

# 中国可转换债券定价研究<sup>1</sup>

## Pricing of Convertible Bonds in China

郑振龙 林海

(厦门大学金融系, 361005)

### 联系方式:

郑振龙: 电话: 0592-5920923, Email: zzheng@xmu.edu.cn。通讯地址: 厦门大学金融系。邮编: 361005。个人网址: <http://efinance.nease.net>。

林海: 电话: 0592-2194794, 13616036900。Email: xmulh2@163.com, 通讯地址: 厦门大学 2073 信箱。邮编: 361005。

第 1 稿

2003.6.12

**Comments are welcome!**

---

<sup>1</sup> 感谢康朝锋、马喜德、王保合提供了很好的建议。本文的写作得到了厦门大学金融系国家级重点学科研究基金的资助。

# 中国可转换债券定价研究

## Pricing of Convertible Bonds in China

内容提要：

可转换债券是一种极其复杂的信用衍生产品。除了一般的债权之外，它包含着很多的期权，包括转股权、回售权、赎回权和转股价调低权。条款的复杂性决定了可转债定价的复杂性。本文是在郑振龙和林海（2003a,b,c）等一系列前期研究成果的基础上利用金融工程学的一些基本原理和方法，根据中国可转债的具体特征，构造中国可转债定价的具体模型，并通过具体的参数估计对中国的可转换债券进行一个比较合理的定价。研究结果发现，目前可转换债券的价格和其理论价格相比，存在着极大的差异，可转债价值被明显低估。

Abstract:

The Convertible Bond is a kind of rather complicated credit derivative. Besides the common debt, it includes many options, such as conversion option, call option, put option and option to lower the conversion price. The complexity of clauses in CBs results in the difficulties of CB pricing. This paper, based on the research done by Zheng and Lin(2003a,b,c), by making use of some basic theories and methods of financial engineering, prices the CBs in China. The pricing results show that, compared with the theoretical prices, the CBs are significantly underpriced.

可转换债券是一种极其复杂的信用衍生产品。除了一般的债权之外，它包含着很多的期权。这些期权主要有：投资者按照一定价格在一定期限内将债券转换成公司股票的期权（转股权），投资者在一定条件下将债券按照一定价格回售给公司的期权（回售权），公司在一定条件下调整转股价格的期权（转股价格调低权），以及公司在一定条件下赎回可转债的期权（赎回权）。其中转股权和回售权属于投资者的多头期权，而转股价调低权和赎回权则属于发行公司的多头期权。投资者和发行公司在行使各自的期权时存在着复杂的博弈过程，而且这些期权的行使都有一定的条件，这就决定了可转债定价的复杂性。这种复杂性主要体现在：1、由于可转债所含期权是结构复杂的奇异期权，无法得到解析解，因此只能用数值方法求解。2、转股权属于美式期权，因此似乎难以直接使用蒙特卡罗模拟。3、可转债所含期权有三项是路径依赖期权，难以使用二叉树（或三叉树）和有限差分法。

基于以上原因，国内外尚未有人对中国可转债进行精确定价，本文旨在通过综合利用金融工程学的一些基本原理和方法，同时使用蒙特卡罗模拟和显性有限差分法对中国的可转换债券进行较为精确的定价。文章总共分为五个部分：第一部分是国内外有关可转债研究文献的一个综述；第二部分立足于中国金融市场的现实背景，提出中国可转债定价的几个合理的推论；第三部分在上述推论的基础上构建具体的可转债定价模型并进行参数估计；第四部分利用不同的方法对中国的可转债进行定价；第五部分则是一个简短的结论。

## 一、文献综述

对可转债定价问题的最早研究当属 Brennan and Schwartz(1977)和 Ingersoll(1977)。他们通过分析公司价值（用市值表示）所遵循的随机过程来研究可转换债券的定价。Brennan and Schwartz(1979,1980,1988)在此基础上对可转债发行公司所采取的最优赎回政策进行了进一

步深入的分析和研究。这种研究方法适用于股份全流通而且市场监管比较健全的成熟市场国家。在我国的股票市场上，存在着国有非流通股和流通股之间的严格区分，二者的市场定价不一样，股东所追求的目标也不一致。此时，市值就无法全部反映公司的价值。因此，这种分析方法并不合适。本文将直接分析可转换债券的标的资产，即公司的股票价格所遵循的随机过程，并在定价时运用郑振龙、林海（2003a）关于中国上市公司非流通控股股东的最优决策行为的结论。

在赎回政策的研究方面，大多数的可转换债券都规定，当公司股票价格在一定的交易日内连续超过转股价格的一定比例时，公司才有可能执行赎回政策。Kwok and Lau(2001)通过一种数值方法对此赎回政策进行了分析。在本文中，我们将直接使用一种最简单的方法，即通过计算在满足赎回条件下的公司股票价格的平均值作为公司的赎回条件。模拟结果显示，这种简化对可转债价值的影响微乎其微，并可以大大提高计算效率。

在可转债信用风险的研究方面，Tsiveriotis and Fernandes(1998)将可转债分为股性和债性两个部分。股性部分使用无风险利率进行贴现，债性部分使用无风险利率加上信用风险溢酬进行贴现。我们的研究则发现，这种划分并不适合中国国情。

可转债定价研究最复杂的是转股价的调整，相关的研究也比较少。Nelkon(1998)对执行价格调整对套期保值的影响进行了分析和评估。本文则充分考虑了转股价调整对可转债价值的影响，这是本文的重要创新之一。

在中国，由于可转债的发展尚在初级阶段，国内对它的研究也是严重不足。Wu(2002)对可转债发行在政府国有股减持中的作用进行了分析。杨如彦等（2002）对可转换债券的融资特点以及定价方法做了一个比较系统的阐述。此外还有王晓东（2003）对中国可转债投资价值的分析等。但是这些定价分析都是站在投资者的角度，没有考虑到公司在可转债过程中的决策行为，比如赎回期权的执行行为、受到回售压力而调整转股价格的行为等。郑振龙和林海（2003a）则对可转债发行公司的最优决策进行了深入具体的分析，并得出许多重要结论，为本文的可转债定价奠定了坚实的理论基础。

## 二、几个重要推论

在这一部分，我们将给出几个重要的推论，从而为中国可转债的合理定价奠定一个坚实的基础。

**推论 1：中国可转债发行公司的最优决策是尽可能早地、以尽可能高的转股价格促使投资者将可转债转成公司股票。**

证明：参见郑振龙和林海（2003a）。

**推论 2：在中国特殊的制度背景下，可转债中股性占了绝大部分，而且中国的信用风险溢酬不高，因此将可转债的股性和债性统一起来，全部使用无风险利率进行贴现，并不会对可转债的价值造成很大的影响。**

证明：从推论 1 可知，中国可转债发行公司会通过调整转股价诱使投资这转股，可转债最终以债券的形式还本付息的概率极低，因此可转债中的债性占的比例很小。而且，中国的信用风险溢酬也非常低，AAA 级 5 年期公司债券的信用风险溢酬才 1%<sup>2</sup>。因此，全部用无风险利率进行贴现不会对可转债价值产生太大影响<sup>3</sup>。

**推论 3：可转债中的转股权不会被提前执行，它实际上是一个欧式看涨期权。**

<sup>2</sup> 对中国信用风险溢酬的估计和分析参见郑振龙和林海（2003a）。

<sup>3</sup> 通过模拟，我们可以发现，全部使用无风险利率进行贴现的价格（最高限）仅比全部使用信用风险利率（最低限）进行贴现的价格高出 1 元。

证明 :因为中国可转债发行条款均规定转股价将根据公司股票的股利政策进行相应的调整,因此转股权实际上相当于无红利股票的看涨期权。对无红利股票的美式看涨期权而言,它不会被提前执行。

考虑可转债可以按照  $X$  的价格(转股价)转成公司的股票。在时刻  $t$ , 投资者可以有两种选择:或者持有可转债, 价值为  $P_t$ ; 或者转成股票, 价值为  $S_t \times (FV / X)$ , 其中,  $S_t$  表示  $t$  时刻标的股票的价格,  $FV$  表示可转债的面值。

在到期日  $T$ , 可转债的回报为  $\text{Max}(S_T \times (FV / X), V) + I \geq S_T \times (FV / X)$ 。其中  $V$  表示到期日债券的价值,  $I$  表示  $T-t$  期间可转债支付利息的终值。根据无套利原则, 在  $t$  时刻 ( $t \leq T$ ), 可转债的价值应该大于转股的价值, 即  $P_t \geq S_t \times (FV / X)$ , 因此执行转股权不是投资者的最优决策行为。

如果在  $t$  时刻可转债满足了赎回条款, 公司宣布决定在  $t$  时刻赎回可转债, 我们同样可证明投资者不应在  $t$  时刻之前执行转股权。

上述推导说明, 虽然转股权是美式看涨期权, 但在正常情况下(不存在无风险套利机会), 投资者不应提前行使转股权。这意味着这个美式看涨期权实际上等同于欧式看涨期权。这就为使用蒙特卡罗模拟进行定价奠定了理论依据。

**引理: 赎回政策可能缩短可转债的期限, 因此可转债的预期期限要比发行期限短。**

**推论 4: 公司会选择尽可能短的赎回期。**

证明: 赎回期指的是从赎回条件满足到赎回日之间的期限。一般的可转债条款中都规定了较为灵活的赎回期, 一般在 30 天——60 天之间。公司的最优决策是尽可能早地实现转股, 因此它会选择最短的赎回期。详细证明参见郑振龙、林海 (2003a)。

**推论 5: 可转债发行公司只有在面临回售压力时才会调低转股价, 调低幅度也仅以使得可转债价值稍微超过回售价格为限。**

证明: 参见郑振龙、林海 (2003a)。

一般的可转债中都规定了首次回售条款, 即投资者如果在满足回售条件的第一次不执行回售权, 则在这年度内不能再执行。对于公司而言, 只需要在满足首次回售条件时调整转股价, 使得可转债的价值超过回售价格, 投资者就会放弃回售, 持有可转债。

为了计算在满足回售条件下公司应将转股价调低到什么位置, 我们可以将可转债价值粗略表示为:

普通欧式看涨期权价值 + 到期日债券价值现值 + 期间债券利息现值  
利用布莱克——舒尔斯期权定价公式, 可以表示为<sup>4</sup>:

$$\begin{aligned}
 P &= (S_t N(d_1) - X \times (V / FV) e^{-r(T-t)} N(d_2)) \times (FV / X) + (V + I) e^{-r(T-t)} \\
 &= S_t \times (FV / X) N(d_1) - V e^{-r(T-t)} N(d_2) + (V + I) e^{-r(T-t)} \\
 d_1 &= \frac{[\ln(FV \times S_t / (X \times V)) + (r + \frac{s^2}{2})(T-t)]}{s \sqrt{T-t}}, d_2 = d_1 - s \sqrt{T}。
 \end{aligned}$$

其中,  $r$  表示连续复利无风险年利率,  $s$  表示标的股票的年波动率。

<sup>4</sup>需要注意的是, 这边的执行价格并不直接就是转股价  $X$ , 而是  $X \times (V / FV)$ 。

令  $S'_t = S_t \times (FV / X)$  , 则

$$P = S'_t N(d_1) - Ve^{-r(T-t)} N(d_2) + (V + I)e^{-r(T-t)} ,$$

$$d_1 = \frac{[\ln(S'_t / V) + (r + \frac{\mathbf{s}^2}{2})(T-t)]}{\mathbf{s}\sqrt{T-t}} , d_2 = d_1 - \mathbf{s}\sqrt{T} ,$$

因为  $\frac{\partial W}{\partial S'_t} > 0$  , 所以  $\frac{\partial W}{\partial X} < 0$  。降低转股价格可以使得可转债价值上升。我们可以令  $W = P_2$

(回售价格) , 此时求出的  $X$  就是我们所需要调整到的新的转股价。

### 三、中国可转债定价模型和参数估计

#### (一) 中国可转债定价模型

由于中国可转债转换成的股票是可以立即流通的, 与非流通股有很大区别, 因此本文假设假设在风险中性世界, 股票价格服从一个几何布朗运动:

$$dS / S = rdt + \mathbf{s}dz_t .$$

由于可转债是股票的衍生产品, 根据布莱克——舒尔斯衍生产品的偏微分方程, 我们可得可转债价格得偏微分方程为:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial S^2} \mathbf{s}^2 - rP + r \frac{\partial P}{\partial S} = 0 .$$

该偏微分方程应满足的边界条件有:

1、在赎回日  $t$  , 可转债的回报  $Y_t = \max(S_t \times (FV / X_t), P_1)$  , 在正常情况下等于  $S_t \times (FV / X_t)$  , 其中  $P_1$  表示赎回价;

2、在满足回售条件投资者要回售时, 公司需要调整转股价格。调整后的转股价  $X'_t$  应该满足<sup>5</sup>:

$$P_2 = S'_t N(d_1) - Ve^{-r(T-t)} N(d_2) + (V + I)e^{-r(T-t)} ,$$

$$S'_t = 100S_t / X'_t , d_1 = \frac{[\ln(S'_t / V) + (r + \frac{\mathbf{s}^2}{2})(T-t)]}{\mathbf{s}\sqrt{T-t}} , d_2 = d_1 - \mathbf{s}\sqrt{T}$$

3、如果没有发生赎回, 则在到期日  $T$  的回报函数分为两种情况:

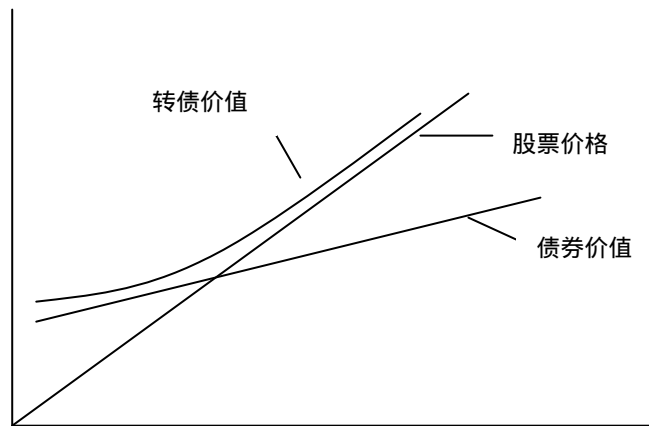
(1) 如果没有满足回售条件, 则  $Y_T = \max(S_T \times FV / X_T, V)$  ;

<sup>5</sup> 董事会调整转股价格有一定的幅度限制, 比如 20% 等, 但是一般超过这个幅度经过股东大会批准即可。所以公司一般可以调整到所需的转股价。

(2) 如果满足回售条件, 则  $Y_T = \max(S_T \times FV / X_T, P_2)$ 。

此外, 可转债的价格还有其理论界限。第一个理论界限就是上文分析的转股价值。在没有赎回条件限制时, 可转债价值应高于转股价值, 即  $P_t \geq S_t \times FV / X_t$ 。第二个理论界限就是债券价值,  $B_t$ 。因为总体来说, 可转债可以看作奇异期权和一个债券的组合。因此当股票价格比较低时, 期权价值比较低, 此时, 可转债价值就比较接近于债券价值, 特别地, 当股票价格为 0 时, 期权价值为 0, 此时可转债价值等于债券价值。可转债的价格区域可以用图 1 表示。

图 1: 可转债价格的合理区域



## (二) 中国可转债定价的参数估计

根据上面分析, 影响可转债价格的参数有: 初始股票价格、期限、波动率、无风险利率、信用风险溢价、可转债利息、赎回价格、赎回条件、回售价格、回售条件等。其中, 股票价格、期限、可转债利息、赎回价格、赎回条件、回售价格、回售条件等可以直接在转债条款中和市场上找到。无风险利率和信用风险溢价则使用郑振龙和林海 (2003b,c) 的研究成果。5 年期市场无风险利率为 2.5%, 违约风险溢价为 0.98%。所以, 对参数的估计集中在对波动率的估计。

对波动率的估计采取历史波动率方法(historical volatility), 即通过股票价格的历史变动估计出股票价格的波动率, 并作为可转债定价的参数。可转债发行本身会对价格波动率产生影响, 它一般会使得股票价格波动率降低。因此我们不能直接用可转换债券发行之前的历史价格估计波动率。而且可转换债券是一个长期证券, 使用的波动率参数应该是长期的平均波动率, 但是可转债发行之后的数据时间一般较短, 无法真实反映出股票的长期平均波动率。因此, 我们只能通过发行之前的历史波动率的基础上综合分析可转债发行对波动率的可能影响以及平均幅度, 然后做出相应的调整。根据对可转债的综合分析, 可转债的发行对波动率的影响大约在 5 个百分点。当然这是一个简单的处理方法。更为合理的一种调整应该是根据可转债发行规模和流通股股数之间的相关关系进行调整。但是由于我国目前可转债数量太少, 进行这方面的分析缺乏相应的数据支持, 需要在今后做进一步研究。我们利用 GARCH(1,1)模型估计出可转债相应的标的股票在发行之前的长期平均价格波动率, 并计算

出中国可转换债券定价所使用的价格波动率。计算结果参见表 1。

表 1：中国可转换债券的价格波动率<sup>6</sup>

	可转债发行之	可转债发行之
	前	后
万科	43%	38%
燕京啤酒	39%	34%
南京水运	37%	32%
江苏阳光	41%	36%
雅格尔	38%	33%
民生银行	30%	25%
新钢钒	40%	35%
丝绸股份	32%	27%
上海机场	35%	30%
鞍钢新轧	38%	33%
丰源生化	35%	30%

#### 四、中国可转换债券的定价

在参数估计出来之后，就可以计算可转换债券的价值。为了分析不同条款对转债价值的影响，我们将可转债分成不考虑赎回和回售条款的可转债价值（价值 1）、考虑赎回条款的可转债价值（价值 2）、考虑赎回和回售条款的可转债价值（价值 3）以及考虑所有条款的可转债价值（价值 4），并综合运用二叉树模型、有限差分方法、蒙特卡罗模拟三种方法进行定价<sup>7</sup>，以尽可能提高运行速度和运算效率。

我们选取可转债发行第一天作为我们定价的时点。无风险利率为 2.5%。信用风险溢酬为 0.98%。定价的结果参见表 2。可转债定价中新钢钒的条款最为特殊。它规定最后 1 年可以按照 103 的价格无条件回售，但是由于最后一年有利息保护（最后 1 年利息支付达 5.7），因此债券价值加上期权价值在大多数情况下会超过回售价格，因此投资者一般不会回售。对转股价格的调整主要是董事会在满足条件时的义务。它规定在满足调整价格条件时，董事会必须调整转股价格，最小幅度为 10%，调整后转股价不低于每股净资产。因此，对新钢钒公司而言，它只愿意调整最低幅度的价格。

表 2：中国可转债定价

	可转债价值 1	可转债价值 2	可转债价值 3	可转债价值 4
万科 (11.43)	128.06	120.64	121.36	121.98
燕京啤酒 (8.8)	116.37	112.74	114.48	115.34
南京水运 (11.73)	122.63	117.93	119.09	119.12
江苏阳光 (11.49)	122.74	118.09	119.32	119.37
雅格尔(10.28)	127.48	124.53	125.35	125.79
民生银行 (10.47)	124.16	120.00	121.50	121.58
新钢钒(5.84)	133.98	125.34	125.34	129.07
丝绸股份 (8.28)	120.8	116.46	117.21	117.33
上海机场(10.1)	123.30	118.60	121.17	121.19
鞍钢新轧 (3.12)	123.03	118.27	120.36	120.39

<sup>6</sup> 另外还有茂炼转债。由于茂炼转债的股票还没有上市所以在本文中不分析这只转债。

<sup>7</sup> 对这些方法的详细论述参见 Hull(2001)。

丰源生化(8.17)	128.71	121.41	123.11	125.87
------------	--------	--------	--------	--------

注：括号内为初始股票价格。

我们还计算了 2003 年 6 月 11 日可转债的价值并与当天的市场价格相比,发现中国的可转债价格被明显低估了,低估的幅度大多在 10% - 20%之间。低估幅度如此之大,无法用投资者偏好、流动性溢价等进行合理解释,只能归因于市场的无效。对此我们将另文分析。

## 五、结论

通过对中国可转债的具体深入的分析,并综合利用金融工程学的基本原理和各种方法,本文对中国可转债的合理价格进行了估计。结果表明,中国可转债的市场价格被明显低估。

本文的分析是建立在公司最优决策的基础之上。如果面临赎回和调整转股价时,公司违背了最优决策的原则,如推迟赎回时间,降低回售价格的幅度过大等,都会进一步导致可转债的价值上升,从而使可转债价格被低估的程度更高。考虑公司在决策的信息传递效果并分析其对可转债价值的影响,是今后的一个研究方向。而且,本文对股票价格波动率采取了一种近似的统一处理方法,没有考虑到价格波动率变化和可转债发行规模之间存在的关系。这也需要在今后的研究中进一步的进行验证和修正。

### 参考文献：

Brennan, M.J. and E.S. Schwartz, 1977, "Convertible Bonds: Valuation and Optimal Strategies for Call and Conversion", *Journal of Finance* 32, 1699-1715.

Brennan, M.J. and E.S. Schwartz, 1979, "A Continuous Time Approach to the Pricing of Bonds", *Journal of Banking and Finance* 3, 133-155.

Brennan, M.J. and E.S. Schwartz, 1980, "Analyzing Convertible Bonds", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 15, 907-929.

Brennan, M.J. and E.S. Schwartz, 1988, "the Cases for Convertibles", *Journal of Applied Corporate Finance* 1, 55-64.

Hull, J. C., 2001, *Options, Futures and Other Derivatives(Fourth Edition)*, Prentice Hall.

Ingersoll, J., 1977, "A Contingent Claims Valuation of Convertible Securities", *Journal of Financial Economics* 4, 289-322.

Kwok, Y.K., and K. W. Lau, 2001, "Pricing Algorithms for Options with Exotic Path Dependence", *Journal of Derivatives*, 9, 28-38.

Nelkon, I., 1998, "Reassessing the Reset", *Risk*, October, 36-39.

Tsiveriotis, K., and C. Fernandes, 1998, "Valuing Convertible Bonds with Credit Risk", *Journal of Fixed Income*, 95-102.

Wu, Qianli, 2002, "The Convertible Bond: A Possible Solution to the Problem of Reducing State Ownership in the Chinese Stock Market", *Perspectives*, vol.3, No.4.

王晓东, 2003, "可转债的价值分析与投资策略", 载《2003 年开放格局下的中国证券市场投资策略》, 社科文献出版社, 93 - 102.

杨如彦, 魏刚, 刘孝红, 孟辉, 2002, 《可转换债券及其绩效评价》, 中国人民大学出版社。

郑振龙, 林海, 2003a, "可转换债券发行公司的最优决策", 厦门大学研究报告, <http://efinance.nease.net>。

郑振龙, 林海, 2003b, "中国市场利率期限结构的静态估计", 《武汉金融》第 3 期, 33 - 37。

郑振龙, 林海, 2003c, "中国违约风险溢价研究", 《证券市场导报》第 6 期。