤波器(Least Asymmetric, LA(L))和 Coiflets 滤波器(C(L)), L 代表滤波器的长度。由于 LA 类滤波器关于滤

波器中点近似对称，且能将小波系数和原序列准确对齐(Brooks et.al, 2007)^[56]；此外，多数利用小波方法研究对冲期限的文献，亦采用 LA 类滤波器。因此，出于 LA 类滤波器自身的性质和可比性，本文选用 LA 类滤波器。

3.4.2 小波方差、协方差、相关系数及峰度

MODWT 小波方差主要是利用转换得到的各层小波系数，计算相应尺度的序列方差。小波方差分为无偏和有偏两种，其中，无偏小波方差利用不受循环移位影响的非边界值求得，主要用于分析相应尺度的方差表现；有偏小波方差则利用相应尺度的所有小波系数求得，可用于原序列样本方差的方差分析。由于本文主要利用小波方差计算相应尺度的小波对冲比率，而非考察各尺度方差的准确关系，因此，本文采用各尺度方差、协方差、相关系数的无偏估计。以下是各指标的估计公式，以及相关由来：

假设原序列为 $\{X_t, t = \dots, -1, 0, 1, \dots\}$ ，则利用 MODWT 的第 j 层小波滤波器 $\tilde{h}_{j,l}$ 可得到相应层次的小波系数序列 $\bar{W}_{j,t}$ ：

$$\bar{W}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L_j-1} \tilde{h}_{j,l} X_{t-l}, t = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (22)$$

从而， $\{X_t\}$ 在尺度 $\tau_j = 2^{j-1}$ 的小波方差 $\nu_X^2(\tau_j)$ 即为：

$$\nu_X^2(\tau_j) = \text{var}(\bar{W}_{j,t}) \quad (23)$$

对比公式(21a)和(22)可知，当原始序列为无限序列 $\{X_t, t = \dots, -1, 0, 1, \dots\}$ 的部分实现值 $\{X_t, t = 0, \dots, N-1\}$ 时， $\tilde{W}_{j,t} = \bar{W}_{j,t}, t \geq L_j - 1$ ， $L_j = (2^j - 1)(L - 1) + 1$ 。从而受循环移位影响的边界值为 $\{\tilde{W}_{j,t}, t = 0, \dots, L_j - 2\}$ ，并可得 $\tau_j = 2^{j-1}$ 尺度下的

MODWT 无偏小波方差 $\hat{\nu}_X^2(\tau_j)$ 估计公式：

$$\hat{\nu}_X^2(\tau_j) = \frac{1}{M_j} \sum_{t=L_j-1}^{N-1} \tilde{W}_{j,t}^2 = \frac{1}{M_j} \sum_{t=L_j-1}^{N-1} \bar{W}_{j,t}^2, M_j = N - L_j + 1 \quad (24)$$

类似的，可得到相应尺度的无偏小波协方差 $\hat{\nu}_{X,Y}(\tau_j)$ 、相关系数 $\hat{\rho}_{X,Y}(\tau_j)$ 的估计公式：

$$\hat{v}_{X,Y}(\tau_j) = \frac{1}{M_j} \sum_{t=L_j-1}^{N-1} \tilde{W}_{X,j,t} \tilde{W}_{Y,j,t} \quad (25)$$

$$\hat{\rho}_{X,Y}(\tau_j) = \frac{\hat{v}_{X,Y}(\tau_j)}{(\hat{v}_X^2(\tau_j) \hat{v}_Y^2(\tau_j))^{1/2}} \quad (26)$$

由于本文将用到小波峰度进行实证分析，这里给出相关公式，本文采用 Conlon & Cotter(2012)^[9]的小波峰度指标：

$$kurt_X(\tau_j) = \frac{\frac{1}{M_j} \sum_{t=L_j-1}^{N-1} \tilde{W}_{j,t}^4}{(\hat{v}_X^2(\tau_j))^{4/2}} \quad (27)$$

3.4.3 小波对冲比率

将公式(24)和(25)代入公式(3)，即可得到各尺度下的小波对冲比率 h_j^{wave} ：

$$h_j^{wave} = \frac{\hat{v}_{R_s, R_f}(\tau_j)}{\hat{v}_{R_f}^2(\tau_j)} = \hat{\rho}_{R_s, R_f}(\tau_j) \frac{\hat{v}_{R_s}^2(\tau_j)^{1/2}}{\hat{v}_{R_f}^2(\tau_j)^{1/2}} \quad (28)$$

其中， j 代表分解层次，对应标准时间尺度 $\tau_j = 2^{j-1}$ ， $\hat{v}_{R_s, R_f}(\tau_j)$ 和 $\hat{\rho}_{R_s, R_f}(\tau_j)$ 分别代表现货和期货收益率第 j 层、即时间尺度为 $\tau_j = 2^{j-1}$ 的无偏小波协方差及相关系数， $\hat{v}_{R_s}^2(\tau_j)$ 和 $\hat{v}_{R_f}^2(\tau_j)$ 分别代表现货和期货收益率相应层次、尺度的无偏小波方差。

3.5 实证方法

本文计算对冲效率使用的收益率信息频率对应对冲期限，计算对冲比率使用的信息频率即为估计频率。两种估计方法均采用数据频率匹配法计算对冲效率，即直接利用取点得到新频率收益率数据，计算方差和 VaR 减少率；而对冲比率则按各自的方法，提取新频率信息，再进行估计。

如 3.1 所述，本文的研究内容主要分为对冲效率与对冲期限的关系、方法比较和小波方法长期对冲效率较高的原因验证三部分。以下按这三部分进行实证方法及步骤的说明：

3.5.1 对冲效率与对冲期限的关系

本部分主要是验证，不同对冲期限下的对冲效率是否不同，从而说明不同期限的投资者根据对冲目标做出的对冲行为是否不同。目前，这方面的研究基本只考虑估计频率等于对冲期限的情况，不够完善，本文则增加最优估计频率选取的内容。实证内容共分成两部分：首先，按一般文献的做法，令估计对冲比率的信息频率与对冲期限匹配，进行实证研究。其次，在给定对冲期限下，先根据上一期的样本外对冲效率，选择最优的估计频率，再进行实证分析。其中，考察方差对冲效率和 VaR 对冲效率与对冲期限的关系时，分别根据相应的对冲效率指标选择最优的估计频率，以反应投资者关注的风险保持一致。

(1) 估计频率等于对冲期限

本文采用移动窗口样本，且令对冲比率的估计窗口大小等于对冲效率的评估窗口大小，窗口每次移动 1 单位时间。在每步中，分别计算样本内对冲比率、对冲效率和样本外对冲效率。以头两步为例，假设窗口大小为 T ，则利用 $1\sim T$ 的数据计算样本内对冲比率和对冲效率，利用 $T+1\sim 2T$ 的收益率数据及 $1\sim T$ 算出的对冲比率，计算样本外对冲效率；之后，再将 $2\sim T+1$ 视为对冲比率估计窗口， $T+2\sim 2T+1$ 作为样本外对冲效率评估窗口。在数据频率匹配法结合 OLS 方法下，给定对冲期限，利用取点方法获得时间间隔与对冲期限匹配的样本内、外不重叠的收益率序列，并利用新频率数据计算相应指标。在小波方法下，依据选定的小波滤波器及分解层数，直接利用原始高频数据，计算时间尺度与对冲期限匹配的对冲比率，并利用得到的对冲比率和数据频率匹配法下的新频率数据，用普通方差、VaR 计算对冲效率。最后，将 OLS 法和小波方法下的各对冲效率指标窗口均值，分别与标准数据时间间隔⁷（以下简称单位时间）、分解层次画成关系图。

(2) 给定对冲期限选择最优的估计频率

本部分与 3.5.1(1) 的差异主要在于，对于每种估计方法，在给定期限下，先根据前一窗口的不同估计频率样本外对冲效率值，选择最优的估计频率，再进行计算。首先，在每步窗口移动时，在给定期限下，分别计算不同估计频率的样本内对冲比率、对冲效率和样本外对冲效率。其次，在给定期限下，对于每个

⁷ 本文的原始数据时间间隔为 15 分钟，即 1 单位标准数据时间间隔。

样本外对冲效率评估窗口，根据前一窗口的样本外对冲效率大小，选择最优的估计频率，得到相应的当期样本外对冲效率，和对应使用的样本内对冲比率、对冲效率。其中，对于方差对冲效率和 VaR 对冲效率的计算，分别利用各自的前期值进行估计频率的最优决策。

3.5.2 小波方法与数据频率匹配法结合 OLS 法的对冲效率比较

本部分主要是基于 3.5.1 的结果，在不同对冲期限下，将小波方法与 OLS 法的对冲效率进行比较，验证小波方法在长期对冲下，是否将有更好的对冲效果，为不同期限投资者进行估计方法的决策提供一个依据。与对冲期限和对冲效率关系的研究类似，这方面的文献也未考虑最优估计频率的选取；且在不同方法下分别使用各自的对冲效率计算方法，缺乏可比性；最后，多数只在全样本情况下，大致比较长短期对冲效率的大小。本文则在这几方面，进行完善和补充，一是增加选择最优估计频率后的实证研究；二是统一采用数据频率法计算对冲效率；最后，通过构建相对对冲效率指标，在移动窗口样本下进行分析。此外，由于样本内对冲效率可能更倾向于衡量拟合度，所以，本文只以样本外对冲效率进行方法的比较。不同估计频率选取方法下的处理方法类似，以下统一说明：

(1) 对冲效率均值

利用 3.5.1 的实证结果，在每个对冲期限下，分别求出小波方法与 OLS 法的样本外方差、VaR 对冲效率窗口均值，从效率均值大小上，初步判断小波方法相比于 OLS 法在长期对冲下的效果优劣。

(2) 构建相对对冲效率指标

本文将相同对冲期限的小波方法对冲效率除以 OLS 法的对冲效率，作为小波方法的相对对冲效率指标，利用该指标进行方法优劣的研究。基于相同对冲效率指标，本文考虑两种处理方法：一，利用 3.5.2(1)的对冲效率均值进行求比，直观反应对冲效率平均水平的差异。二，在每个窗口，分别计算对冲效率的比值，并求出该比值的窗口均值。此处，增加各窗口的比值，主要是考虑到在移动窗口样本下，两种方法的优劣关系可能发生变动，所以，若直接用均值来分析，可能会使两种方法的动态优劣关系被平滑。

3.5.3 小波方法长期对冲效率相对较高的原因

本部分主要是对小波方法在长期对冲下,对冲效率高于数据频率匹配法结合 OLS 法的原因进行解释及验证。目前,多数文献只是简要提到小波方法在长期对冲下,利用了原序列的全部信息,而数据频率匹配法则丧失了较多信息,从而使得小波方法在长期对冲下具有更好的对冲效果。而本文则考虑小波方法在低频信息提取和信息使用程度两方面的优势,并对其进行分析和验证,从而对小波方法的相对优势有更好地了解,并进一步利用验证结果进行初始取点频率及估计频率的决策。

(1) 解释

如综述中所述,小波方法和数据频率匹配法的主要差别在于如何利用原始的高频数据估计长时期对冲比率、对冲效率,但本文在估计对冲效率时选用了相同的方法,即数据频率匹配法。所以,这里只体现为对冲比率估计的不同。数据频率匹配法直接利用取点获得相应频率的信息,并进行估计。所以,该方法得到的不同频率信息反应的是市场真实噪声的影响,随频率的减少,其噪声影响虽有递减的趋势,但随机性相对较大;而且通过取点,样本点减少,丧失了部分信息。而小波方法则是人为地将原序列进行分解,得到不同尺度或频率的信息,并进行对冲比率的估计。根据小波方法的思想,其利用了原序列的所有信息,所以,在进行小波转换时,原序列包含的信号与噪声均被转换。由于噪声成分的小波模极大值随尺度增加而下降,因此,通过小波转换,小波方法提取出的不同序列,其噪声成分随尺度增加而减小。此外,根据小波系数的金字塔运算方法,其先将原序列分解成代表一定尺度均值的低频数据和代表相应尺度均值变化的高频数据;之后再利用得到的低频数据进行分解,得到基于该低频数据的均值数据和均值变化数据。因此,尺度越大的小波系数是由代表长期趋势的均值序列中逐层分解得来的,所以,其越接近长期趋势。由上述分析可看出,两种方法的本质差别在于提取出的低频信息信号含量和信息使用程度不同。以下,分别从这两方面对小波方法长期对冲效率高于数据频率匹配法的可能原因进行解释:

从低频信息提取角度看,小波方法提取出噪声含量递减的低频数据;而数据频率匹配法得到的不同频率数据,虽噪声影响也有递减的趋势,但随机性相对较

大。所以，在使用相同的原始高频数据时，小波方法提取的低频信息，相比于数据频率匹配法提取的相同频率信息，其信号含量更大。而在进行长期对冲时，需要对冲的风险主要反应信号的影响，从而，利用信号含量更多的信息估计出的相关系数更接近市场真实的相关性，对冲比率估计更为准确。因此，若估计频率等于对冲期限，则小波方法在长期对冲下的对冲效率应该高于数据频率匹配法。

从信息使用程度角度看，小波方法提取低频数据时，利用了原始高频数据的全部信息；而数据频率匹配法则只取出了原序列的部分值，丧失了部分信息，从而使得数据频率匹配法的估计较不准确。在相同期限下，若估计频率等于对冲期限，则数据频率匹配法提取低频数据时使用的原始信息含量小于小波方法；若在给定期限下，先根据上期的样本外对冲效率选择最优的估计频率，则低频信息提取差异的影响将会减小，但信息使用程度差异的影响仍然存在。所以，从信息使用程度角度看，小波方法将优于数据频率匹配法。

根据以上分析，本文若要验证是因为低频信息提取和信息使用程度两方面的优势，使得小波方法在长期对冲中比数据频率匹配法结合 OLS 法具有更好的对冲效果，则需要验证以下几方面内容。

低频信息提取角度：验证小波方法提取出的不同频率数据，其噪声含量随频率降低而减小；数据频率匹配法下，噪声含量也有递减的趋势，但不如小波方法明显；需要对冲的风险在长期中更体现信号的影响，但这本质就是数据频率匹配法下的噪声含量递减趋势；相同频率下，小波方法得到的低频信息具有更多的信号含量。

信息使用程度角度：验证在给定估计频率和对冲期限下，若使用更多信息，将使得对冲效率提高。

(2) 验证

本部分主要是对上述提到的小波方法长期对冲效率高于 OLS 法的原因进行验证，分为低频信息提取和信息使用程度两方面。

I 低频信息提取

关于低频信息提取差异的解释验证，共分为以下 4 种：

①MRA

参照 In & Kim(2006b)^[8]对对冲期限与对冲效率正相关的解释验证方法，利

用现货和期货数据进行 MRA，若尺度越大，各自的小波细节越平滑，则表明小波方法提取出的低频数据噪声含量减小。

②峰度

由于 MRA 只能对小波方法进行检验，而无法和数据频率匹配法进行对比，因此本文考虑能同时运用到小波方法和数据频率匹配法的噪声指标。参照 MRA 的验证思想，其把序列中异常波动的减少视为噪声的减少；Conlon & Cotter(2012)^[9]提到峰度大隐含了一些较大的噪声。因此，本文把代表过度偏均值的峰度作为噪声的近似指标，分别验证小波峰度和数据频率匹配法峰度与时间尺度的关系。

③估计频率与对冲效率关系

虽然峰度隐含的过度偏离均值，在一定程度上反应了噪声的影响，但其也包含了分布信息。因此，本文通过研究估计频率与对冲效率的关系，对小波方法低频信息提取优势的解釋进行佐证。主要思想为：如果提取出的低频数据中包含更多的信号，那么，在长期对冲下，使用越低频的数据，对冲效果越好。所以，本部分分别验证小波方法和 OLS 法，在给定对冲期限下，对冲效率与估计频率的关系。

④估计频率与相对对冲效率关系

以上几种验证方法，均将小波方法和 OLS 法分开，本部分则利用相对对冲效率指标，直接验证，是否是低频信息提取的差异引起的方法优劣关系。主要研究给定对冲期限下，小波方法的相对对冲效率与估计频率的关系。

II 信息使用程度

本文把取点引起的样本点减少视作信息使用程度的减少，因此，验证信息使用程度的影响，即为验证取点的影响。给定估计频率和对冲期限，OLS 法的对冲效率大小不变；而小波方法则受初始取点的影响。所以，若要验证，是否是由于小波方法估计低频对冲比率时，利用了更多的信息，从而导致其对冲效率高于 OLS 法，则可在给定估计频率和对冲期限下，改变原始高频数据的频率，验证，随初始数据频率的降低，小波方法的对冲效率是否下降。

第四章 样本与数据

4.1 数据说明

沪深 300 指数于 2005 年 4 月 8 日由沪深证券交易所联合发布, 以 2004 年 12 月 31 日为基期, 基点为 1000 点。指数选取上海和深圳证券市场中规模大、流动性好的 300 只 A 股作为样本编制, 覆盖沪深市场 80% 左右的市值, 且指数的行业分布状况基本与市场行业分布比例一致, 具有良好的市场代表性和投资性。目前, 共有 12 支 ETF 基金、2 支联接基金、24 支指数基金, 以及沪深 300 股指期货以沪深 300 指数为标的。

沪深 300 股指期货是以沪深 300 指数为标的的金融期货, 于 2010 年 4 月 16 日正式由中国金融期货交易所推出。合约每点 300 元, 最小变动价位 0.2 点, 具有当月、下月及随后两个季月到期合约。沪深 300 股指期货的交易时间为上午 9:15-11:30, 下午 13:00-15:15, 当月合约最后交易日交易时间为上午 9:15-11:30, 下午 13:00-15:00。

4.2 样本选取

由于沪深 300 股指期货推出的时间较短, 其日或更低频数据的样本点过少, 因此, 本文选用高频数据作为原始数据; 又因为 1 分钟和 5 分钟数据, 可能包含较多的微观结构噪声, 因此, 本文最终选用 15 分钟高频数据。

本文实证分析选用的初始数据为: 2010 年 4 月 16 日 9:30 至 2012 年 1 月 13 日 15:00 的沪深 300 指数每 15 分钟收盘价, 及 2010 年 4 月 16 日 9:30 至 2012 年 1 月 13 日 15:00 的沪深 300 股指期货当月连续合约每 15 分钟收盘价, 共 426 个交易日。数据来源为天软数据库。

本文选用当月连续合约, 主要是由于本文的研究主体是基于对冲期限的不同, 但已有多数文献从理论及实证中证明, 合约到期期限也与对冲比率和对冲效率存在一定关系(如, Ederington,1979^[1], Lindahl,1992^[27], Holmes,1996^[34], 徐杰等, 2012^[57]等), 故为了避免到期期限变动过大而对结论产生干扰, 本文不选用主力合约; 此外, 沪深 300 股指期货当月合约成交量占比较大, 亦保证有足够的流动

性。

在进行实证分析前，本文首先算出现货和期货的每 15 分钟对数收益率。其次，由于股票和股指期货市场每天的第一个收益率均利用了前一天的收盘价，因此，此收益率包含了隔夜的信息，从而可能存在较大的噪声，波动较大，所以，本文先分别剔除了期货和现货每天的第一个收益率数据。再次，由于期货市场和现货市场交易时间不一致，为了使样本点时间对应，本文将期货和现货收益率中时间不一致的样本点剔除。在经过这三步处理后，本文的期货、现货原始收益率数据样本期变为 2010 年 4 月 16 日 9:45 至 2012 年 1 月 13 日 15:00，共 6816 个样本点。

4.3 全样本描述性统计结果

表 1 全样本描述性统计

	s	f
均值	4.66E-06	-7.80E-05
标准差	0.002968	0.002998
偏度	0.217548	0.280541
峰度	5.163814	6.994952
J-B 统计量	1297.0105***	4333.0728***
ADF 检验	-18.9966***	-18.5771***
协方差	7.69E-06	
相关系数	0.863928808	

注：***表示 1% 的显著性水平

表 1 中的 s、f 分别为经 4.2 处理后的沪深 300 指数和沪深 300 股指期货每 15 分钟对数收益率。由表 1 可知，两个市场的收益率序列偏度均大于 0，峰度大于 3，存在“尖峰肥尾”现象；且 J-B 统计量显著，表明均拒绝服从正态分布。这也是实证中除了方差对冲效率指标外，还另外考虑 VaR 对冲效率指标的一个原因。表中显示期货收益率标准差大于现货市场，这和 Yadav & Pope(1990)^[58]

及 Choudhury(1997)^[59]的实证结果一致。目前，人们普遍认为这是由于股指期货的杠杆性导致其相对于现货交易成本低、风险大，且对信息反应更灵敏。表中的 ADF 检验结果表明现货和期货收益率均为平稳序列，因此，可进行 OLS 回归。此外，表中还显示现货和期货收益率间具有较高的相关性。

第五章 实证结果

5.1 相关参数设定

在实证分析前，本文事先选定相关参数。

(1) 移动窗口样本期长度。经 4.2 处理后的 15 分钟收益率序列，对应真实交易日情况，每天 16 个数据，按一个月 21 天，则一季度共有 1008 个数据。本文以此为依据，选用 1008 作为移动窗口大小。

(2) 小波方法最大分解层数。对于 J_0 层 MODWT，其最大时间尺度为 $[2^{J_0-1}, 2^{J_0}]$ 。一方面， J_0 越大，可研究的尺度范围越广，但需使 $2^{J_0} \leq 1008$ ；另一方面，由于本文在数据频率匹配法下采用不重叠的新频率数据，而数据时间间隔应与时间尺度相对应，从而最大时间尺度下，OLS 样本点至多为 $1008/2^{J_0}$ ，为了保证 OLS 结果的可靠性，样本点不能过少，在折中后，本文选取 $J_0 = 6$ 。

(3) 小波滤波器长度。由 3.4.2 的分析可知，第 j 层小波系数受到循环移位影响的个数为 $L_j - 1 = (2^j - 1)(L - 1)$ ，其随 j 的增加而增加，所以，必须确保最大尺度下至少存在一个不受边界值影响的样本点，从而 $L \leq 16$ 。一方面， L 越大，MODWT 的小波系数与原数据越匹配；另一方面，由于估计小波方差、协方差及峰度时，去掉了边界值的信息，为了提高估计的准确性， L 不能过大。又由 3.4.1 的分析，本文选取 LA 类小波滤波器，该类滤波器的长度均为偶数。权衡后，本文选取长度为 8 的 LA(8) 滤波器。

(4) 数据时间间隔与时间尺度的对应关系。基于上述参数选择，小波方法的 6 层标准时间尺度分别为 1~2、2~4、4~8、8~16、16~32、32~64，真实时间尺度则分别乘以 15 分钟，以下直接以标准时间尺度表示。而数据频率匹配法下的数据时间间隔，则以每层末点的尺度进行对应，即 2、4、8、16、32、64。

(5) 求 VaR 时的显著性水平。本文选取 5% 作为标准。

5.2 对冲效率与对冲期限的关系

本部分主要是验证，具有不同期限对冲需求的投资者，根据最小化方差做出

的对冲行为不同。在估计频率选择上，分别考虑令估计频率等于对冲期限，以及在给定对冲期限下，根据过去的样本外对冲效率选择最优的估计频率；在估计方法上，分别考虑小波方法和数据频率匹配法结合 OLS 法；在对冲效率指标上，则同时考虑方差减少率和 VaR 减少率。主要是通过各指标与对冲期限的关系图来进行观测。其中，OLS 法下对冲期限表示成标准时间间隔，小波方法下表示成分解层次。以下的图 1、2 和图 3、4 分别代表估计频率等于对冲期限下的 OLS 法、小波方法结果；图 5、6 和图 7、8 代表选择最优估计频率后的各方法结果；“.in”和“.out”分别表示样本内对冲效率和样本外对冲效率指标；“.var.”和“.VaR”则分别表示方差对冲效率和 VaR 对冲效率。

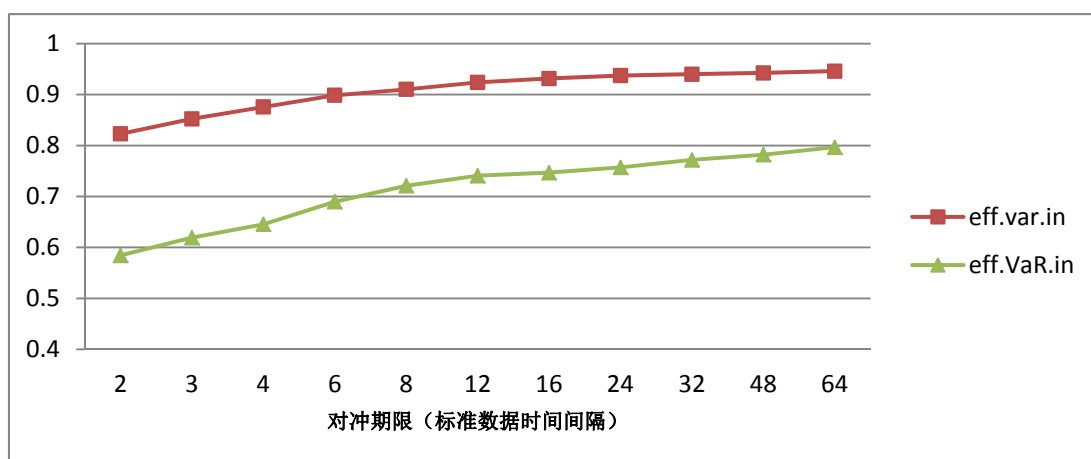


图 1 OLS 法样本内对冲效率期限关系图——估计频率等于对冲期限

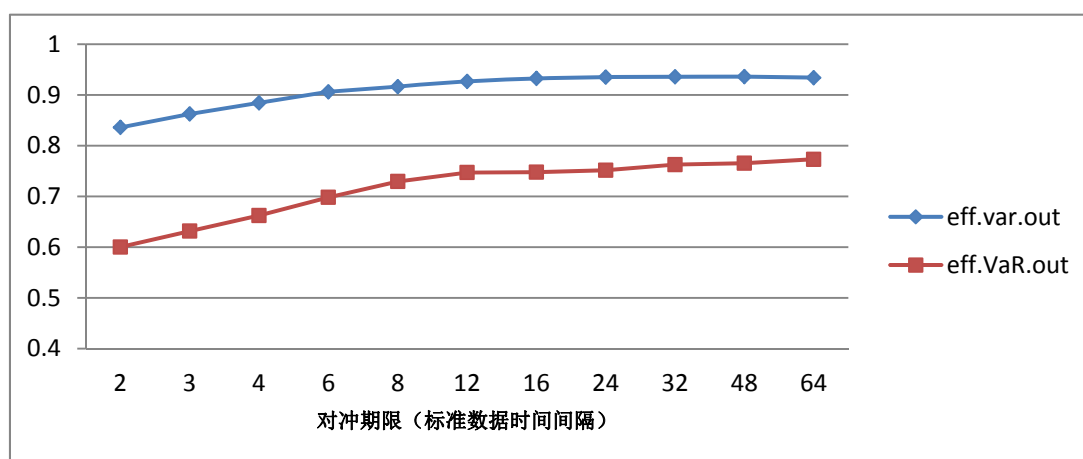


图 2 OLS 法样本外对冲效率期限关系图——估计频率等于对冲期限

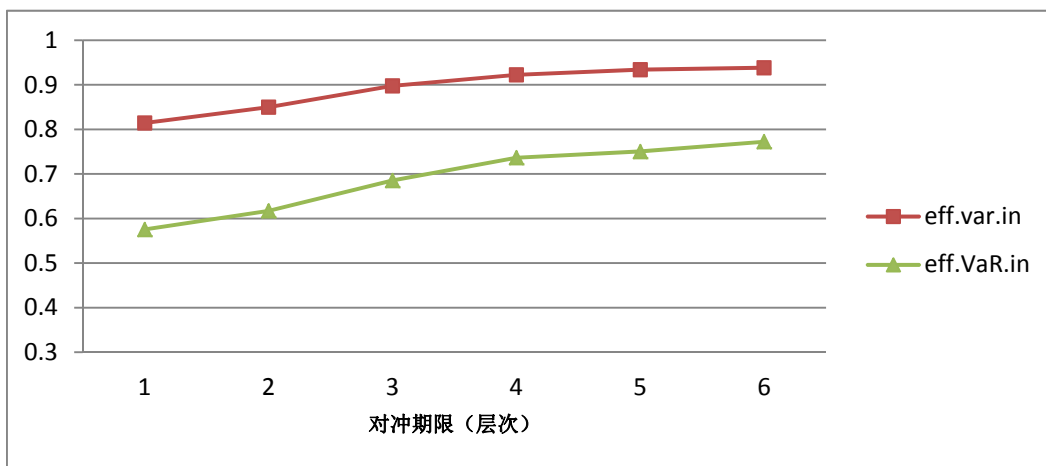


图 3 小波方法样本内对冲效率期限关系图——估计频率等于对冲期限

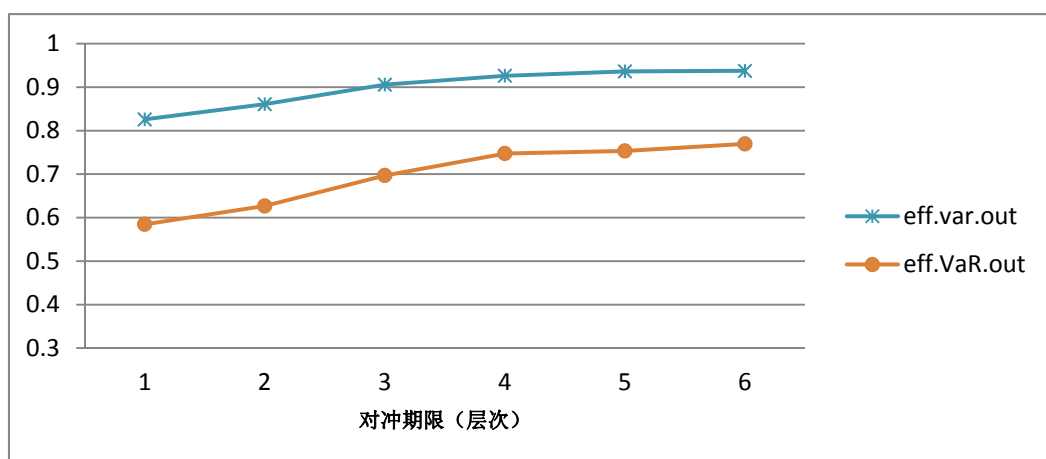


图 4 小波方法样本外对冲效率期限关系图——估计频率等于对冲期限

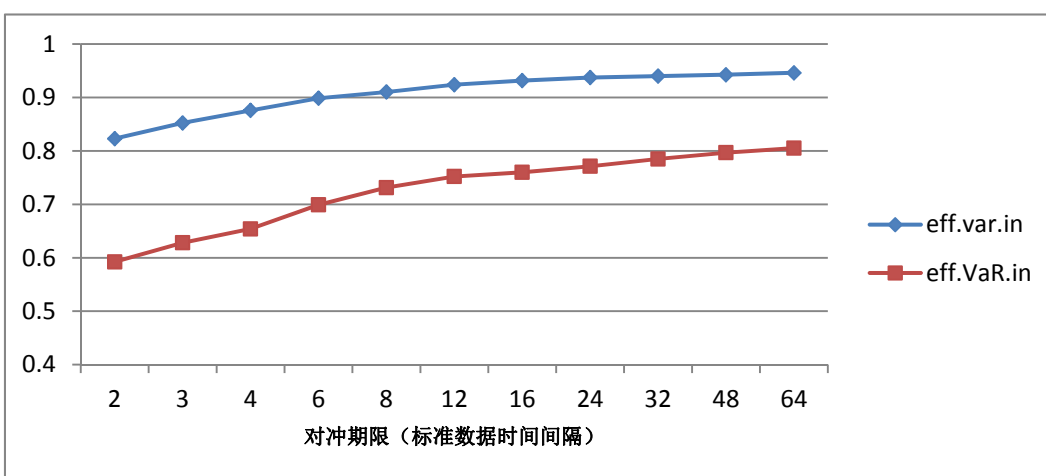


图 5 OLS 法样本内对冲效率期限关系图——最优估计频率

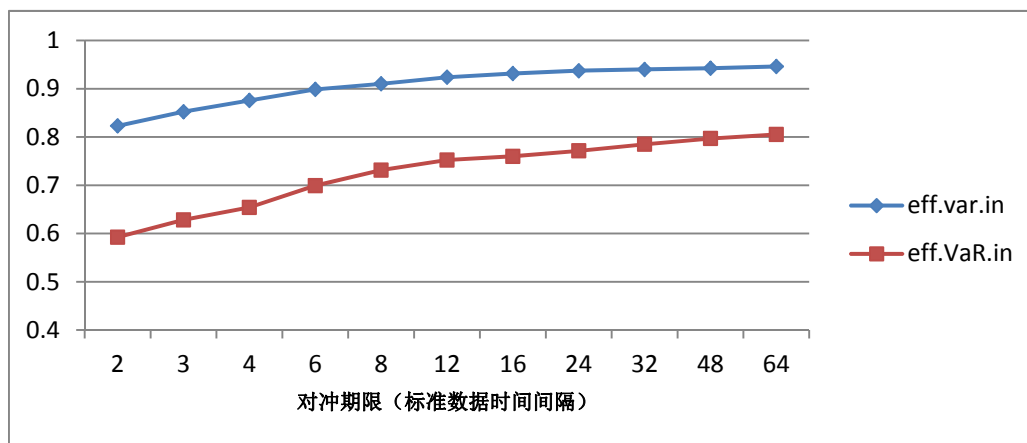


图 6 OLS 法样本外对冲效率期限关系图——最优估计频率

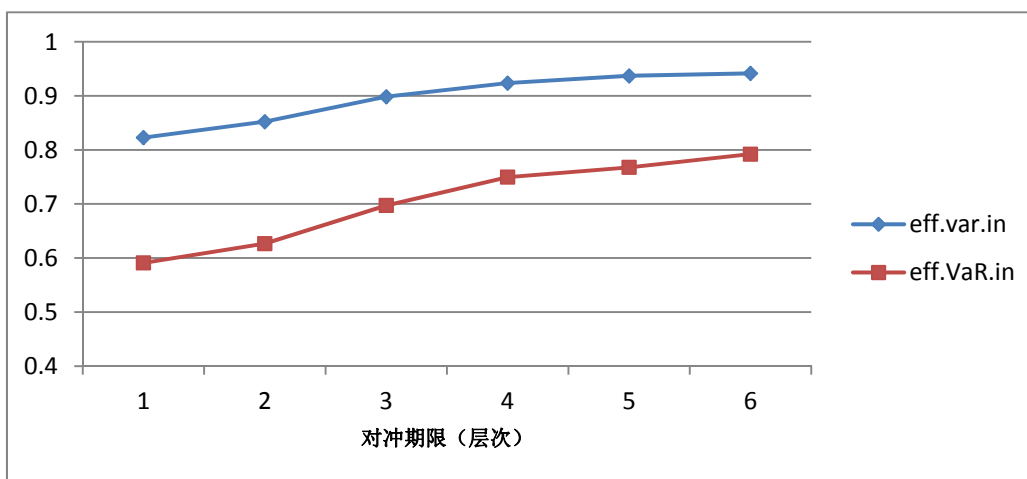


图 7 小波方法样本内对冲效率期限关系图——最优估计频率

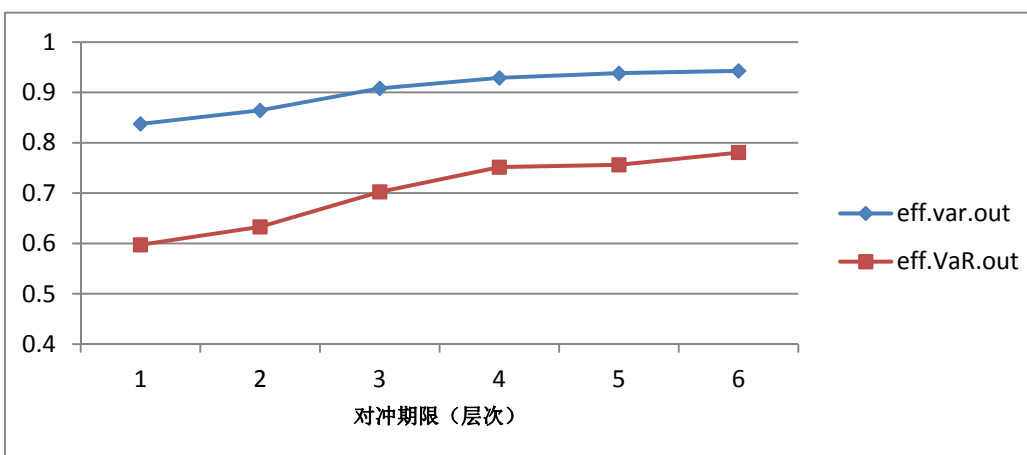


图 8 小波方法样本外对冲效率期限关系图——最优估计频率

由以上 8 个图的结果可看出，对冲期限越长，各对冲效率指标越大。因此，本文认为，不论是令估计频率等于对冲期限，或给定对冲期限选择最优的估计频率，小波方法和 OLS 法的结果均表明，在中国沪深 300 股指期货市场，不同期限的投资者根据最小化方差所做出的对冲行为不同。

具有特定期限对冲需求的投资者，其对冲标的期限一般是固定的，所以，即使本文得到对冲效率与对冲期限正相关的结果，也并不代表投资者可以通过改变对冲期限来获得更高的对冲效率。

在估计频率等于对冲期限下，本文得到的各指标与对冲期限正相关结果，与国内外多数文献结论相同；但与多数文献结果有较大不同的是，在所有情况下，对冲效率在长期下均未趋于 1。本文认为，这可能和实证选用的原始数据频率及市场有关。第一，从数据频率角度看，本文使用的原始数据为 15 分钟高频数据，计算对冲效率使用的收益率信息频率对应对冲期限，计算对冲比率使用的信息频率为估计频率，由于每个单位时间间隔代表 15 分钟，从而最大的对冲期限和最低的估计频率对应 $64 \times 15 = 960$ 分钟，大概 4 个交易日。因此，本文体现的对冲效率水平，是比其他文献更短对冲期限的结果。第二，从市场角度看，由于沪深 300 股指期货市场相比于国内外成熟期货市场，投资者较不理性，市场中充斥了更多噪声。基于 Benet(1992)^[3]的噪声解释，当市场中存在较多噪声时，市场未能反应出真实的相关性，从而导致对冲比率估计不准确，对冲效率水平下降。

此外，通过观察以上各对冲效率指标的期限关系图，可发现，在相同对冲期限下，VaR 对冲效率均小于方差对冲效率。本文认为，这可能与无参数 VaR 体现了收益率的整体分布特征，包含高阶矩有关，如偏度、峰度。在其他条件不变时，峰度增加，会引起两边尾部“变厚”，从而，相同显著性水平下的分位点变小，相应的 VaR 则会增加。若偏度增加，则相同显著性水平下的分位点可能变大，也可能不变，例如，只有中心轴部分发生偏离，则两边尾部的累积概率可能没有太大变化，只有当选取的显著性水平达到发生变化的尾部时，分位点才可能变化，使得 VaR 减少；且即使偏度增加引起分位点变大，其变化幅度也没有像峰度增加引起的分位点减小多。所以，在考虑高阶矩变化引起的 VaR 变化时，以峰度变化为主。以上是偏度、峰度变化对 VaR 大小的影响分析，下面本文将试图解释并验证，为何相同期限下，VaR 对冲效率小于方差对冲效率。在相同条

件下，方差对冲效率衡量了对冲引起的组合方差减少，若对冲不会改变组合的其他分布特征，如高阶矩，则 VaR 对冲效率也应同样体现组合方差的减少。这也是最小方差对冲模型的假设条件之一：资产收益率来自多元椭圆分布，即“尖峰”资产加入组合后，不会引起峰度的变化 (Harris, Shen, 2006^[21])。但若对冲后，组合的其他分布特征发生变化，则 VaR 对冲效率就会反应出这部分变化。因此，本文认为，可能是由于对冲后，组合的偏度和峰度发生变化，从而导致 VaR 对冲效率小于方差对冲效率。以下，本文则验证对冲后，组合的偏度、峰度是否发生变化：

表 2 OLS 方法各期限组合偏度及峰度增加值

interval	Δ skew. in	Δ kurt. in	Δ skew. out	Δ kurt. out
1	-0.0568	0.0777	-0.1244	-0.0816
2	0.0871	0.3583	0.0665	0.2948
3	0.2494	0.2701	0.2575	0.6159
4	0.3683	0.5915	0.3972	1.0255
6	0.4807	0.4756	0.4895	0.9916
8	0.4596	0.5132	0.4348	0.9439
12	0.4745	0.3981	0.3990	0.6574
16	0.4376	0.4274	0.3339	0.5716
24	0.4139	0.3936	0.2686	0.4734
32	0.4761	0.5092	0.3410	0.7602
48	0.5822	-0.0249	0.3519	0.2312
64	0.5461	-0.1461	0.3919	0.0496

表 3 小波方法各期限组合偏度及峰度增加值

level	Δ skew. in	Δ kurt. in	Δ skew. out	Δ kurt. out
1	0.0844	0.3840	0.0523	0.3402
2	0.2550	0.3402	0.2468	0.6422
3	0.4705	0.5606	0.4719	0.9167
4	0.4783	0.4341	0.3900	0.6918
5	0.4335	0.4567	0.2911	0.5637
6	0.5690	0.0277	0.4031	0.3232

由表 2 和表 3 可看出, OLS 方法和小波方法下, 各对冲期限的组合峰度基本增加; 虽然组合偏度也有所增加, 但其增加幅度基本小于峰度的增加程度。由上文分析可知, 在相同变化程度下, 峰度增加对分位点的影响大于偏度, 从而认为, 本文各期限下的组合收益率基本体现了峰度增加的影响, 即其他条件不变时, 分位点减小, VaR 增加, 也称尾部风险增加。所以, 实际 VaR 对冲效率就体现了组合方差风险减小和尾部风险增加两种效应, 造成 VaR 对冲效率小于方差对冲效率。

以上是本文关于对冲期限与对冲效率关系的验证结果, 表明不同对冲期限下的对冲效率不同, 从而说明不同期限的投资者根据最小化方差所做出的对冲行为不同。基于此结果, 以下本文对小波方法和 OLS 法在不同期限下的对冲表现优劣关系进行研究, 为具有不同期限对冲需求的投资者, 以样本外对冲效率最优为标准, 进行估计方法的决策提供依据。

5.3 小波方法与数据频率匹配法结合 OLS 法的对冲效率比较

本部分主要是验证小波方法在长期对冲下, 相比于数据频率匹配法结合 OLS 法, 是否将有更好的对冲效果。主要是基于 5.2 的结果, 通过研究小波方法和 OLS 法的样本外对冲效率比值与对冲期限的关系来进行验证。以下按估计频率的不同取法进行实证分析:

5.3.1 估计频率等于对冲期限

首先参照一般文献的做法, 比较各期限下两种方法的对冲效率大小, 考察两

种方法优劣与期限的大致关系；其次，通过定义相对对冲效率指标，将小波方法的相对优势量化，进行实证分析。

(1) 对冲效率均值大小

表 4 中的“level”代表小波方法分解层次，即对应标准对冲期限 2、4、8、16、32、64；“eff.var.out, eff.VaR.out”分别代表样本外方差对冲效率和 VaR 对冲效率。其中，两种方法的对冲效率均使用数据频率匹配法进行计算，以统一标准。

表 4 估计频率等于对冲期限下小波方法与 OLS 法的对冲效率均值大小

level		1	2	3	4	5	6
eff. var. out	OLS	0.8361	0.8626	0.9063	0.9266	0.9351	0.9361
	小波	0.8259	0.8608	0.9058	0.9262	0.9362	0.9374
eff. VaR. out	OLS	0.6003	0.6317	0.6983	0.7472	0.7516	0.7654
	小波	0.5846	0.6269	0.6970	0.7473	0.7532	0.7694

从表 4 的效率均值大小可看出，当估计频率等于对冲期限时，不论以方差减少率或 VaR 减少率衡量样本外对冲效率，小波方法在长期对冲下，均有更好的对冲表现，验证了本文的预期。这和一般文献提到的实证结果一致，如，In & Kim(2006a)^[7]，王春峰等(2009)^[45]。但他们计算对冲效率时未统一标准，且只考虑了方差对冲效率。因此，就对冲效率指标方面，本文的实证结果更为可信。

(2) 相对对冲效率指标

由于两种方法的优劣关系，重点在于对冲效率的大小关系，而非具体数值。所以，本文通过构建相对对冲效率指标，将小波方法的相对优势量化，进行研究。即将相同对冲期限的小波方法对冲效率除以 OLS 法的对冲效率。以下考虑两种结果，即对冲效率均值的比值和各窗口比值的均值。

表 5 估计频率等于对冲期限下小波方法的相对对冲效率——均值求比

level	1	2	3	4	5	6
eff. var. out	0.9878	0.9979	0.9994	0.9996	1.0011	1.0014
eff. VaR. out	0.9738	0.9924	0.9981	1.0002	1.0021	1.0053

表 6 估计频率等于对冲期限下小波方法的相对对冲效率——比值求均值

level	1	2	3	4	5	6
eff. var. out	0.9877	0.9978	0.9994	0.9995	1.0011	1.0014
eff. VaR. out	0.9741	0.9926	0.9981	1.0003	1.0026	1.0060

由表 5 和表 6 的结果可看出, 在对冲期限较长时, 小波方法的相对对冲效率大于 1, 即验证了小波方法在长期对冲下具有更好的对冲表现, 这和一般的实证结果一致。而且通过观测数值的变化趋势, 本文发现, 随着期限延长, 小波方法的相对优势也逐渐增加。根据 5.2 的实证结果, 小波方法和 OLS 法的对冲效率均随对冲期限的增加而增加, 而在长期对冲下, 小波方法的相对对冲效率又大于 1。所以, 长期对冲下, 小波方法相对对冲效率的提高, 意味着, 期限增加, 小波方法效率提高的程度大于 OLS 法。本文认为, 这和小波方法长期对冲效率高于 OLS 法的原因一样, 均是由小波方法在低频信息提取和信息使用两方面的优势造成的。当估计频率等于对冲期限, 长期对冲使用相应频率的低频数据进行估计。长期对冲, 需要对冲的风险主要体现信号的影响; 而小波方法提取的低频信息相比于数据频率匹配法, 具有更多的信号。根据 Benet(1992)^[3]的噪声解释, 在对冲期限较长时, 随期限的增加, 市场的信号含量增加, 对冲效率将会提高。此时, 小波方法利用更低频, 即更多的信号进行估计, 将会反应并扩大这种对冲效率的提高; 而数据频率匹配法提取的更低频信息不一定就含有更多信号, 其随机性较大, 尤其是本文的研究期限较短, 所以其未必能完全反应出这部分的对冲效率提高。因此, 当对冲期限延长, 小波方法对冲效率的提高将大于 OLS 法。从信息使用程度角度看, 期限越长, 小波方法提取更低频信息时, 仍利用了原始高频数据的全部信息; 而数据频率匹配法由于直接利用取点获得低频数据, 进一步丧失了信息, 从而使得 OLS 法的对冲比率估计准确性提高小于小波方法, 因

此，其对冲效率的提高也将小于小波方法。

5.3.2 给定对冲期限选择最优的估计频率

本部分与 5.3.1 的处理方法类似，差别在于使用的效率值不同，即利用 5.2 中选择最优估计频率后的样本外对冲效率结果。

(1) 对冲效率均值大小

表 7 最优估计频率下小波方法与 OLS 法的对冲效率均值大小

level		1	2	3	4	5	6
eff. var. out	OLS	0.8371	0.8642	0.9075	0.9280	0.9372	0.9417
	小波	0.8375	0.8645	0.9081	0.9290	0.9382	0.9428
eff. VaR. out	OLS	0.5978	0.6325	0.7001	0.7494	0.7537	0.7763
	小波	0.5973	0.6329	0.7024	0.7516	0.7561	0.7806

根据表 7 的实证结果，本文发现，即使在给定对冲期限下选择最优的估计频率后，小波方法在长期对冲下，仍比 OLS 法具有更高的对冲效率，再次验证了本文的预期。此时，由于 OLS 法和小波方法均选择了可能令其对冲效率最高的估计频率。所以，相同期限下，两种方法估计对冲比率使用的信息频率可能不同，但可认为是信号含量接近的信息。因此，在这种情况下，小波方法对冲表现优于 OLS 法，则主要体现了信息使用程度的优势。

(2) 相对对冲效率指标

表 8 最优估计频率下小波方法的相对对冲效率——均值求比

	1	2	3	4	5	6
eff. var. out	1.0005	1.0003	1.0007	1.0010	1.0010	1.0012
eff. VaR. out	0.9992	1.0007	1.0034	1.0030	1.0032	1.0054

表 9 最优估计频率下小波方法的相对对冲效率——比值求均值

	1	2	3	4	5	6
eff. var. out	1.0005	1.0004	1.0007	1.0010	1.0010	1.0012
eff. VaR. out	0.9993	1.0009	1.0038	1.0034	1.0035	1.0060

表 8 和表 9 的结果,可以更直观地体现,在长期对冲下,小波方法仍比 OLS 法具有更好的对冲表现。而且,与表 5 和表 6 的结果类似,小波方法的相对对冲效率指标仍呈现递增的趋势。此时,由于小波方法和 OLS 均选择了令上期样本外对冲效率最高的估计频率,因此,可以认为,相同期限下,两种方法使用的信息信号含量接近。所以,在长期对冲下,两种方法都应体现市场噪声减少带来的对冲效率提高。但由于 OLS 法仍然通过取点获得低频数据,所以,OLS 法对冲效率提高的程度不如小波方法,从而导致小波方法的相对对冲效率提高。

5.3.3 小结

上述实证结果表明,无论令估计频率等于对冲期限,或在给定对冲期限下选择最优的估计频率,基于方差对冲效率和 VaR 对冲效率,在长期对冲下,小波方法均比 OLS 法有更好的对冲表现,验证了本文的预期。同时,基于效率比值的变化,本文还发现,随着对冲期限的增加,小波方法对冲效率高于 OLS 法的程度也会增加。以上结果表明,基于样本外对冲效率最优,具有较长期限对冲需求的投资者应该选择小波方法进行估计。

基于上述分析,本文认为,小波方法相对对冲效率的增加与小波方法长期对冲效率相对较高一样,也与低频信息提取和信息使用程度的差异有关。为了能更好地理解小波方法的优势,从而进行利用,本文在下部分将对预期的两个原因进行验证。

5.4 小波方法长期对冲效率相对较高的原因

本部分主要是对小波方法在长期对冲下,对冲效率高于数据频率匹配法结合 OLS 法的原因进行解释及验证。根据 3.5.3 的分析,本文认为,其主要原因是小波方法在低频信息提取和信息使用程度两方面的优势,以下分别就 3.5.3 提到的验证内容进行实证分析。

5.4.1 低频信息提取

本部分主要验证以下几方面内容：小波方法提取出的不同频率数据，其噪声含量随频率降低而减小；数据频率匹配法下，噪声含量也有递减的趋势，但不如小波方法明显；长期中，需要对冲的风险主要体现信号的影响，但这本质就是数据频率匹配法下的噪声含量递减趋势；相同频率下，小波方法得到的低频数据具有更多的信号含量。

(1) MRA

MRA 显示的结果，即为小波方法从原始高频数据中分解出的不同频率数据，且各序列长度与原序列相同。本部分主要是验证 MRA 不同尺度数据的噪声含量关系。图 9 和图 10 分别代表全样本沪深 300 指数收益率 s 和沪深 300 股指期货收益率 f 的 MRA。其中，“original”代表原始（1 单位标准时间间隔，15 分钟）收益率序列，“D1~D6”代表收益率的各尺度小波细节，“S6”代表小波平滑。从图中可看出，随着尺度（层次）增加，即频率降低，现货和期货收益率的 MODWT 小波细节均更加平滑，意味着序列中有更多的噪声被消除，更加体现了序列的长期趋势。所以，基于 MRA 结果，小波方法提取出噪声含量递减的低频数据解释得以验证。

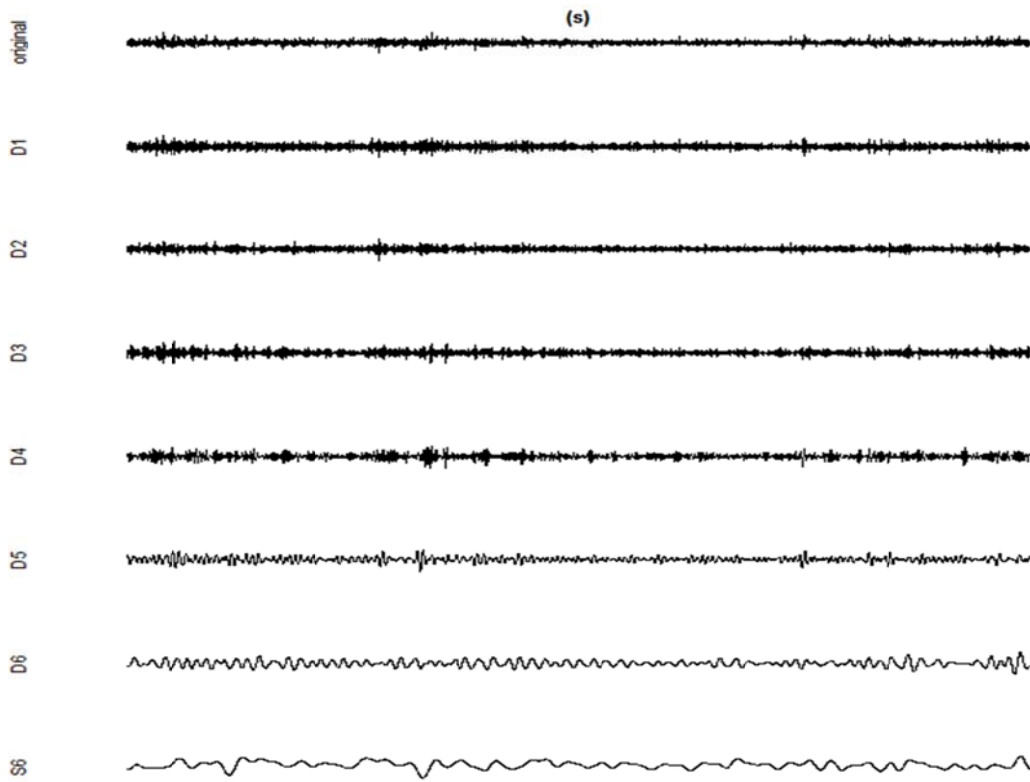


图 9 全样本沪深 300 指数收益率 s 的 MRA

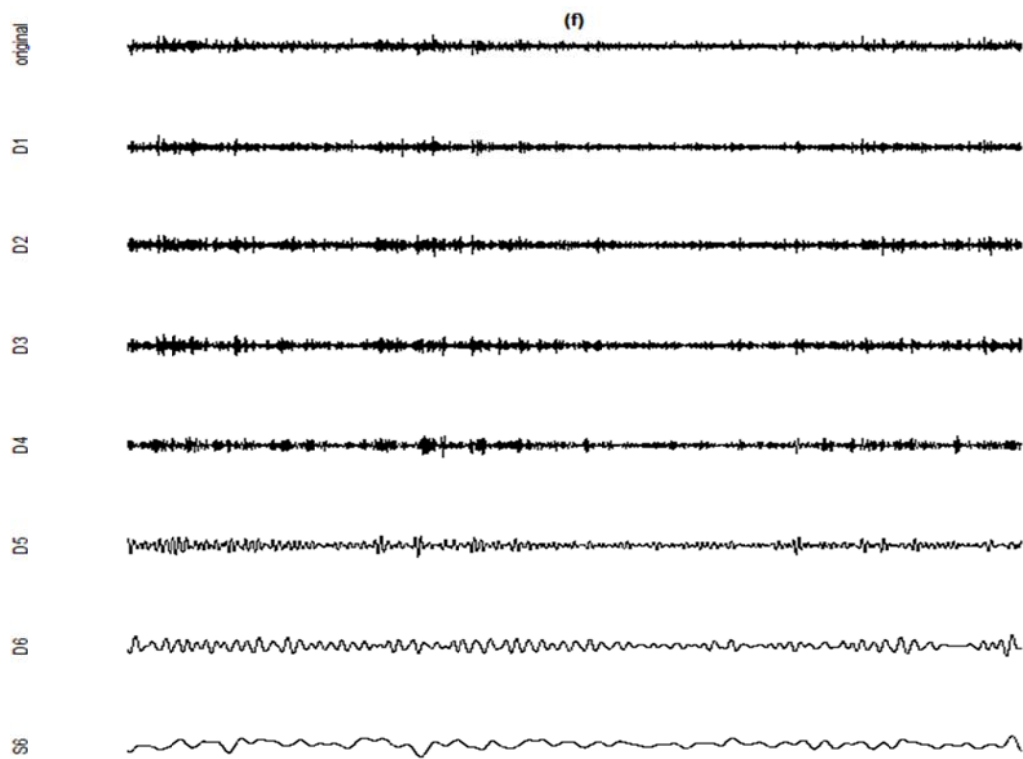


图 10 全样本沪深 300 股指期货收益率 f 的 MRA

(2) 峰度

本部分以代表过度偏离均值的峰度作为噪声的近似指标，分别验证小波方法和 OLS 法的现货、期货收益率峰度值与信息频率的关系；并将两者进行对比。表 10 中的“interval”代表数据的标准时间间隔，表 11 中的“level”代表小波方法分解层次，两者越大，代表信息频率越低。

表 10 OLS 法现货期货峰度均值

interval	s. kurt	f. kurt
2	4.5052	5.8701
4	4.6156	5.9798
8	4.3959	4.9278
16	4.0816	4.3611
32	3.6574	3.8873
64	3.1211	3.1574

表 11 小波方法现货期货峰度均值

level	s. kurt	f. kurt
1	4.0302	5.4619
2	3.9782	4.7645
3	3.6930	4.2727
4	3.6850	3.9133
5	3.4891	3.5978
6	2.4125	2.4255

由表 10 可看出，现货和期货收益率峰度大致递减，验证了数据频率匹配法下，不同频率数据的噪声含量具有递减的趋势。而表 11 的结果则表明，小波方法亦提取出噪声含量递减的不同尺度数据。将表 10 与表 11 进行对比，本文发现，小波峰度严格递减，而数据频率匹配法的峰度虽有递减趋势，但会出现波动，验证了数据频率匹配法下噪声含量变动随机性较大的解释。此外，根据数值大小，

小波方法峰度下降的幅度大于数据频率匹配法，尤其是最后一个尺度。在使用相同的原始高频数据下，两种方法的初始信号含量相同，从而验证了小波方法得到的低频数据将比数据频率匹配法具有更多的信号。

(3) 估计频率与对冲效率关系

5.4.1(1)和(2)，主要是通过定义噪声，进行低频信息提取解释的验证。其中，MRA 将序列中的波动视为噪声，而峰度则把过度偏离均值看成噪声的反映。但实际中，噪声究竟应如何定义，并没有明确的说法。因此，本部分，主要通过研究估计频率与对冲效率的关系，从侧面对小波方法低频信息提取优势的验证。验证的前提假设是，若对信号进行对冲，则使用信号含量更高的数据，将得到更好的对冲效率。由于本文主要研究小波方法在长期对冲下的优势，所以，本部分只考虑对冲期限为 16、32、64 个单位时间间隔的三种情况，以下直接以层次 4、5、6 表示。图 11~16 中的横坐标对应估计频率，以小波方法分解层次表示：

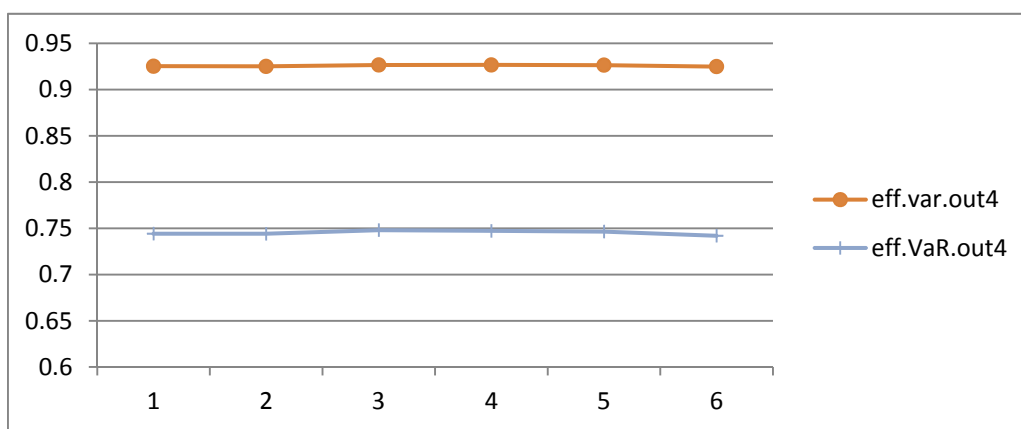


图 11 OLS 法对冲效率与估计频率关系图——对冲期限层次 4

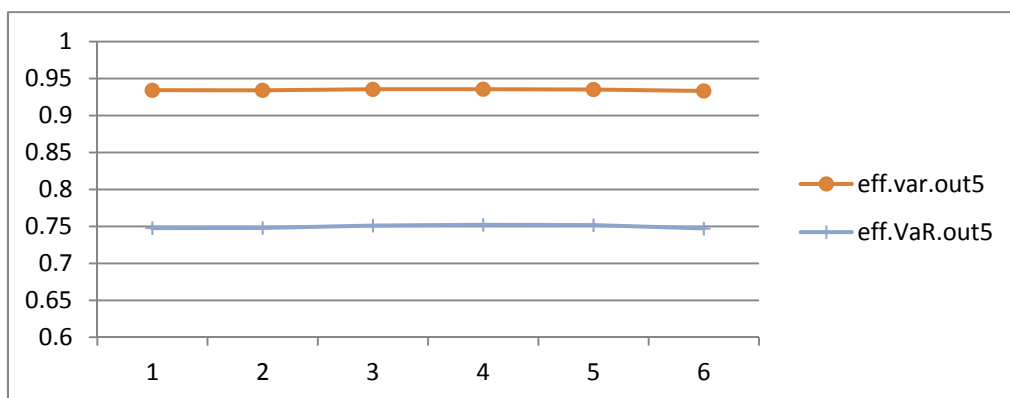


图 12 OLS 法对冲效率与估计频率关系图——对冲期限层次 5

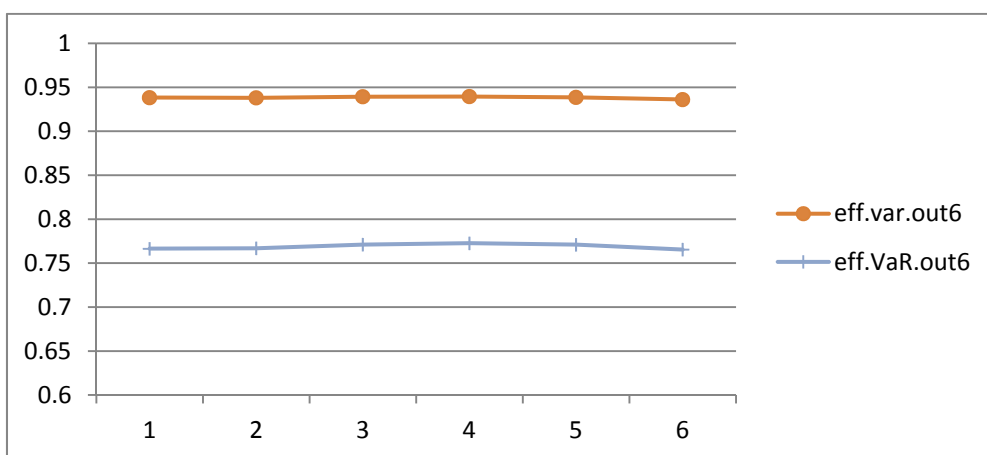


图 13 OLS 法对冲效率与估计频率关系图——对冲期限层次 6

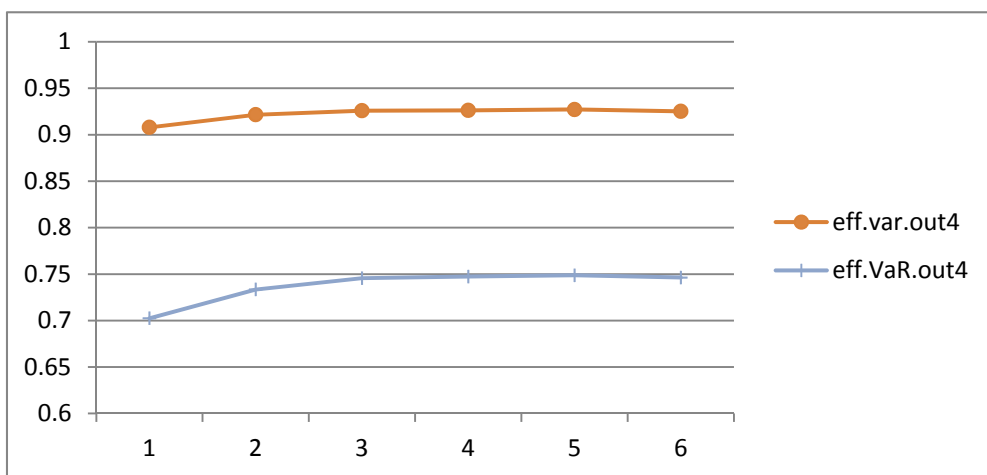


图 14 小波方法对冲效率与估计频率关系图——对冲期限层次 4

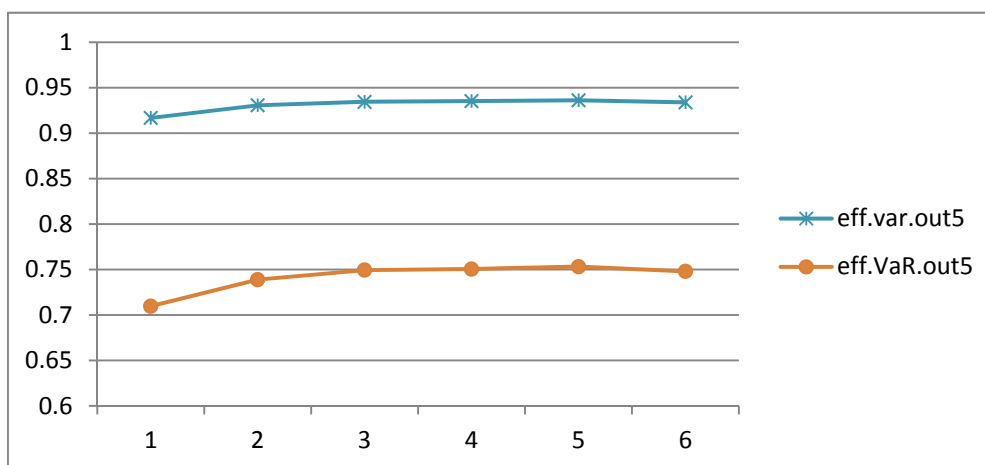


图 15 小波方法对冲效率与估计频率关系图——对冲期限层次 5

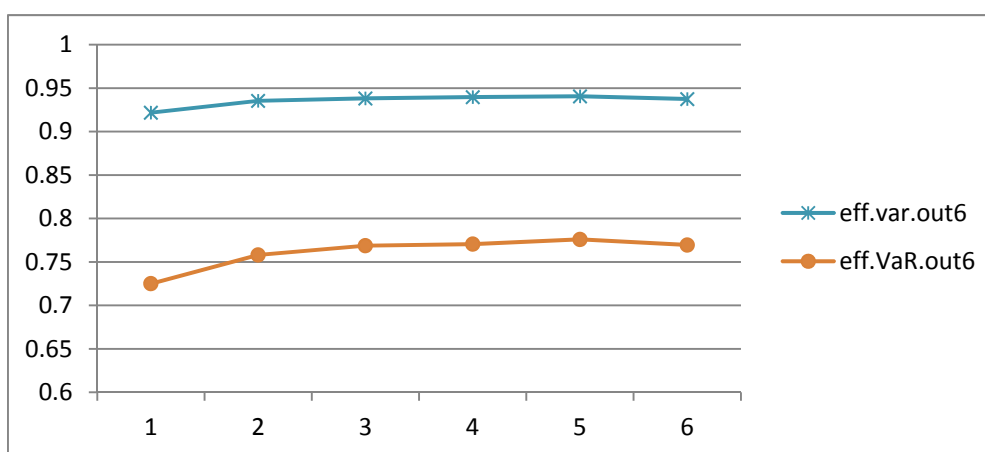


图 16 小波方法对冲效率与估计频率关系图——对冲期限层次 6

通过观察图 11~13，本文发现，OLS 方法下，估计频率对对冲效率的影响不大，这与本文预期的 OLS 方法下噪声含量也具有递减的趋势矛盾。但本文认为，这主要是由于本文使用的原始数据为 15 分钟高频数据，所以，每个层次估计频率的变动单位很小；而且，将噪声的影响反应到对冲效率上，本身可能使得其影响大小下降，从而导致 OLS 方法下，对冲效率与估计频率的关系变得更加不明显。与 OLS 方法不同，图 14~16 表明，小波方法下，固定对冲期限，使用越低频的数据进行估计，对冲效率越高，即验证了小波方法提取出的不同序列，其噪声含量随频率降低而下降。将图 11~13 与图 14~16 相同期限下的曲线走势进行对比，即验证了，数据频率匹配法噪声变动更具有随机性，下降趋势不如小波方法明显；而且其噪声减少程度亦小于小波方法，从而，在使用相同的原始高频数据

下，即代表了小波方法得到的低频数据比数据频率匹配法具有更多的信号。

(4) 估计频率与相对对冲效率关系

上述几种验证方法，均将小波方法和 OLS 法分开，验证其内在机制，本部分则直接利用相对对冲效率指标，验证，是否是由于低频信息提取的差异而导致方法的优劣关系。此部分仍是基于对冲效率对低频信息提取解释进行侧面验证。主要通过研究给定对冲期限下，小波方法的相对对冲效率与估计频率的关系，进行验证。与 5.3 的处理方法类似，这里也考虑效率均值的比值，和比值的均值。表 12~15 中的对冲期限与估计频率，均以小波方法分解层次表示：

表 12 小波方法相对方差对冲效率——均值求比

对冲期限 估计频率	1	2	3	4	5	6
1	0.9878	0.9868	0.9835	0.9813	0.9815	0.9824
2	0.9985	0.9979	0.9970	0.9962	0.9964	0.9971
3	0.9995	0.9994	0.9994	0.9993	0.9990	0.9987
4	1.0008	1.0004	0.9998	0.9996	0.9996	1.0001
5	0.9979	0.9986	0.9997	1.0008	1.0011	1.0021
6	0.9995	0.9996	1.0002	1.0004	1.0008	1.0014

表 13 小波方法相对 VaR 对冲效率——均值求比

对冲期限 估计频率	1	2	3	4	5	6
1	0.9738	0.9684	0.9538	0.9440	0.9493	0.9459
2	1.0030	0.9924	0.9866	0.9858	0.9881	0.9884
3	1.0021	0.9985	0.9981	0.9969	0.9976	0.9969
4	1.0026	0.9995	0.9963	1.0002	0.9980	0.9972
5	0.9951	0.9973	1.0026	1.0031	1.0021	1.0063
6	0.9969	1.0010	1.0026	1.0058	1.0012	1.0053

表 14 小波方法相对方差对冲效率——比值求均值

对冲期限 估计频率	1	2	3	4	5	6
1	0.9877	0.9867	0.9834	0.9812	0.9815	0.9824
2	0.9985	0.9978	0.9969	0.9962	0.9964	0.9971
3	0.9995	0.9993	0.9994	0.9992	0.9990	0.9987
4	1.0008	1.0005	0.9998	0.9995	0.9996	1.0001
5	0.9980	0.9987	0.9997	1.0008	1.0011	1.0021
6	0.9996	0.9998	1.0002	1.0004	1.0008	1.0014

表 15 小波方法相对 VaR 对冲效率——比值求均值

对冲期限 估计频率	1	2	3	4	5	6
1	0.9741	0.9689	0.9530	0.9435	0.9493	0.9459
2	1.0035	0.9926	0.9862	0.9855	0.9882	0.9885
3	1.0022	0.9986	0.9981	0.9969	0.9978	0.9970
4	1.0026	0.9996	0.9963	1.0003	0.9984	0.9975
5	0.9951	0.9974	1.0030	1.0033	1.0026	1.0070
6	0.9971	1.0011	1.0029	1.0065	1.0018	1.0060

通过观察以上 4 个表的纵向变化, 本文发现, 在对冲期限较长时, 无论利用均值求比, 或比值求均值, 小波方法的相对方差对冲效率和 VaR 对冲效率在较低的估计频率下, 均大于 1。由于对冲期限较长时, 价格波动主要体现信号的影响; 而给定对冲期限, 估计频率较低时, 小波方法的对冲效率较高, 即反应了小波方法提取的低频信息中含有更多的信号, 验证了低频信息提取的解释。

同时, 通过观察以上 4 个表的横向变化, 本文发现, 当估计频率较低时, 小波方法的相对对冲效率随对冲期限的增加而增加。这其实也反应了小波方法提取的低频信息中具有更多的信号。根据 Benet(1992)^[3]的解释, 当对冲期限增加, 市场有更多信息到达, 价格不确定性减小; 且市场的噪声影响减小, 从而, 对冲

效率将会提高。根据 Geppert(1995)^[5]的协整解释,当对冲期限增加,现货和期货价格中共同的永久性因子方差无限大,暂时因子方差收敛,从而对冲效率也将提高。因此,不论是 Benet(1992)^[3]或 Geppert(1995)^[5]的解释,都认为对冲期限延长,对冲效率将会提高。此时,小波方法的相对对冲效率大于 1,且逐渐增加,意味着,小波方法对冲效率提高的程度大于 OLS 法。在估计频率较低时,小波方法主要提取出信号,反应了对冲期限增加引起的对冲效率增加;而 OLS 法提取的低频数据中可能仍含有较多噪声,从而无法完全反应对冲期限增加引起的对冲效率增加。因此,当估计频率较低时,小波方法的相对对冲效率随对冲期限的增加而增加,也侧面验证了小波方法提取的纯粹信号更加有效。

5.4.2 信息使用程度

本部分主要验证,在给定估计频率和对冲期限下,若原始高频数据的频率降低,小波方法的对冲效率是否下降。由于在给定估计频率和对冲期限下,OLS 法的对冲效率大小不变,所以,若原始高频数据的频率降低,小波方法的对冲效率下降,则小波方法的相对对冲效率也会下降,即验证了小波方法优于 OLS 法,与其信息使用程度的优势有关。本文共考虑 6 种对冲期限、6 种估计频率,而每种估计频率又有不同的初始取点方式,最后的实证结果基本相似,此处只给出长期对冲下的结果。由于本部分涉及初始数据频率的不同,所以,直接以对冲期限对应的标准时间间隔表示,而不采用小波方法分解层次。以表 16 为例,对冲期限为 16 单位时间,考虑 4~64 五种信息频率进行对冲比率的估计;由于小波方法分解的尺度为二进制,所以,当估计频率为 4 时,可以利用 1 单位时间间隔数据,即取点频率为 1 的数据,进行 2 层分解;或利用 2 单位时间间隔数据,即取点频率为 2 的数据,进行 1 层分解。

表 16 小波方法相对对冲效率——对冲期限 16

	取点频率	1	2	4	8	16	32
估计频率 4	eff. var. out	0.9216	0.9209				
	eff. VaR. out	0.7334	0.7317				
估计频率 8	eff. var. out	0.9258	0.9254	0.9241			
	eff. VaR. out	0.7456	0.7456	0.7424			
估计频率 16	eff. var. out	0.9262	0.9260	0.9258	0.9248		
	eff. VaR. out	0.7473	0.7471	0.7464	0.7436		
估计频率 32	eff. var. out	0.9271	0.9270	0.9268	0.9265	0.9250	
	eff. VaR. out	0.7486	0.7485	0.7479	0.7471	0.7438	
估计频率 64	eff. var. out	0.9251	0.9251	0.9251	0.9249	0.9245	0.9228
	eff. VaR. out	0.7462	0.7462	0.7459	0.7450	0.7438	0.7395

表 17 小波方法相对对冲效率——对冲期限 32

	取点频率	1	2	4	8	16	32
估计频率 4	eff. var. out	0.9307	0.9298				
	eff. VaR. out	0.7389	0.7370				
估计频率 8	eff. var. out	0.9345	0.9341	0.9330			
	eff. VaR. out	0.7494	0.7486	0.7456			
估计频率 16	eff. var. out	0.9352	0.9351	0.9349	0.9338		
	eff. VaR. out	0.7505	0.7505	0.7503	0.7485		
估计频率 32	eff. var. out	0.9362	0.9361	0.9360	0.9355	0.9341	
	eff. VaR. out	0.7532	0.7531	0.7524	0.7517	0.7490	
估计频率 64	eff. var. out	0.9339	0.9339	0.9338	0.9338	0.9333	0.9317
	eff. VaR. out	0.7479	0.7478	0.7481	0.7484	0.7476	0.7441

表 18 小波方法相对对冲效率——对冲期限 64

	取点频率	1	2	4	8	16	32
估计频率 4	eff. var. out	0.9353	0.9345				
	eff. VaR. out	0.7580	0.7556				
估计频率 8	eff. var. out	0.9381	0.9377	0.9367			
	eff. VaR. out	0.7687	0.7668	0.7652			
估计频率 16	eff. var. out	0.9395	0.9395	0.9392	0.9380		
	eff. VaR. out	0.7704	0.7699	0.7694	0.7670		
估计频率 32	eff. var. out	0.9405	0.9405	0.9404	0.9399	0.9385	
	eff. VaR. out	0.7758	0.7755	0.7750	0.7737	0.7727	
估计频率 64	eff. var. out	0.9374	0.9374	0.9373	0.9373	0.9368	0.9354
	eff. VaR. out	0.7694	0.7696	0.7695	0.7688	0.7681	0.7645

根据以上 3 个表的实证结果, 本文发现, 在长期对冲下, 不论使用何种估计频率, 初始数据频率降低, 均导致小波方法样本外对冲效率减小, 验证了本文的预期。即当小波方法使用更高频的数据进行分解时, 将得到更好的对冲效率; 因此, 相同期限下, 小波方法由于利用了更多信息, 而使得其对冲效率高于 OLS 法的解释得以验证。

此外, 通过观察各期限下, 不同估计频率结果的差异, 本文发现, 随着估计频率降低, 小波方法受初始数据频率的影响减小。这其实又间接反应了小波方法在低频信息提取上的优势。即估计频率越低, 小波方法提取的信号含量越纯粹, 从而受初始信息使用程度的影响越小。

5.4.3 小结

上述实证内容, 先从 MRA、峰度、对冲效率大小及相对对冲效率多个角度, 对小波方法和数据频率匹配法提取低频信息的差异进行分析。实证结果表明, 小波方法提取出噪声含量递减的低频数据; 数据频率匹配法下, 不同频率数据的噪声含量同样具有递减的趋势, 但随机性较大; 在估计频率较低时, 小波方法提取出的低频信息具有更多的信号。从而, 验证了小波方法长期对冲效率高于数据频

率匹配法结合 OLS 法的原因，可能与其在低频信息提取上的优势有关。其次，在给定对冲期限和估计频率下，小波方法对冲效率随原始数据频率的降低而减小，验证了小波方法长期对冲效率高于数据频率匹配法结合 OLS 法的第二个原因，即信息使用程度的优势。

根据以上的实证结果，投资者可以进一步进行对冲决策，即以样本外对冲效率最优为衡量标准，对原始数据频率和估计频率进行选择。具有较长期限对冲需求的投资者，在选定小波方法后，应选择更高频的原始数据进行分解，并提取出频率较低的信息估计对冲比率。

第六章 结论与展望

6.1 结论

本文主要对对冲期限与对冲效率的关系及小波方法在长期对冲下的相对表现进行实证研究，得到以下主要结论：

首先，本文利用小波方法和数据频率匹配法结合 OLS 法，在假设市场上不存在期限匹配的期货合约条件下，研究静态对冲效率与对冲标的期限的关系。实证结果表明，不论令估计对冲比率的信息频率等于对冲期限，或根据过去的对冲效率选择最优的估计频率，不同对冲期限下的对冲效率不同，说明具有不同期限对冲需求的投资者根据最小化方差做出的对冲行为不同。

其次，本文在不同对冲期限下，基于相同的对冲效率计算方法，将小波方法与数据频率匹配法结合 OLS 法的样本外对冲效率进行比较。实证结果显示，不论令估计频率等于对冲期限，或根据过去的对冲效率选择最优的估计频率，小波方法在长期对冲下均有更好的对冲表现。

最后，本文对小波方法在长期对冲下对冲效率相对较高的两个可能原因进行分析及验证，即低频信息提取和信息使用程度优势。通过 MRA、研究峰度与信息频率、对冲效率及相对对冲效率指标与估计频率的关系，验证了小波方法能提取出噪声含量较小的低频信息优势；并通过研究原始数据频率与小波方法对冲效率的关系，验证了小波方法在信息使用程度上的优势。

因此，基于以上实证结果，本文认为，当市场上不存在期限匹配的期货合约，且投资者只进行静态对冲时，其应根据自身的对冲期限做出对冲决策。具有长期对冲需求的投资者，应选择小波方法进行估计；而在采用小波方法时，应尽量使用更高频的原始数据进行分解，并提取频率较低的信息进行对冲比率估计。

6.2 研究展望

笔者认为，未来可以从以下几方面进行后续研究：

(1) 对冲期限的延长。沪深 300 股指期货推出的时间较短，可获得的样本量有限，从而导致可研究的最长对冲期限仍然较短。所以，未来可以在可获得更大

样本容量的情况下，进一步研究，验证本文得到的多个结论在更长期限内是否仍然成立。

(2) 对冲目标的完善。由于最小方差对冲比率具有广泛使用性、简易性、一般性、及易于小波方法结合的特征，本文选用 MV 对冲框架进行研究。但未来可以考虑在更加完善的对冲目标下进行实证分析。例如，效用最大化对冲目标，并考虑风险厌恶系数的影响。

(3) 小波系数计算方法的完善。本文采用早期 Mallat(1989)^[55]的金字塔运算方法进行小波系数的估计，但可以考虑一些更新的优化算法；此外，本文采用单个 MODWT，但单个小波可能难以同时具有对称性、正交性和紧支性等性质，因此，可以考虑采用多小波方法，如小波包等。

(4) 小波方法的应用。本文的实证结果表明，小波方法长期对冲效率相对较高的原因，可能与其能够从原序列提取出噪声含量递减的低频数据，且能够利用更多信息有关。因此，本文考虑，能否利用小波方法在这些方面的优势，从市场价格中提取不同噪声含量的信息，用于构建相关指标，如反应长期趋势的基本面信息，和反应市场噪声的投资者情绪指标等，以进行资产定价等方面的研究。

参考文献

- [1] Ederington L.. The hedging performance of the new futures markets[J]. The Journal of Finance, 1979, 34(1): 157-170
- [2] Malliaris A.G., Urrutia J.L.. The impact of the lengths of estimation periods and hedging horizons on the effectiveness of a hedge: evidence from foreign currency futures[J]. The Journal of Futures Markets, 1991, 11(3): 271-289
- [3] Benet B.. Hedge period length and ex-ante futures hedging effectiveness: the case of foreign exchange risk cross hedges[J]. The Journal of Futures Markets, 1992, 12(2): 163-175
- [4] Chen S., Lee C., Shrestha K.. An empirical analysis of the relationship between the hedge ratio and hedging horizon: a simultaneous estimation of the short- and long-run hedge ratios[J]. The Journal of Futures Markets, 2004, 24(4): 359-386
- [5] Geppert J.. A statistical model for the relationship between futures contract hedging effectiveness and investment horizon length[J]. The Journal of Futures Markets, 1995, 15(5): 507-536
- [6] Cotter J., Hanly J.. Hedging: scaling and the investor horizon[J]. Journal of Risk, 2009, 12(2): 49-77
- [7] In F., Kim S.. Multiscale hedge ratio between the Australian stock and futures markets: evidence from wavelet analysis[J]. Journal of Multinational Financial Management, 2006a, 16: 411-423
- [8] In F., Kim S.. The hedge ratio and the empirical relationship between the stock and futures markets: a new approach using wavelet analysis[J]. The Journal of Business, 2006b, 79(2): 799-820
- [9] Conlon T., Cotter J.. An empirical analysis of dynamic multiscale hedging using wavelet decomposition[J]. The Journal of Futures Markets, 2012, 32(3): 272-292
- [10] Johnson L.. The theory of hedging and speculation in commodity futures[J]. The Review of Economic Studies, 1960, 27(3): 139-151
- [11] Howard C.T., D'Antonio L.J.. A risk-return measure of hedging effectiveness[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1984, 19(1): 101-112

- [12] Hsin C., Kuo J., Lee C.. A new measure of compare the hedging effectiveness of foreign currency futures versus options[J]. *The Journal of Futures Markets*, 1994, 14(6): 685-707
- [13] Cecchetti S., Cumby R., Figlewski S.. Estimation of the optimal futures hedge[J]. *The Review of Economics and Statistics*, 1988, 70(4): 623-630
- [14] Brooks et al.. Optimal hedging with higher moments[J]. *The Journal of Futures Markets*, 2012, 32(10): 909-944
- [15] 张龙斌. 基于股指期货的风险管理研究[D]. 天津大学管理学院, 2009
- [16] De Jong et al.. Out-of-sample hedging effectiveness of currency futures for alternative models and hedging strategies[J]. *The Journal of Futures Markets*, 1997, 17(7): 817-837
- [17] Lien D., Tse Y.. Hedging downside risk: futures vs. options[J]. *International Review of Economics and Finance*, 2001, 10: 159-169
- [18] Demirer R., Lien D.. Downside risk for short and long hedgers[J]. *International Review of Economics and Finance*, 2003, 12: 25-44
- [19] 孙艳, 何建敏. 基于 LPM 的多尺度最优套期保值比率[J]. *系统工程*, 2012, 30(6): 53-58
- [20] Chen S., Lee C., Shrestha K.. On a mean-generalized semivariance approach to determining the hedge ratio[J]. *The Journal of Futures Markets*, 2001, 21(6): 581-598
- [21] Harris R.D., Shen J.. Hedging and value at risk[J]. *The Journal of Futures Markets*, 2006, 26(4): 369-390
- [22] Conlon T., Cotter J.. Downside risk and the energy hedger's horizon[J]. *Energy Economics*, 2013, 36: 371-379
- [23] Chen S., Lee C., Shrestha K.. Futures hedge ratios: a review[J]. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 2003, 43: 433-465
- [24] Harris R.D., Shen J.. Robust estimation of the optimal hedge ratio[J]. *The Journal of Futures Markets*, 2003, 23(8): 799-816
- [25] Lien D.. A note on the performance of regime switching hedging strategy[J]. *The Journal of Futures Markets*, 2012b, 32(4): 389-396
- [26] Junkus J., Lee C.. Use of three stock index futures in hedging decisions[J]. *The Journal of Futures Markets*, 1985, 5(2): 201-222
- [27] Lindahl M.. Minimum variance hedge ratios for stock index futures: duration and expiration

- effects[J]. *The Journal of Futures Markets*, 1992, 12(1): 33-53
- [28] Myers R., Thompson S.. Generalized optimal hedge ratio estimation[J]. *American Journal of Agricultural Economics*, 1989, 71(4): 858-868
- [29] Grammatikos T., Saunders A.. Stability and the hedging performance of foreign currency futures[J]. *The Journal of Futures Markets*, 1983, 3(3): 295-305
- [30] Ghosh A.. Hedging with stock index futures: estimation and forecasting with error correction model[J]. *The Journal of Futures Markets*, 1993, 13(7): 743-752
- [31] Chou et al.. Hedging with the Nikkei index futures: the conventional model versus the error correction model[J]. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 1996, 36(4): 495-505
- [32] Lien D., Luo X.. Estimating multiperiod hedge ratios in cointegrated markets[J]. *The Journal of Futures Markets*, 1993, 13(8): 909-920
- [33] Liu W.. Estimating optimal hedge ratio and hedge effectiveness via fitting the multivariate skewed distributions. Working Paper, 2011
- [34] Holmes P.. Stock index futures hedging: hedge ratio estimation, duration effects, expiration effects and hedge ratio[J]. *Journal of Business Finance & Accounting*, 1996, 23(1): 63-77
- [35] Lien D., Shrestha K.. An empirical analysis of the relationship between hedge ratio and hedging horizon using wavelet analysis[J]. *The Journal of Futures Markets*, 2007, 27(2): 127-150
- [36] Juhl T., Kawaller I., Koch P.. The effect of the hedge horizon on optimal hedge size and effectiveness when prices are cointegrated[J]. *The Journal of Futures Markets*, 2012, 32(9): 837-876
- [37] 王欣, 刘彦初, 方兆本. 股指期货套期保值率的小波分析方法[J]. *预测*, 2009, 28(6): 60-75
- [38] Howard C.T., D'Antonio L.J.. A risk-return measure of hedging effectiveness: a reply[J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1987, 22(3): 377-381
- [39] Lai Y., Sheu H.. The incremental value of a futures hedge using realized volatility[J]. *The Journal of Futures Markets*, 2010, 30(9): 874-896
- [40] Lien D.. A note on utility-based futures hedging performance measure[J]. *The Journal of Futures Markets*, 2012a, 32(1): 92-98
- [41] Benartzi S., Thaler R.. Myopic loss aversion and the equity premium puzzle[J]. *Quarterly*

Journal of Economics, 1995, 110: 75-92

[42] 高勇, 黄登仕, 蒋玉石. 基于分解模型的多期限期货合约套期保值绩效研究[J]. 统计与决策, 2008, 17: 125-127

[43] Maharaj et al.. Wavelet estimation of asymmetric hedge ratios: does econometric sophistication boost hedging effectiveness?[J]. International Journal of Business and Economics, 2008, 7(3): 213-230

[44] Chen D., Chen W., Chuang C.. Multiscale hedge ratio between Taiwan stock and futures index: an application of wavelet analysis[J]. Investment Management and Financial Innovations, 2009, 6(1): 217-230

[45] 王春峰, 张龙斌, 房振明. 股指期货对冲比率和对冲期限关系的多尺度研究[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(1): 6-12

[46] Kane A.. Skewness preference and portfolio choice[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1982, 17(1): 15-25

[47] Boyer B., Mitton T., Vorkink K.. Expected idiosyncratic skewness[J]. Review of Financial Studies, 2010, 23(1): 169-202

[48] Tan D., Henker J.. Idiosyncratic volatility and retail investor preferences in the Australian market. 23rd Australasian Finance and Banking Conference 2010 Paper

[49] Cotter J., Hanly J.. Reevaluating hedging performance[J]. The Journal of Futures Markets, 2006, 26(7): 677-702

[50] Jorion P.. Value at risk : the new benchmark for managing financial risk/Philippe Jorion.-2nd ed.[M]. McGraw-Hill, 2000

[51] Percival D., Walden A.. Wavelet methods for time series analysis[M]. Cambridge University Press, 2000

[52] Masih M., Alzahrani M., Al-Titi O.. Systematic risk and time scales: new evidence from an application of wavelet approach to the emerging Gulf stock markets[J]. International Review of Financial Analysis, 2010, 19: 10-18

[53] Rua A.. A wavelet approach for factor-augmented forecasting[J]. Journal of Forecasting, 2011, 30: 666-678

[54] Yousefi S., Weinreich I., Renarz D.. Wavelet-based prediction of oil prices[J]. Chaos, Solitons

and Fractals, 2005, 25: 265-275

[55] Mallat S.. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation[J].

IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11(7): 674-693

[56] Brooks et al.. Relationship between downside risk and return: new evidence through a multi-scaling approach. Working Paper, 2007

[57] 徐杰, 王相宁, 刘远龙. DCC-GARCH、M-Copula-GARCH 和 Copula-SV 在商品期货对冲中的应用研究[J]. 投资研究, 2012, 31(4): 50-64

[58] Yadav P., Pope P.. Stock index futures arbitrage: international evidence[J]. The Journal of Futures Markets, 1990, 10(6): 573-603

[59] Choudhury T.. Short-run deviations and volatility in spot and futures stock returns: evidence from Australia, Hong Kong and Japan[J]. The Journal of Futures Markets, 1997, 17: 689-705

致 谢

经过数月的努力，毕业论文终于顺利完稿。本篇论文凝结着老师的指导、同学的帮助和家人的关爱。我心中充满感激，在此，我想对所有帮助过我的人致以最真诚的感谢！

首先，我要感谢的是我的导师郑振龙教授。郑老师渊博的专业知识，精湛的学术造诣和严谨的治学态度为我树立了学术上的榜样，而他丰富的研究经验和诲人不倦的教学态度更令人钦佩。从郑老师身上，我不仅学到大量的专业知识，还有一生受用的治学方法及为人处事的原则。本文从选题到完稿，每一环节都是在导师的悉心指导下完成的，在此谨向郑老师致以诚挚的谢意和崇高的敬意！

其次，我要感谢在校期间给予我诸多教诲和帮助的金融系各位老师，尤其是陈蓉教授。陈老师的悉心教导，令我受益无穷。我还要感谢所有同学、同门的师兄师姐们，在科研过程中给予我许多的鼓励和帮助。特别要感谢刘杨树和王磊博士，为我的论文提供宝贵的意见。此外，我还要感谢我的舍友，感谢你们在生活上对我的关心与帮助，让我倍感温暖。

最后，我要感谢我的父母。感谢你们在我求学生涯中给予我无微不至的关怀和照顾，一如既往地支持我、鼓励我。你们的关爱是我不断前进的动力。

三年的厦大研究生生活，为我留下了美好的回忆，记录了我成长的足迹。虽然毕业在即，但母校“自强不息、止于至善”的精神将永远鼓舞着我奋力前行，追寻自己的梦想。