

基于多维动态模型的中国股指相关性预测研究

秦洪元, 郑振龙

(厦门大学金融系, 福建 厦门 361005)

摘要: 运用时间序列的 ADCC (Asymmetric Dynamic Conditional Correlation) 多维 GARCH 模型和 CCC (Constant Conditional Correlation) 多维 GARCH 模型对中国主要股指之间的相关性进行预测, 并对预测结果进行评价和比较, 结果表明 ADCC 多维 GARCH 模型拟合和预测中国股指相关性较好, 这为投资组合管理和风险管理提供了理论支持。

关键词: 预测; ADCC 多维 GARCH; CCC 多维 GARCH; 评价; 投资组合

中图分类号: F830.91 **文献标识码:** A

The Correlation Research of Main Chinese Stock Indices Based on Multivariate Dynamic Model

Hongyuan Qin, Zhenlong Zheng

(Department of Finance, Xiamen University, Xiamen, 361005)

Abstract: This paper establishes the model of the asymmetric DCC multivariate GARCH model to forecast the correlations between main stock indices in China during the period of 1992 to 2006. In the meanwhile, we forecast them with CCC multivariate GARCH model. These forecast results are compared with MAD and MSE. We find that ADCC multivariate GARCH model is best among them. This paper offers theoretic support to portfolio and risk management.

Keywords: forecast; ADCC multivariate GARCH; CCC multivariate GARCH; evaluation

一、引言

对于金融市场波动性的研究, 是分析资本资产定价、金融风险防范等问题的基础, 国内外学者对这方面已有大量的研究。然而, 一个市场的波动性对另外一个市场的波动性有无影响? 资产收益的相关性是否随时间可变? 从长期来看, 资产收益之间的相关性是否逐渐增加? 这样的一系列问题仍然有待进一步的研究。尤其对于各种资产未来相关关系进行准确的预测是投资管理和风险管理的基础, 因此对于资产之间的相关关系进行研究一直是学界和业界都十分关心的问题。然而以前的研究都集中在一个市场(如股票市场和债券市场)中资产的收益和相关性, 仅在最近金融学家才开始研究两个市场之间的相关性。本文拟利用多维 GARCH 模型对中国沪深两市主要股指的动态相关关系进行预测, 并进行预测效果的比较。

对于多个资产收益投资组合相关性的计算, 已有很多方法, 如历史移动平均法、指数移动平均法、蒙特卡罗模拟法等等。近年来国内外学者提出的各种各样的多维时间序列模型为我们预测投资组合相关性提供了可能。譬如, Bollerslev (1988)^[1]提出了 VECH-GARCH 模型; Bollerslev(1990)^[2]提出的常数相关的多维 GARCH 模型; Engle 和 Kroner(1995)^[3]提出的多维 GARCH(1,1)-BEKK 模型。Cappiello 等(2003)^[4]提出的 ADCC(Asymmetric Dynamics Conditional Correlation)多维 GARCH 模型等。评价上述模型表现好坏的方法之一是能否对未来做出很好的预测。针对单维 GARCH 模型族的预测能力, 国内的研究有惠晓峰(2003)^[5]对人

民币汇率的预测和刘国旗（2000）^[6]对中国股市的预测。对于多维 GARCH 模型的预测能力，国外的研究有 Engle(2001)^[7]利用 DCC 多维 GARCH 模型对 S&P 500 和道琼斯工业股价平均数指数的预测。本文利用非对称的 DCC 模型和 CCC 多维 GARCH 模型对中国主要股指之间的相关性进行预测，以期为中国股市的投资管理和风险管理提供理论支持。

二、模型及数据

（一）数据

总样本为1992年12月28日至2006年7月12日上证A股(SHA)、上证B股(SHB)、深综A指(SZA)和深综B指(SZB)的每日收盘价。本文采用样本外预测，从1992年12月28日至2006年3月31日的数据为估计样本，共3049个数据。从2006年3月31日至7月12日为预测样本。对于估计样本，本文对其取对数收益：

$$x_t = 100 \times (\ln P_t - \ln(P_{t-1}))$$

其数据的描述统计量于表1。

	均值	标准差	偏度	峰度	Jarque-Bera
SHA	0.003592	2.380739	1.488071	27.29316	68811.84
SZA	0.015034	2.332258	1.225764	24.11885	51925.33
SHB	-0.009563	2.234408	0.346519	7.862732	2771.528
SZB	0.016808	2.311948	0.365589	10.00474	5697.915

四个市场的收益率全部通过了单位根检验，符合GARCH模型对变量序列的平稳性要求。关于异方差的ARCH-LM检验，四个市场均在1%置信水平拒绝同方差的原假设。因此，采用ADCC多维GARCH模型建模是合理的。由于篇幅限制，检验结果不在此处赘述。

（二）ADCC 多维 GARCH 模型

总结各类研究多维 GARCH 模型的文献，我们可以比较出各种模型的优缺点，Bollerslev（1988）提出的 VECH 模型最大的缺点是不能保证 H_t 的正定性；由 Bollerslev(1990)提出的常数相关的多维 GARCH 模型又违反了相关性的时变性；而 Engle 和 Kroner(1995)提出的多维 GARCH(1,1)-BEKK 模型虽然保持了 H_t 的正定性，但是模型中参数的意义不能用经济意义解释。本文采用了 Engle(2000)提出的非对称动态条件相关（ADCC）的多维 GARCH 模型，模型如下：

$$\varepsilon_t \sim N(0, H_t)$$

$$H_t = D_t R_t D_t$$

其中 D_t 是对角矩阵，对角线上的元素是单维 GARCH (p,q) 的方差， R_t 是非对称动态条件相关矩阵，具体的 ADCC 模型如下：

$$Q_t = (\bar{Q} - A' \bar{Q} A - B' \bar{Q} B - C' \bar{N} C) + A' u_{t-1} u'_{t-1} A + B' Q_{t-1} B + C' n_{t-1} n'_{t-1} C$$

$$\bar{Q} = T^{-1} \sum_{t=1}^T u_t u'_t \quad \bar{N} = T^{-1} \sum_{t=1}^T n_t n'_t, \quad \text{其中 } n_{i,t} = 1_{[u_{i,t} < 0]} u_{i,t}。$$

$$\text{设 } A = a_1, \quad B = b_1, \quad C = c_1$$

$$u_{i,t} = \frac{\varepsilon_{i,t}}{\sqrt{h_{i,t}}} \quad i=1,2,3,4,$$

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1}$$

$$Q_t^* = \begin{bmatrix} \sqrt{q_{1,1,t}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{q_{2,2,t}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{q_{n,n,t}} \end{bmatrix}, n=4$$

其中 H_t 是方差协方差矩阵, $D_t = \text{diag}[\sqrt{h_{i,t}}]_{(4,4)}$, $h_{i,t}$ 是第 i 个市场的方差, Q_t 是正定矩阵, R_t 是相关系数矩阵, r_t 是残差向量, $u_{i,t}$ 是标准残差, n_t 是 $n_{i,t}$ 组成的向量, A 、 B 、 C 为参数值。 $n_{t-1}n'_{t-1}$ 表示了动态条件相关系数的非对称性。由于中国股指市场在数据样本的取值区间经历了国际形势和国内政策的变化影响,因此本文在估计单个市场的波动率时设置了两个虚拟变量, x_1 代表了 1997 年亚洲金融危机对于中国主要股指市场条件方差影响的虚拟变量, x_2 代表了 2001 年 2 月 16 日公布 B 股市场向国内购买者开放对于中国主要股指市场条件方差影响的虚拟变量,当然我们也选取了代表其他重要政策变动的虚拟变量,但是结果并不显著,没有在此列出。单个市场的波动率估计等式为:

$$h_{i,t}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{i,t-1}^2 + \phi \varepsilon_{i,t-1}^2 d_{t-1} + \theta h_{t-1}^2 + c_1 x_1 + c_2 x_2$$

其中,反映杠杆效应的变量 $d_t = \begin{cases} 1 & \varepsilon_t < 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, $x_1 = \begin{cases} 1 & \text{1997年7月1日之后} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, 和

$x_2 = \begin{cases} 1 & \text{2001年2月16日之后} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

$H_{i,t}$ 是第 i 个市场的条件方差, $\varepsilon_{i,t}$ 是第 i 个市场的残差。 α_0 、 α_1 、 ϕ 、 θ 、 c_1 、 c_2 为参数值。单个市场波动率和四个市场相关系数矩阵的估计结果如表 2、表 3 所示:

表 2 四个市场波动率估计系数

	α_0	α_1	ϕ	θ	c_1	c_2
SHA	0.97878 (2.3989)	0.083878 (2.9681)	0.12802 (3.3977)	0.78960 (16.468)	-0.84974 (-2.2562)	
SZA	0.91096 (2.5093)	0.10645 (3.1543)	0.12015 (3.0241)	0.77248 (15.702)	-0.76621 (-2.2883)	
SHB	0.17370 (3.1435)	0.20824 (6.0618)		0.74033 (19.389)	0.40225 (3.2884)	-0.30760 (-2.7207)
SZB	0.18459 (2.6453)	0.23937 (4.3490)		0.69988 (10.772)	0.43410 (2.5139)	-0.23617 (-1.6684)

注:无特别说明,表中数字代表参数估计值,下面括弧中的数字代表 t 统计量。

表 3 ADCC 模型参数估计

	a_1	b_1	c_1
ADCC	0.030409	0.96594	-0.0034888

	(24.970)	(790.10)	(-2.0912)
--	----------	----------	-----------

从 ADCC 模型的估计结果分析(估计方法见文献[8]),较高的 t 统计量说明了中国股指市场之间的相关性的确是动态的,同时我们可以看到具有高持续性的相关性和非对称性。高持续性可以从 b_1 的值得出,而各个市场收益的相互关系从 a_1 可以反映出来,反映非对称性的系数 c_1 为负值,说明市场在经历负的收益之后市场之间的相关性减弱,但是反映杠杆效应的 c_1 较小,这与中国市场单个市场波动性的杠杆效应一致,由于中国市场属于资金推动型市场,我国股市的投资者一旦遇到好消息就会奋力追逐,大举建仓,我们称之为“追涨效应”,一旦遇到坏消息便清仓离场,我们称之为“杀跌效应”,而“追涨效应”更为强烈,这时资本市场之间的动态相关性增强。从相关性的估计结果可以看出当国家放宽对 A 股和 B 股市场购买者的政策出台时,四个市场间的动态相关系数就有突然的升高,然后又逐渐呈现下降平稳的趋势。说明中国主要股指市场在得到利好消息后,各个主要股指市场反应相当,相关性增强。

(三)常数条件相关 (CCC) 多维 GARCH 模型

CCC 多维 GARCH 模型可以表示为:

$$\varepsilon_t \sim N(0, H_t)$$

$$H_t = D_t R D_t$$

其中 D_t 是对角矩阵, 对角线上的元素是单维 GARCH (p, q) 的方差, R 是常数相关矩阵。CCC 多维 GARCH 的相关系数矩阵估计结果如表 4 所示:

表 4 CCC模型的常数相关系数

	上证A股	上证B股	深综A指	深综B指
上证A股	1			
上证B股	0.5082 (42.790)	1		
深综A指	0.8953 (334.45)	0.4996 (41.622)	1	
深综B指	0.4582 (35.926)	0.6277 (67.728)	0.4730 (37.693)	1

三、预测及效果比较

(一)模型的预测

本文采用的是在样本内建模,在样本外预测的方法。ADCC 多维 GARCH 模型的估计分为两步,预测也分为两步。首先对单个资产收益的波动性和相关矩阵分别进行预测,接着再利用 $H_t = D_t R D_t$ 对方差-协方差阵进行预测,其实这是前面两步工作的组合。预测的方法采用单步向前预测法:即重复删除第一个观测值,加入后一个观测值进行重新估计,再使用单步预测的程序。单步预测的程序如下:

$$Q_t(1) = (\bar{Q} - A' \bar{Q} A - B' \bar{Q} B - C' \bar{N} C) + A' u_t u_t' A + B' Q_t B + C' n_t n_t' C$$

在用 CCC 多维 GARCH 方法作预测时,因为相关矩阵是常数,只需要对各个市场的波动率进行预测,再利用 $H_t = D_t R D_t$ 求出预测的方差协方差矩阵。

(二)预测的评价

计算方差协方差矩阵,目前使用的方法很多,因此对预测结果的评价和比较就显得相当重要。本文采用两种方法对模型的预测进行评价。第一种方法利用 ADCC 模型和其他方法的预测与已实现值通过一定的方法进行比较,第二种方法利用预测得到的相关矩阵构造最小方差投资组合,比较所得到的投资组合标准差的大小。

(1) 根据 Ledoit 等(2002)^[9],一个评价模型优劣的方法是利用已实现的值构造的方差协

方差矩阵与预测的方差协方差矩阵进行对比。

首先构造一个残差在 K 时期已实现的方差协方差矩阵 $\hat{\Omega}$,

$$\hat{\Omega}^{(K)} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K y_{t-1+k} \cdot y_{t-1+k}' \quad \forall t = 1, \dots, T - K + 1$$

其中, y_t 是残差。

在同一 K 时期, 模型关于方差协方差矩阵的预测 \hat{H} 是:

$$\hat{H}_t^{(K)} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\hat{H}_{t-1+k} | I_{t-1}) \quad \forall t = 1, \dots, T - K + 1$$

预测和已实现方差—协方差的距离可以通过平均绝对值偏差 MAD 和平均平方误差 (MSE) 来衡量:

$$MAD = \frac{1}{T} \left[\sum_{r=1}^M \sum_{c=r}^M |\hat{\Omega}_{r,c,t}^{(K)} - \hat{H}_{r,c,t}^{(K)}| \right]$$

$$MSE = \frac{1}{T} \left[\sum_{r=1}^M \sum_{c=r}^M (\hat{\Omega}_{r,c,t}^{(K)} - \hat{H}_{r,c,t}^{(K)})^2 \right]$$

用上述方法对预测结果进行评价和比较的结果如表 5 所示:

	ADCC 多维 GARCH	CCC 多维 GARCH
MAD (25 天)	0.00074648930	0.00097194314
MSE (25 天)	0.0014952724	0.0017069670
MAD (50 天)	0.0018064028	0.0022133214
MSE (50 天)	0.0021882232	0.0024020902

从预测结果分析可以看出, 不管是用 MAD 方法还是 MSE 方法, 用 $ADCC$ 模型作预测的结果都优于 CCC 多维 $GARCH$ 模型所得到的结果。因此, 用 $ADCC$ 模型拟合中国股指收益率的方差协方差矩阵效果较好。

(2) 另外一种方法是利用相关矩阵的预测值构造投资组合来比较投资组合的收益和标准差的大小。为了避免设定条件预期收益的值, 本文用最小方差投资组合得到的标准差来比较各种模型预测结果。

Campbell(1997)^[10]没有无风险资产并且允许卖空的最小方差投资组合的最优化问题如下:

$$\min w' H_t w, \text{ 满足条件 } w' t = 1$$

其解为 $w_{GMV} = \frac{1}{C} H^{-1} t$, 其中 t 是单位 1 向量, $C = t' H^{-1} t$ 。

这个最优化问题的解 $w_{GMV}' H_t w_{GMV}'$ 称为最小方差投资组合。根据 $ADCC$ 多维 $GARCH$ 模型和 CCC 多维 $GARCH$ 模型预测所得的方差协方差矩阵 H_t , 进而构造最小方差投资组合得到的标准差和平均收益如表 6 所列:

表 6 标准差和平均收益

	ADCC -MGARCH	CCC-MGARCH
标准差 (50 天平均)	1.3225	1.3275
平均收益 (50 天平均)	0.1607	0.1557

从表 6 中可以看出,ADCC 多维 GARCH 模型所得到的标准差略小于 CCC 多维 GARCH 模型的标准差,但是在预测区间的平均收益却是明显好于 CCC 多维 GARCH 模型。从而再次验证了用 ADCC 多维 GARCH 模型来预测中国主要股指之间的动态方差协方差矩阵效果较好。

四、结论

由于资产之间的相关关系在许多领域,例如资产配置和决策、风险管理等都有很重要的应用,因此对于方差协方差矩阵的预测的研究是金融领域一个十分重要的课题。本文利用两种多维 GARCH 模型对中国主要股指之间的相关性进行了预测,并对预测结果进行了评价和比较。结果表明 ADCC 多维 GARCH 模型对中国主要股指之间的动态相关性具有较好的预测能力。因此这个预测结果可以为以后许多工作提供理论基础,例如,政府部门可以用该模型提高股市监管能力,投资者可用其进行规避市场风险等。

参考文献:

- [1] Bollerslev T., Engle RF, Wooldridge JM. A capital asset pricing model with time varying covariances[J]. Journal of Political Economy, 1988, 96: 116-131.
- [2] Bollerslev T. Modeling the coherence in Short-run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH model[J]. Review of Economics and Statistics, 1990 72: 498-505.
- [3] Engle R, Kroner FK. Multivariate simultaneous generalized ARCH[J]. Econometric Theory, 1995, 11: 122-150.
- [4] Cappiello, L., R.F. Engle, and K. Sheppard. Asymmetric Dynamics in the Correlations of Global Equity and Bond Returns[R]. Technical Report 204, European Central Bank, 2003.
- [5] 惠晓峰. 基于时间序列 GARCH 模型的人民币汇率预测[J]. 金融研究, 2003, (5): 99-105.
- [6] 刘国旗.非线性 GARCH 模型在中国股市波动预测中的应用研究[J]. 统计研究, 2000(1): 49-52.
- [7] Engle, Robert F. Theoretical and Empirical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH .<http://weber.ucsd.edu/~ksheppar/research>
- [8] 郑振龙, 张蕾. 中国主要股指市场相关性分析[J]. 厦门大学学报 (哲社版), 2007 (3): 35-39.
- [9] Olivier Ledoit, Pedro Santa-Clara, and Michael Wolf. Flexible Multivariate GARCH Modeling With An Application To International Stock Markets[J]. The Review of Economics and Statistics, 2003, 85(3): 735-747.
- [10] Campbell, JY. The Econometrics of Financial Markets[M]. Princeton University Press, 1997