

国开行可赎回债券和可回售债券的定价

Pricing of Callable Bond and Puttable Bond Issued by Chinese Development Bank

郑振龙 康朝锋

(厦门大学金融系, 福建厦门 361005)

内容摘要: 可赎回债券可以分解成普通债券和债券看涨期权的组合, 可回售债券可以分解成普通债券和债券看跌期权的组合。本文使用 BDT 模型对国家开发银行自 2001 年以来发行的可赎回债券和可回售债券定价, 结果发现可赎回债券的市场价格基本合理, 而可回售债券被严重低估。

关键词: 可赎回债券; 可回售债券; BDT 模型

Abstract: Callable bond can be decomposed into bond and bond's call option, puttable bond can be decomposed into bond and bond and bond's put option. We use BDT model to price the callable bond and puttable bond issued by Chinese Development Bank form 2001 and find that the market price of callable is reasonable by puttable bond is badly undervalued.

Key words: Callable Bond; Puttable Bond; BDT Model

1 可赎回 (可回售) 债券与普通债券关系

债券中经常会包含一种或数种内嵌期权 (Embedded Options), 当债券中包含的期权和债券无法分割时, 称为“内嵌期权”。可提前赎回债券 (Callable Bonds) 通常都是属于这种类型。这种债券允许发行人根据一组预先设定的赎回价格 (Callable Price) 来赎回债券, 可是这些期权不可以独立交易。可回售债券 (Puttable Bonds) 也是如此, 这种债券允许投资者根据一组预先设定的回售价格 (Puttable Price) 来回售债券。

我们先分析由可赎回债券与普通债券的关系, 然后稍加调整即可直接应用到可回售债券上。

(一) 可赎回债券

普通债券发行以后, 如果利率上升, 发行人将获利, 因为他以相对偏低的利率借款, 反

之，如果利率下降，则发行人将受损，因为他以相对偏高的利率借款。而可赎回债券则给予发行人在利率下降、债券价格上升时以事先规定的价格提前买回债券，并以较低的市场利率重新发行新债券的权力。由此可知，发行人持有的赎回权是一个在标的价格上升的时候购买标的资产的权力，所以它是一个看涨期权。在发行人持有赎回条款的情况下，发行人有权根据设定的价格赎回债券，这将限制投资者因为债券价格上升而获得的利润。

在可提前赎回债券与对应的普通债券之间，存在一种重要的关系。所谓“对应”是指除了赎回条款之外，两种债券的其他性质完全相同。设 P_C 和 P_{NC} 分别代表可提前赎回和普通债券的价格， C 代表发行人赎回权的价格，则

$$P_C = P_{NC} - C$$

因为发行人拥有选择权，所以可提前赎回债券的价格加上选择权的价格等于普通债券的价格。对于投资者而言，可提前赎回债券的价格等于普通债券的价格扣除选择权的价格。

证明：

(1) 如果 $P_C < P_{NC} - C$ ，则下面投资组合可以获得无风险的利润。

买入 P_C 和 C ，卖空 P_{NC}

因为如果利率下降，发行人执行赎回权，投资者将可赎回债券交割获得 P_C ，同时执行 C ，即以 P_C 的价格买入不可赎回的债券，然后它来交割债券空头头寸，这样投资者不会发生任何净现金流；同理如果利率上升，发行人没有执行赎回权，投资者用到期的可提前赎回的债券交割债券空头头寸即可，这样投资者同样不会发生任何净现金流。

由于 $P_C < P_{NC} - C$ ，所以投资者在期初有现金流入，而整个组合在未来任何情况下都不会有净现金流，所以该组合可以获得无风险的利润。

(2) 如果 $P_C > P_{NC} - C$ ，则下面投资组合可以获得无风险的利润。

卖空 P_C 和 C ，买入 P_{NC}

因为如果利率下降，发行人执行赎回权， C 也会被执行，投资者将不可赎回债券交割获得 P_C ，同时用 P_C 去执行债券空头，这样投资者不会发生任何净现金流；同理如果利率上升，发行人没有执行赎回权，投资者用到期的普通债券交割债券空头头寸即可，这样投资者同样不会发生任何净现金流。

由于 $P_C > P_{NC} - C$ ，所以投资者在期初有现金流入，而整个组合在未来任何情况下都不会有净现金流，所以该组合可以获得无风险的利润。

总之，为了保证市场不不存在无风险的套利机会，必须有

$$P_C = P_{NC} - C$$

(二) 可回售债券

可回售债券则给予发行人在利率上升、债券价格下降时以事先规定的价格将债券提前卖还给发行人，并以较高的了市场利率再投资的权力。投资者持有的赎回权是一个在标的价格下跌的时候出售标的资产的权力，所以它是一个看跌期权。在存在赎回条款的情况下，投资者有权根据设定的价格出售债券，这将限制投资者因为利率上升而遭受的损失。

此时在可提前赎回债券与对应的普通债券之间，也存在一种重要的关系。设 P_P 和 P_{NP} 分别代表可提前赎回和普通债券的价格， P 代表投资者持有的回售权的价格，则

$$P_P = P_{NP} + P$$

因为投资者拥有选择权，所以可回售债券的价格减去选择权的价格等于普通债券的价格。对于投资者而言，可回售债券的价格等于普通债券的价格加上选择权的价格。实际上，投资者就是持有了一个标的债券的看跌期权。

2 运用二叉树模型为可赎回（回售）债券定价

我们可以通过利率的二叉树图，计算普通债券的价格树图（除息后的，ex-coupon）。我们用 P_{NC} 代表普通债券在某一个节点的价值， r 代表该节点对应的利率， P_C 为可赎回债券的价格， X 代表赎回价格， C^u 和 C^d 代表上行和下行状况的赎回权的价值，而 C 代表该节点的选择权的价值，那么计算可赎回债券价值的一般法则是：

$$C_{\text{持有}} = \frac{0.5C^u + 0.5C^d}{1+r}$$

$$C_{\text{执行}} = \text{Max}(0, P_{NC} - X)$$

$$C = \text{Max}(C_{\text{持有}}, C_{\text{执行}})$$

$$P_C = P_{NC} - C$$

在发行人持有赎回权的情况下，发行人通过最大化赎回权的价值可以降低投资者持有的可赎回债券的价值。

对于可回售债券，计算债券价值的一般法则是：

$$P_{\text{持有}} = \frac{0.5P^u + 0.5P^d}{1+r}$$

$$P_{\text{执行}} = \text{Max}(0, P_{NP} - X)$$

$$P = \text{Max}(P_{\text{持有}}, P_{\text{执行}})$$

$$P_P = P_{NP} + P$$

3 研究设计

根据上述原理，我们尝试给 2001 年以来我国发行的具有代表性的可赎回债券和可回售债券进行定价，希望能够得出一些有益的结论。

3.1 研究中使用的利率模型

我们使用流行的 BDT 模型 (Black, Derman 和 Toy, 1990) 估计利率动态，BDT 模型的基本结构如下：

$$r \begin{cases} \begin{matrix} 1/2 \\ \swarrow \\ re^{m\tau + \sigma\sqrt{\tau}} \\ \searrow \\ 1/2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \swarrow \\ re^{m\tau - \sigma\sqrt{\tau}} \\ \searrow \\ 1/2 \end{matrix} \end{cases} \begin{cases} \begin{matrix} 1/2 \\ \swarrow \\ re^{(m+m')\tau + \sigma\sqrt{\tau} + \sigma'\sqrt{\tau}} \\ \searrow \\ 1/2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \swarrow \\ re^{(m+m')\tau + \sigma\sqrt{\tau} - \sigma'\sqrt{\tau}} \\ \searrow \\ 1/2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1/2 \\ \swarrow \\ re^{(m+m')\tau - \sigma\sqrt{\tau} + \sigma'\sqrt{\tau}} \\ \searrow \\ 1/2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \swarrow \\ re^{(m+m')\tau - \sigma\sqrt{\tau} - \sigma'\sqrt{\tau}} \\ \searrow \\ 1/2 \end{matrix} \end{cases}$$

3.2 利率期限结构的数据

要估计利率动态首先要有利率期限结构的数据。我们沿着林海、郑振龙 (2004) 和 Lin 和 Zheng(2003)的路线，使用多元回归样条估计和上交所 2001 年至 2004 年 6 月每天的国债交易数据估计了上交所在此期间每个交易日的利率期限结构，然后在此基础上根据 BDT 模型来估计利率的二叉树图。

3.3 拟定价的可赎回债券和可回售债券

国家开发银行从 2001 年以来共发行了 90 多只金融债，其中有一部分是可以赎回的或可以回售的，我们将对这些具有赎回 (回售) 性质的债券进行定价，最终选定的样本包括 5 只可回售债券和 6 只可赎回债券。下面是这些债券中含权条款的例子：

可赎回债券：02 国开 06；10 年期；起息日 2002-6-16；本期债券仅设定一次发行人选择提前赎回的权利，即发行人可选择在 2007 年 6 月 16 日以面值全部赎回债券，发行人选择赎回前，将至少提前一个月，即于 2007 年 5 月 16 日之前告知全体债券持有人，同时通知中央国债登记结算有限责任公司。

可回售债券：01 国开 20；10 年期；起息日 2001-12-21；本期债券的任何持有人均可选择在 2006 年的付息日由发行人以本金全部或部分赎回债券，但需至少提前一个月，即于 2006 年 11 月 21 日之前告知中央国债登记结算有限责任公司托管部。本期债券不设定发行人主动赎回事项，仅设定持有人有选择赎回的权利。

4 定价结果与分析

4.1 可赎回债券定价结果

我们选起息日为定价日，所选样本债券都是按面值 100 发行的。所以如果债券的理论价格高于 100，说明债券被低估，反之债券被高估。

表 1 国开行可赎回债券的定价结果

债券简称	02 国开 06	02 国开 15	02 国开 18	03 国开 02	03 国开 13	03 国开 14
起息日	2002-6-16	2002-10-26	2002-12-10	2003-3-31	2003-7-29	2003-7-29
普通债券价值	114.8431488	126.3034848	128.9003379	113.272937	119.0500585	119.0500585
赎回权价值	14.52459343	20.22579172	20.65483421	16.8975190	17.4705789	17.4705789
可赎回债券价值	100.3185554	106.0776931	108.2455037	96.3754183	101.5794796	101.5794796

4.2 可回售债券定价结果

表 2 国开行可回售债券的定价结果

债券简称	01 国开 20	02 国开 05	03 国开 15	03 国开 16	04 国开 02
起息日	2001-12-21	2002-5-9	2003-8-28	2003-9-4	2004-2-25
普通债券价值	110.1222633	131.7423443	111.4056964	141.5623617	114.3534045
回售权价值	12.649085	22.81393436	12.03362042	27.20570277	14.77450422
可回售债券价值	122.7713483	154.5562787	123.4393168	168.7680644	129.1279087

5 结论与建议

从定价结构可以看出,可赎回债券的价值基本上在发行价格附近波动,说明市场对这种债券的定价是比较合理的,不过可回售债券的定价结果表明这种债券存在被严重低估的情况,可能的原因是国内市场对这种债券的价值还缺乏充分的认识。这类似于我国可转换债券市场上投资者持有的转股权被严重低估。

此外,要注意的是本文使用的利率期限结构是从上海证券交易所的国债数据中剥离出来的,这样做的一个隐含假定是上交所的利率期限结构是合理的,不过由于我国债券市场还处于发展初期,其利率期限结构有明显的不合理之处,这可能会对上述结论造成一定的影响。

参考文献:

1. Black, Fisher, Emanuel Derman and William Toy, 1990, "A One Factor Model of Interest Rates and Its Application to Treasury Bond Options", *Financial Analysts Journal*, January-February, 33-39.
2. Lin, Hai and Zhenlong Zheng, 2003, Dynamic Behavior of Interest Rates in China, *Chinese Business Review*, Nov., Vol. 2, No. 4.
3. 林海、郑振龙,《中国利率期限结构:理论与运用》,北京:中国财经出版社,2004。