主观期望效用模型在保险产品定价中的应用

厦门大学金融系　厦门保监局　何凯浩

厦门大学金融系　郑振龙

[摘要] 效用理论一直是研究在风险和不确定条件下进行合理决策的理论基础，但是，由于多数决策者的决策行为与期望效用理论所规范的“合理决策”模式不相吻合，这种对效用理论合理性方面的挑战使在传统的期望效用理论下确定的保费价格的合理性也受到了普遍的怀疑。本文首先述评了期望效用理论对保险定价的可行性方面的解释，指出其中的不足之处；然后运用主观期望效用模型对保险定价的可行性进行解释说明，指出保险定价可行的根本原因在于保险人和投保人所处的不同风险环境，而不在于两者效用函数之间的差别。

关键词：主观期望效用、保险产品、定价

一、期望效用理论在保险定价中的应用述评*

虽然在保险教科书和保险精算实务中都常用“纯保费＋附加保费”的模式来对保险产品进行定价。但从理论上说，保险产品作为一种商品，和其它商品一样，其价格在本质上是由市场的供求关系决定的，它的特殊性仅仅体现在它不是在对有形的产品而是要对无形的“风险”定价。这里可以把风险理解为理赔或损失随机变量。这样一来，保险定价在形式上就是要建立一种价格尺度，使得可以用一种确定的量（保费）去衡量一个不确定的损失。但是，随之会产生的一个问题就是由谁来决定这种价格尺度以及它的合理性体现在什么地方？这是保险经济学首先应该回答的问题。

保险产品作为一种商品，和其他商品一样，必须满足商品的社会性，它在市场上的运作之所以能够成功是因为它能满足人们的主观需要，人们通过购买保险能够获取与他（她）所支付的价格相匹配的主观满足。在经济学中，通常是用效用理论来衡量一定量的物品或财富给人们带来的满足程度的。我们现在就先从经济学中的期望效用理论（Expected Utility Theory，EU）、从合理决策的角度来看

* 本节主要参考文献[8]

待保险定价的问题。

为此，我们分别从投保人和保险人的价值结构来看看保费定价的“合理性”。假定某人拥有价值为 W 的财产，但这笔财产面临着某种潜在损失，这一风险被表示为随机变量 X，满足 $0\le X\le W$，其概率分布记为 $F(x)$。现在的问题是他应支付多大一笔保费 H 去（全额）投保这笔财产？

很显然，根据效用原理，保费 H 对财产持有人（投保人）来说是付得越少越好，其所愿意支付的最高保费（临界值）是当“投保的效用”等于“不投保的效用”时所对应的解，即使得投保人觉得在那个保费下保与不保无所谓的临界值。

若决定投保，则无论损失是否发生，财产持有人仅损失所付出的保费 H，仍确定地拥有 $W\text{-}H$，对于财产持有人的效用为 $u(W\text{-}H)$；若决定不投保，则其最终的财产实际上是不确定的，为随机变量 $W-X$，其期望效用为：

$$\hat{u}(W-X)=E(u(W-X))=\int_0^W u(W-X)dF(x) \tag{1.1}$$

因此，对财产持有人来说，保费 H 应满足：

$$u(W-H)\ge \hat{u}(W-X) \tag{1.2}$$

H 越大，$W-H$ 就越小，投保的效用 $u(W\text{-}H)$ 也就越小，当 H 高到使等号成立时，财产持有人就觉得保与不保都无所谓了，这样，财产持有人愿意接受的最高保费 H^* 就是使得（1.2）式等号成立时的解。

现在再从保险人的角度来考虑，假设保险人所要求的保费为 G，若要承保，则可以在保险人原来财富 v 的基础上增加一笔保费收入 G，但得替投保人承担风险，其财富变成了随机变量 $v+G\text{-}X$。那么，保险人应该收取多少保费去承保财产持有人的风险呢？类似地，G 对保险人来说是越高越好，在 G 一定时，保险人承保财产持有人的风险时的效用为：

$$\hat{u}(v+G-X)=E(u(v+G-X))=\int_0^W u(v+G-X)dF(x) \tag{1.3}$$

若保险人决定不承保财产持有人的风险，则保险人将确定性的拥有自己原来的资产 v，他在不承保时的效用即为：$u(v)$。这样，对保险人来说，决定承保的保费收入 G 必须满足下面的效用不等式：

$$u(v)\le \hat{u}(v+G-X) \tag{1.4}$$

即保险人承保风险的效用应该不小于不承保时的效用。G 越小，承保的效用

$\hat{u}(v+G-X)$ 就越小，当 G 小到使等号成立时，承保对保险人来说已经没有任何吸引力，所以保险人愿意接受的最低保费 G_*就是使得（1.4）式等号成立时的临界值。

因此，只有当投保人愿意付出的最高保费 H^*大于保险人愿意接受的最低保费 G_*时，一份保险合同才能够在介于 G_*和 H^*之间的价位成交，这样的价格才是互利的，因而是“合理”的。图 1.1 直观地说明了临界保费 H^*、G_*与纯保费 $E(X)$ 已经实际价格 P 之间的关系：由效用原理知道大多数人厌恶风险的，即其效用函数是一个凹函数，则有：$E[u(X)] \leqslant u[E(X)]$。所以，投保人愿意付出高于纯保费 $E(X)$的价格，即 $H^*>E(X)$。如果 $H^*<G_*$则无法成交；所以，保险人与投保人之间保险合同要签订的必要条件是：$H^*>G_*$，这时我们称[G_*, H^*]为可行价格区域，成交价均衡保费 P 靠近哪个端点由其他市场因素如竞争因素等决定。

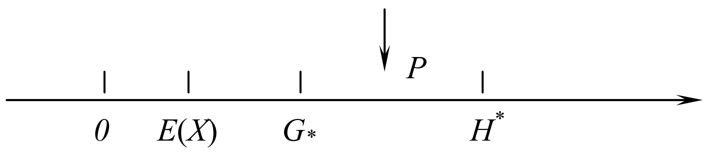

图 1.1 纯保费、临界保费和均衡保费

Fig 1.1 Net premium、Critical premium and Level premium

但是，由于效用函数是一种主观的、因人而异并难以确定的东西，实际中不可能去讨论每个人具体的效用函数然后作出相应的决策。另一方面，$H^*>G_*$要求保险人对相同的风险的“定价”低于投保人的“定价”，也就是说，保险人相对于投保人来说比较不厌恶风险，但是，保险人作为风险的承保者，其本身集中了大量的风险，对于单位风险的低估积累起来以后对保险人来说是灾难性的；另外，效用函数描述的是决策者对待财富或其他物质的主观满足感，$H^*>G_*$要求保险人和投保人在效用函数的凹凸性方面存在差异，即保险人的效用函数相对投保人更为平坦，但效用函数这种主观的、因人而异并难以确定的东西，目前没有客观的证据证明保险人与投保人对待财富或其他物质的主观看法存在差别。此外，对效用理论的另一种质疑是现对于效用理论本身的合理性而言的，人们发现许多决策者的决策行为往往与期望效用理论所规范的“合理决策”模式不相吻合，如著名的 Allais 悖论等，这是一种更为深刻的挑战。

综上所述，传统的期望效用理论虽然在一定程度上描述了保险市场上保险人

与投保人之间如何对承保风险的“价格”的合理确定，但是由于效用函数的主观性及传统的期望效用理论本身的“合理性”存在的问题使得传统的期望效用理论在保险定价中的应用缺乏客观性，在其理论体系下的定价过程及结果的合理性也就不可避免的被广泛的质疑。

二、主观期望理论及其在保险定价中的应用

2.1 主观期望效用模型概述

2.1.1 期望效用理论的改进回顾

针对以上提出的关于传统的期望效用理论在实践和实验研究中出现的那些问题，特别是针对最具有代表性的 Allais 悖论，许多经济学研究者都对此做出了深入的研究和分析，并做出了有针对性的使期望效用理论一般化的方式：Kahneman（1978）提出了主观权重效用（Subjectively Weighted Utility，SWU）的概念，用决策者主观的权重替代线性概率，这可以解释 Allais 问题和共同比率效应；后来，Kahneman 和 Tversky（1979）提出著名的“前景”理论（Prospect Theory，PT），作为风险决策的描述性模型，是对 EU 的批判，也是对 SWU 的进一步发展，其核心为价值函数和权重函数，可以解释 EU 无法解释的选择异象。但是主观权重代替客观概率也遇到了一些问题，首先是主观权重之和不再为 1，根据 PT 理论，权重之和可以大于 1 也可以小于 1，从而导致权重函数变成一个非概率测度；此外，Ellsberg 悖论也给主观权重理论提出了质疑：

Ellsberg 悖论 Ellsberg 在 1961 年曾经设计了一个经济学实验：假设有一个共装有 90 个红、黑、黄三色球的坛子，这些球除了颜色不同外没有其他任何差异。这 90 个球中有 30 个红球，黑球和黄球共 60 个。参与者通过从坛子中取球来决定其获得的回报，在取球前参与者面临两组选择：f_1、f_2 和 f_3、f_4，各自的回报和获取条件如下表所示（单位：万美元）：

	30	60	
	red	black	yellow
f_1	\$100	\$0	\$0
f_2	\$0	\$100	\$0
f_3	\$100	\$0	\$100
f_4	\$0	\$100	\$100

绝大多数参与者在第一组选择中选择了 f_1，在第二组选择中选择了 f_4。但这

种选择正好无法用主观概率的观点来解释，因为在第一组中选择 f_1，说明参与者主观判断认为取出红球的概率的 $\overline{p}_r$ 大于取出黑球的概率 $\overline{p}_b$；因此，无论其对取出黄球的主观概率 $\overline{p}_y$ 是多少，在面对第二组选择时都应该选择 f_3，因为

$$\overline{p}_r > \overline{p}_b \Rightarrow \overline{p}_r + \overline{p}_y > \overline{p}_b + \overline{p}_y$$

相反的实验结果使主观权重作为人们在有不确定时决策的根本依据的假设受到了质疑。

后来仍有很多研究者对期望效用理论做出改进，建立了不少这方面的模型，其中最为知名的模型是依赖排序期望效用理论。该理论由 John Quiggin 提出，该理论被 Machina（1994）认为是对经典期望效用理论最自然和最有用的修正。在该模型中，期望结果的权重不仅取决于结果的真实概率，且取决于该概率在其他结果中的排列顺序。对结果 x_i 定义 x_n 为最差，x_1 为最好，决策者最大化决策权重:

$$w_i=\pi(p_1+\ldots+p_i)-\pi(p_1+\ldots+p_{i-1}) \quad 且 \quad w_1=\pi(p_1)$$

该理论区分了决策权重 w 和概率权重 π 非常有意义。注意到 $\pi(p_1+\ldots+p_i)$ 是获得大于或等于 x_i 的结果的主观权重，而 $\pi(p_1+\ldots+p_{i-1})$ 则是获得比 x_i 更好结果的主观权重，因此，该理论中的 $\pi(\cdot)$ 实际上是累积概率的转换。Richard Gonzadez 和 George Wu（1999）认为概率权重函数的解释反映了潜在的“心理风险”，即个体主观地破坏了客观概率。该理论一个很有吸引力的性质就是，不同于单一的决策权重模型将同样的决策权重分配给任何有概率 p 的结果，它会将分配到结果的权重根据有多“好”和多“坏”来变化，所以原则上它会允许极端的结果获得尤其高（或尤其低）的权重。但是，该模型在将概率反应函数转化为主观概率时简单的使用累计概率转换，前一项概率的变化可能只对后面部分结果有影响，而不是对事件整体有影响，无法描述决策者对不确定性选择的整体判断。

国内在效用理论这方面的研究比较少，大部分相关的论文都是以综述的形式来描述效用理论及关于效用理论方面的质疑和改进；但也有部分学者在这方面做了一些研究，其中王愚、达庆利、陈伟达（2002）则在分析 Allais 悖论的基础上提出了模糊先验概率的概念，对 Allais 悖论等问题做出了一定的解释。何凯浩、谭忠（2003）建立了安全系数的概念，并用安全系数代替期望效用理论中的概率

系数，建立主观期望效用模型，用这个模型可以解释 Allais 悖论等问题。

总之，风险和不确定性选择是等级依赖的，决策者对结果关注的顺序对主观概率判断有重要影响；效用函数和权重函数的形状、形式（累积与否）及影响因素仍是争论的重点。

2.2.2 主观期望模型

（1）确定性效应函数（Certainty Effect Function）

通过上面的一系列与期望效用理论不一致的选择行为和众多经济学家、心理学家的研究表明：如同人们会对不同的物质或服务产生主观的反应即效用一样，人们对概率也存在一种主观上的判断，在不同的情况下人对风险变化的敏感度是不一样的，即便这个风险能给人带来相同的回报。例如 Allais 悖论中，人们在 A、B 两组的第一个选择中同样地面对着 1%的额外风险，但是在 A 中，人们选择了规避风险；而在 B 中，人们却选择了冒这个风险。一般认为，人都有一种倾向于确定性的心理，即在可以确定地获取财富的时候，人们都倾向于稳妥地获取这个财富，而不愿意去承担风险。也就是当概率 $p\to 1$ 的时候，人会对 p 变化会比较敏感而显得比较厌恶风险；而当 $p<<1$ 时，人们对 p 的变化的敏感度比较低，从而显得会比较愿意冒险，这就是确定性效应。

因此，类似于通过效用函数 $u(x)$来描述人会对财富或其它物质产生的主观反应；我们可以构造一个确定性效应函数 $v(p)$，通过这个函数反映决策者对概率 p 的主观判断，用来描述人们对概率 p 的主观态度。$v(p)$应满足以下性质[1]：

性质 1、$v(1)=1; v(0)=0$。即对于概率 $p=1$ 的事件，其确定性效应为 1；而对于 $p=0$ 的事件，其确定性效应也为 0。

性质 2、$v'(p)>0, v''(p)>0, (0<p\le 1)$。显然，概率 p 越大，给人的安全感就越强，确定性效应也就越大，即 $v'>0$；同时，p 越大，$v(p)$对 p 的变化就越敏感，也就是 $v(p)$的“边际效应”是递增的，即 $v''>0$。这可以从 Allais 悖论中看出，在 B 组中，当 p 从 0.1 增加到 0.11 时，确定性效应增加不明显，人们仍选择 $p=0.1$ 下的 500 万美元；但是，当 $p=0.99$ 时，再增加 0.01 却使人们的确定性效应增加了很多，促使人们放弃对 500 万美元的追求而选择稳妥地获取 100 万美元。

[1] 以下确定性效应函数的性质与 Kahneman 和 Tversky（1979）著名的“前景”理论中的权重函数（Weighting Function）的性质很相似，权重函数的三个性质是：（1）$\pi(0)=0$，$\pi(1)=1$；（2）在低概率时，$\pi(p)>p$，在高概率时 $\pi(p)<p$；（3）对于任意的 $0<p,q,r\le 1$，$\pi(pr)/\pi(p)\le\pi(pqr)/\pi(pq)$。

性质 3、 $\lim\limits_{p\to 0^+} v(p)>0, \lim\limits_{p\to 1} v'(p)>1$。当概率 p 很小时，*v(p)*对 p 的变化变得很不敏感，人们对 p＝0.001 与 p＝0.0001 的事件可能视为没有什么差别；当 p 非常小，即 $p\to 0^+$时，人们在主观上并不认为那种事件是几乎不会发生的，相反，人们内心总认为这种事件是迟早总会发生的，即 $\lim\limits_{p\to 0^+} v(p)>0$。例如：彩票一等奖的中奖概率仅有近千万分之一，这是一个几乎不能发生的概率，但是，彩民们却觉得自己能碰上这种好运。所以，当 $p>0$ 且 $p\to 0^+$时，人们已经对 p 的大小失去了兴趣，对 p 的变化变得很不敏感，这时 p 增加或者减小 10 倍对他们的确定性效应的影响都是很小的。这样， *v(p)*在原点并不连续，*v(0)*＝0，而 $\lim\limits_{p\to 0^+} v(p)>0$。

而当 $p\to 1$ 时，人们对 p 的变化变得非常敏感，p 的一个微小的变动会给人带来很大的影响，如同 Allais 悖论中的 A 组选择中，0.01 的额外风险足以使人们放弃对 500 万美元的追求而转向稳定地获取 100 万美元，因而有 $\lim\limits_{p\to 1} v'(p)>1$，即 p 接近 1 时，主观确定性效应的增量要大于概率 p 的增量。

综上所述，一个典型的确定性效应函数 *v(p)*有如图 1 所示的曲线：

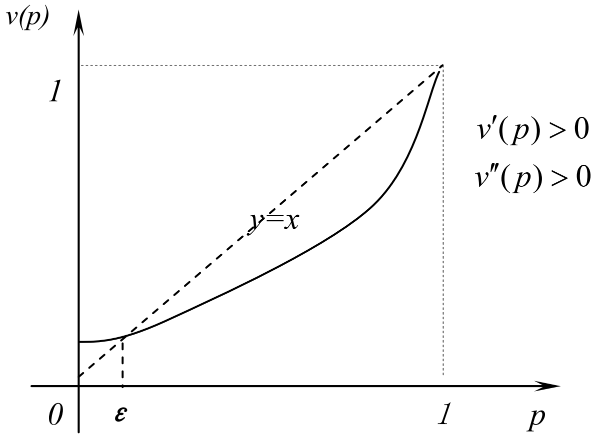

图 1：确定性效应函数曲线图
Fig1:Curve of Certainty Effect Function

定理 1 假设确定性效应函数 *v(p)*满足性质 1~性质 3，则在(0，1)上存在唯一的一点 ε，使得 *v(* ε *)*＝ ε。我们称 ε 为投机临界点。

证明：要证明 *v(p)*在(0，1)上存在点 ε，使得 *v(* ε *)*＝ ε，即要证明 *v(p)*与直线 $y=p$ 在(0，1)上有交点。

令 $f(p)=v(p)-p$，则只要 *f(p)*证明在(0，1)上有解。

∵ $f(1)=v(1)-1=0$，即 *f(p)*在 p＝1 处与横轴相交（性质一）；

又∵当$p \to 1$时， $f'(p) = SC'(p) - 1 > 0$（性质三）

∴$\exists\ 0 < \delta < 1$，使$f(p') < 0, \forall p' \in [\delta, 1]$成立

又∵$f(0)=v(0)-0>0$（性质一）且$f(p)$在(0，1)上是连续函数

∴存在一点$\varepsilon \in (0, \delta)$，且$f(\varepsilon) = 0$

又∵$f''(p) = SC''(p) - 0 > 0$（性质二）

∴$f(p)$是一个凸函数

∴$f(p)=0$最多只有两个解，而$p=1$是其中一个解

∴$f(p)=0$在(0，1)上只可能有一个解

即存在唯一的ε，使得$v(\varepsilon)=\varepsilon$成立

从图 2 可以看出，当$\varepsilon < p < 1$时，$v(p) < p$，也就是说，当概率在投机临界点之上时，人们主观上认为能够“真正”的概率$v(p)$小于其客观概率p；相反，当$0 < p < \varepsilon$时，$v(p) > p$，也就是说，当概率在投机临界点之下时，人们对概率的主观判断大于其客观概率p。

需要补充说明的是，不同决策者的投机临界值ε一般是不一样的，有些人的投机心理可能强一些，这样其ε值也就大一些；相反，对于生性比较谨慎的人而言，其ε值会比较小；在一般情况下，尽管每个人的ε值各不相同，但ε一般都取比较小的值，也就是在概率很小时，人们对其变化的反应才会变得很小，使$v(p) > p$，从而出现投机心理。此外，在面对正的回报与面对负的回报时的投机临界值ε也会不一样，一般情况下，由于人们对风险的厌恶，一般容易高估损失的发生概率，因此面对负的回报时人们的投机临界值会高于面对正的回报时的投机临界值。

（2）主观概率、主观期望效用模型和主观期望模型

虽然确定性效应函数$v(p)$描述了决策者对客观概率的主观反应，将其函数值$v(p_i)$作为决策者对客观概率的替代值，代替期望效用模型的概率权重p_i建立的“主观期望效用模型”[2]也能解释 Allais 悖论等问题；但这样直接用确定性效应函数值代替客观概率存在一个隐含的问题，就是决策者对概率的主观判断——

---

[2] 详见何凯浩和谭忠（2003）。

确定性效应函数值之和可能小于（或大于）1，即 $v(p)$不是一个概率测度，从而导致“事件的全体”发生的（主观）概率之和不为 1。

另外，直接用确定性效应函数值代替客观概率也暗示着决策者对不同结果的发生可能性主观判断的方式和顺序上是无差别的，即决策者按相同的方式同时对各个结果发生的概率做出主观反应，主观上认为任何结果发生的可能性等于 $v(p_i)$；但是，一般情况下，实际上决策者对不确定性选择的不同结果的关注程度是不一样的，估计不同结果发生的可能性的顺序一般也是不一样的，决策者首先考虑的是其关注的结果并对该结果发生的可能性作出主观判断，而对于那些较不关注的结果则可能比较迟才作出反应。

假设不确定事件可能产生 n 个结果：a_1，a_2，……，a_n；各自发生的概率分别为：p_1，p_2，……，p_n，$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$，且各结果之间是相互独立的。那么，决策者在面对这么一个事件时会对各个结果及其发生的概率有什么样的反应，对该决策者而言各个结果发生的“主观概率”（Subjective Probability）π_i 会是多少？为了说明这个问题，我们需要建立一个主观概率模型，而在建立这个模型之前，先作如下假设：

假设一 决策者面对的不确定性选择各个结果发生的可能性是一次性确定的，即对任意一个结果决策者只需对其发生的概率作一次判断，需作两次或多次判断的则当作两个或多个不确定性选择处理。在上面的“后悔”试验中，决策者实际上是对概率做了两次主观判断：对能否进入第二轮（0.25）的判断和进入第二轮后各个结果之间概率的判断。

假设二 决策者可以依据自己的偏好对所有的 n 个结果进行排序，即决策者清楚自己所关注（考虑）的依次是哪个结果。这里不妨假设其关注的顺序为：$a_1 \succ a_2 \succ \cdots\cdots \succ a_n$。

假设三 决策者根据自己对结果的偏好顺序对各个结果发生的可能性依次作出主观判断，即决策者总是对自己最偏好的结果第一个作出反应，然后考虑第二偏好的结果，如此类推。

假设四 决策者基于客观概率 p 对不同结果发生的可能性作出主观判断，即主观概率是而且只是客观概率 p 的函数。

假设五 为了后面实证分析及应用的需要，我们这里将精力集中于对结果发生的可能性的主观判断上，对效用函数本身不作过多的考虑。

在这五个假设前提下，我们可以建立以下主观概率模型：

$$\begin{cases} \pi_1 = v(p_1) \\ \pi_i = (1-\sum_{j=1}^{i-1}\pi_j)\cdot v(p_i \Big/ \sum_{k=i}^{n} p_k) \end{cases} \qquad i = 2,3\cdots\cdots n \tag{2.1}$$

说明：主观概率模型可以看作决策者根据自己对结果的偏好按照确定性效应函数逐次对各个结果做出反应，通过多次条件概率调整将总概率“1”分配于各个结果的过程。首先，由于决策者最关注的结果是 a_1，所以他首先对 a_1 作出主观判断 $\pi_1 = v(p_1)$；其次，在做出 $\pi_1 = v(p_1)$ 主观判断之后，决策者面临着余下的 $n-1$ 个结果，同时，“剩下”的概率为 $1-\pi_1$。对于余下的 $n-1$ 个结果，决策者关注的是 a_2，在只剩下 $n-1$ 个结果的前提下，a_2 发生的客观可能性是：

$$p(a_2 \mid n-1) = \frac{p_2}{p(n-1)} = \frac{p_2}{\sum_{k=2}^{n} p_k}$$

则决策者对结果 a_2 发生的可能性的主观判断为：

$$\pi_2 = (1-\pi_1)\cdot v(p_2 \Big/ \sum_{k=2}^{n} p_k)$$

如此类推，即可得到上面的主观概率模型（2.1）式。

定理 2 若决策者按主观概率模型对事件结果发生的可能性做出主观判断，则所有结果的主观概率之和等于 1，即：

$$\sum_{i=1}^{n} \pi_i = 1$$

由主观概率模型和确定性效应函数的性质可知，定理 2 的结论是显然的。

推论 若不确定性选择仅有两个可能结果 $a_1 \succ a_2$，它们的客观概率分别为 p_1、$1-p_1$，则对于决策者所偏好的结果 a_1 来说，其主观概率为该结果的客观概率所对应的确定性效应函数值 $v(p_1)$，另一个结果 a_2 的主观概率则为 $1-v(p_1)$。

定理 2 说明用主观概率模型解决了直接用确定性效应函数值代替客观概率时总概率和不为 1 的问题。用主观概率 π_i 代入期望效用模型中代替客观概率 p_i，

就得到了主观期望效用模型（Subjective Expected Utility Model）：

$$E^S(u(X)) = \pi_1 \cdot u(a_1) + \pi_2 \cdot u(a_2) + \cdots\cdots + \pi_n \cdot u(a_n) = \sum_{i=1}^{n} \pi_i \cdot u(a_i) \tag{2.2}$$

同理，在求期望值的函数中用主观概率 π_i 代替客观概率 p_i，就得到了主观期望模型（Subjective Expectation Model）：

$$E^S(X) = \pi_1 \cdot a_1 + \pi_2 \cdot a_2 + \cdots\cdots + \pi_n \cdot a_n = \sum_{i=1}^{n} \pi_i \cdot a_i \tag{2.3}$$

2.2 主观期望效用模型在保险产品定价中的应用

保险学说到底是一门关于如何用财务手段处理风险的科学，保险定价实质上是对风险的定价。传统的期望效用理论认为保险定价的可行性缘于保险人与投保人在效用函数上的差别，保险人的效用函数相对于投保人的更不“惧怕”风险，对风险的定价比投保人的低，使得 $G_* < H^*$，从而保险价格 P 可以在介于由 G_* 与 H^* 之间实现。

但是由于效用函数具有很强的主观性，没有足够的客观证据或理论证明保险人的效用函数的 Arrow-Pratt 指数会比投保人的低，从而使传统的效用理论下的定价模式受到了广泛的质疑。下面，我们运用主观期望效用理论的观点，从保险人和投保人所处于的不同的风险环境出发，研究保险人与投保人在确定性效应函数值上的差异，进而对保险定价及定价的可行性进行分析。由于效用函数的主观性，我们很难客观的判断保险人与投保人的效用函数的异同，在不失一般性的前提下可以假设两者的效用函数是没有差别的，将分析的重心放在确定性效应函数值 $v(p)$ 上；同时，接受 Kahneman 和 Tversky 的观点，即认为决策者的效用值只与其财富的变化值有关，而与财富的初始值无关*。

我们首先从投保人的角度来考察其确定性效应函数值 $v_1(p)$。假设财产持有人面临着以期望值为 q 的概率失去某一额度的财产 W 的风险，现在要考虑的问题就是他会愿意以什么样的价格为这份财产投保？

由于投保人失去 W 的平均可能性是 q，那么，他仍拥有这一部分财产的可能

* 这个假设是由 Kahneman 和 Tversky 于 1979 年首次提出的，到目前为止尚未在实证研究中得到完全的证明，也是在效用理论方面存在争议的地方；但在保险定价方面进行这方面假设是比较合理的，因为被保险人是为了财富不会发生重大变化而进行保险；而保险人在计算保费的时候，也要保证其资产不会因为承保了该报单而蒙受损失，这样，在计算保费的时候保险人也是以财产的变化为基础的。所以，保险人与被保险人双方所关心的都是财富的变化，而非财富的累积值。

性 p＝1-q，我们也可以从另一个角度认为他以 p 的概率“获取”W，以 q 的概率什么也得不到。那么，由主观期望效用理论，记该财产持有人的确定性效应函数值为 $v_1(p)$。保险公司也是害怕风险的，一般通过核保拒绝承保风险很大的标的，即 q 的值比较小，在这种情况下 $p> \varepsilon$，从而一般有 $v_1(p)<p$，也就是说财产持有人主观上认为自己不失去 W 的可能性达不到 p，这里除了因为确定性效应函数是凸函数以外，还可以从下面两个方面进行说明：

1、风险厌恶。大量的实证研究已经证明了在一般情况下，人们会产生一种悲观主义的心态，所以财产持有人往往由于有害怕失去财产的心理，所以会导致其主观上将 q 的值放大，使他们认为自己仍将持有 W 的可能性的自信心不足。

2、q 的不确定性。在现实中，人们一般对损失的概率 q 都只有一个期望的概念，但具体到自身面对的风险，其概率的取值是不确定的。从上面提到的 Ellsberg 悖论中可以看出，人们对不确定的风险的厌恶程度要强于对确定性的风险的厌恶程度。所以，q 的不确定性会导致人们对这种风险的厌恶程度加深。

综上所述，在面临失去财产的风险时，财产持有人对仍然拥有该财产的确定性效应函数值 $v_1(p)$会明显地下凸，即：$v_1(p)<p$。

现在，我们再从保险人所处的风险环境分析保险人的确定性效应函数值。若是考虑每一单位保单，在无免赔全额投保的情况下，保险人一旦承保，则投保人所面临的风险便转移到保险人身上了，在这种意义下，保险人（承保时）所面对的风险与投保人（不投保时）所面对的风险是没有区别的，这时，两者的确定性效应函数也应该没有差别。但是，如果我们从整体上进行考虑，情况就不一样了，财产持有人所面临的风险是单一的、不稳定的风险；而保险人一般会承保大量同质或类似的标的，这样，按照概率论中的大数定律，保险人所面对的风险环境是一个相对比较稳定的、有规律的风险环境，而且其承保的标的越多，损失（索赔）发生的概率（或比例）就越稳定，保险人所面对的风险环境也就越稳定。这样，保险人对损失发生概率的主观看法就会较投保人（财产持有人）更接近于客观概率，从而其确定性效应函数值 $v_2(p)$也将更接近于 p，从而一般有：

$$v_1(p)<v_2(p)<p \qquad (2.4)$$

实际上，现实中保险公司对每一类型的保单都有数以万计保户，所以，在理论上保单发生索赔的概率是非常稳定的，可以认为 $v_2(p)$＝p。

因此，保险人和投保人所处的风险环境是不一样的，从而他们对风险的主观看法也将不一致，所以，他们各自的确定性效应函数 *v(p)*的曲线是不一样的，有如下图 2.1 所示：（假设 $v_2(p)=p$）

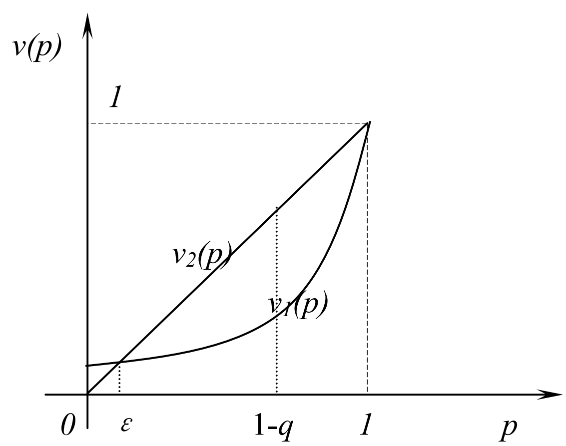

图 2.1 保险人、投保人的确定性效应函数
Fig2.1 The Certainty Effect Function of Insurers & Insured’s

对于财产 W 所面临的风险，与传统的期望效用理论的原理类似，财产持有人愿意投保的最高保费（临界保费）应该为其在投保时的主观期望效用与不投保时的主观期望效用相等时的保费值 H^*，满足：

$$v_1(p)\cdot u(W)+[1-v_1(p)]\cdot u(0)=v_1(p)\cdot u(W)=u(W-H^*) \qquad (2.5)$$

而对于保险人来说，他所愿意承保的最低保费（临界保费）G_*也是在承保时的主观期望效用值 $v_2(p)\cdot u(G_*)+[1-v_2(p)]\cdot u(G_*-W)$ 与不承保时主观期望效用值 $u(0)$相等时的保费值。满足：

$$\begin{aligned} & v_2(p)\cdot u(G_*)+[1-v_2(p)]\cdot u(G_*-W) \\ & =v_2(p)\cdot u(G_*)-[1-v_2(p)]\cdot u(W-G_*)=u(0)=0 \end{aligned} \qquad (2.6)$$

由（2.6）式得：

$$\begin{aligned} & v_2(p)\cdot u(G_*)-[1-v_2(p)]\cdot u(W-G_*)=u(0)=0 \\ & \Rightarrow v_2(p)\cdot u(G_*)+v_2(p)\cdot u(W-G_*)=v_2(p)\cdot[u(G_*)+u(W-G_*)] \\ & \qquad =u(W-G_*) \end{aligned} \qquad (2.7)$$

$\because$ $v_2(p)> v_1(p)$ 且 $u(G_*)+u(W-G_*)>u(W)$

$$\therefore\ u(W-G_*)>u(W-H^*)$$

$$\therefore G_*<H^* \qquad (2.8)$$

这样，保费价格 P 在一般情况下（只要投保人的确定性效应函数值是下凸的）总可以在介于 G_*与 H^*之间实现，这是由于保险人和投保人所处的不同的风险环境的结果，与各自的效用函数无关，其具体的取值取决于竞争状况及保险公司的内部管理效率。

其实，这个结论也可以用主观期望模型（2.3）式的观点来解释：虽然保险人和投保人所面对的风险是相同的风险，其客观期望值是相同的；但是由于保险人和投保人所处的不同的风险环境，使得两者对该风险所带来的损失的主观期望值不同。从投保人的角度来说，他们对损失的主观估计是：

$$[1-v_1(p)]\cdot W$$

而保险人对此损失的估计则是：

$$[1-v_2(p)]\cdot W$$

由式 2.4：$v_1(p)<v_2(p)<p$，所以：

$$(1-p)\cdot W<[1-v_2(p)]\cdot W<[1-v_1(p)]\cdot W \qquad (2.9)$$

即保险人对损失的主观估计要更接近于客观的损失；而投保人由于处于一个不稳定的风险环境，对风险的厌恶导致其对损失的高估，从而其对损失的主观估计高于保险人对损失的主观估计。这个差异使得保险人和投保人能够在一个双方都可以接受的价格下使保险合同得以签订。

从上面的整个推理过程可以看出，保险人和投保人之间保险合同能够签订的原因关键在于式 2.4 的成立，即 $v_1(p)<v_2(p)<p$。这个不等式包含两个条件：首先，保险人必须能够聚集大量的同质或类似的保单，因为只有这样才能使自身所面临的风险环境趋于稳定，才能确保保险人所依赖的大数法则的实现，才能在风险环境上保持对投保人的优势；其次，保险人设计的保单所涉及的风险必须具有针对性，必须充分分析投保人的心理特征，针对投保人所厌恶的风险来设计保单，这样才能保证式 2.4 的成立。

最后，需要特别指出的是，虽然保险人处在一个相对稳定的风险环境之中，但并不意味着保险公司的经营是没有风险的。保险公司除了要面对投机风险、管

理风险、财务风险以外，还有两个基于承保标的的潜在的风险：一是风险的积聚，现实社会中常常会因为天灾人祸如地震等导致大量的标的在同一时间内发生损失从而导致在短时间内“积聚”了大量的索赔，从而可能影响到保险人的财务稳定甚至导致危机；二是巨灾风险，有时候虽然只有一件或少数几件索赔发生，但由于承保标的发生的损失过于庞大，如航空事件、9.11 事件等，这种巨大的损失额往往使保险人促不及防，是保险公司极为忌讳的风险。在这两种情况下，保险人所依赖的大数法则已经失去了作用，保险人面对的这两类风险也是不稳定的，这时候保险人就变得和投保人一样“惧怕”风险了，他们一般都是选择安排再保险来对自己所面对的这些风险进行“保险”，使得在发生巨额索赔时仍能够维持财务上的稳定。这也说明传统的期望效用理论认为保险人与投保人之间对财富或其他物质的主观看法存在差异是缺乏客观依据的，在面对风险损失时，两者其实是同样存在风险回避意识的。

综上所述，我们可以得出结论：保险定价的可行性并不在于保险人与投保人对财富的主观看法——效用函数上存在差别，而是在于保险人与投保人所处的不同的风险环境，保险人通过承保大量的同质标的使其所面临的损失概率趋于稳定，提高了自己的确定性效应，从而有“能力”承保投保人的风险，当保险人自身也面临不稳定的风险时，也是“惧怕”风险的，将通过再保险的方式对自己所面临的风险进行“保险”。同时，我们可以从中得到一个启示就是：心理因素在保险精算中占据着重要的地位，保险人设计的保单所涉及的风险必须具有针对性，必须在充分分析投保人的心理特征的基础上，针对投保人所厌恶的风险来设计保单，这样才能吸引足够的消费者来购买保单，确保大数法则的实现。

参考文献

[1] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: an analysis of decision under risk[J]. Econometrica, 1979,47:263-291.

[2] Kahneman D, Tversky A. Advance in prospect theory: cumulative representation of uncertainty[J], Journal of Risk and Uncertainty, 1992, 5:297-323.

[3] Machina Mark J. Review of “Generalized Expected Utility Theory: The Rank-Dependent Model”[J]. Journal-of-Economic-Literature, 1994, 32(3):1237-1238.

[4] Quiggin J. A theory of anticipated utility[J]. Journal of Economic Behavior and Organization, 1982, 3:323-343.

[5] Tversky A, Kahneman D. Rational Choice and the Framing of Decisions[J]. Journal of Business, 1986, 59(4):251-278.

[6] 何凯浩,谭忠. 主观期望效用模型与实证研究[J]. 厦门大学学报（自然科学版）, 2003, 43(2):158-161.

[7] 王愚，达庆利，陈伟达. 基于模糊先验概率的期望效用模型[J]. 管理科学学报，2002，5<3>:30-34.

[8] 谢志刚，韩天雄. 风险理论与非寿险精算[M]. 天津：南开大学出版社，2000.