不流动资产的定价和股权分置改革研究[1]

冯玲　郑振龙　刘晓曙

（福州大学管理学院，福建福州，350002；厦门大学金融系，福建厦门，361005）

【摘要】本文考察流动性受限对资产定价的影响，即所谓不流动性折扣，并研究不流动性折扣的影响因素及其时变特征，以期对股权分置改革过程中对价的确定标准是否合理提供理论支持。我们证明了不流动性资产从根本上影响了最优组合策略，并且，我们在流动约束情形下的随机波动模型中对代理人最优组合问题提供了初始的封闭解。本研究结果表明不流动资产折价率受到流动约束的时间长短、不流动资产的波动率等诸多参数的显著影响，因此并不支持股权分置改革公司的对价水平趋同现象。

关键词:　不流动性折扣　最优组合策略　股权分置改革

一、引言

现代资产定价理论已有半个世纪的历史了。从 Arrow-Debreu（1954）的一般均衡理论，到 Modgliani and Miller（1958）资本结构无关论,再到 Markowitz（1959）的最优资产组合理论，以及 Sharpe（1964）等的资本资产定价模型，西方的资产定价模型已初步成形。但这些理论都没有考虑到流动性对资产定价的影响。

从上个世纪 90 年代开始，以 O'Hara (1995,1999,2003)为代表的市场微观结构理论从市场的广度、深度和弹性，买卖价差以及交易成本等角度研究了流动性对资产定价的影响，并取得了不少成果。但它们的主要焦点是价格的形成机制，分析的角度也是从市场微观结构的角度，因此其相关的结论主要是流动性好坏对资产定价的影响。对于交易完全受到限制的资产，则无法用该理论进行研究。

在不流动资产的定价方面，Longstaff(1995, 2001,2004)是先驱性人物。他从投资者效用最大化的角度，研究了交易受限对投资者最优选择和资产定价的影响，从而为该问题的研究奠定了很好的基础。但他没有研究流动性折扣的影响因素及其时变性。此外，Amihud & Mendelson (1986) and Vayanos & Vila (1999) 和 Silber (1991)在此方面也进行了一些研究，但在上述重要方面也都未涉及。

在国内，Chen and Xiong (2001)利用Longstaff的模型用实证数据研究了国有股法人股的折价； 汪昌云、汪勇祥（2004）研究了股权分裂与国有股流动性溢价；沈艺峰等（2006）研究了我国股权分置中对价水平的“群聚”现象，吴超鹏(2006)和 张华、吴世农（2006）

[1] 此论文为国家教育部资助课题【05JA790016】阶段性研究成果之一。

等分别对股改过程中对价支付的影响因素及选择方式进行了理论和实证分析,这些研究做了很好的尝试，但都没有达到我们的研究目标。

在我国股权分置改革的实践中，国有股作为不流动性资产以向流通股股东支付对价[2]为代价，使其可以在一定的时间期限后在市场上交易。可是支付的对价是否合理呢？虽然股改已接近完成，但这个问题在理论上依然存在诸多争议。传统的组合选择模型假定投资者能够无限量地连续交易证券，但事实上，在所有的金融市场中投资者几乎都或多或少面临流动性约束。而不流动性在我国证券市场表现尤其突出，可以说我国的股票市场为不流动性资产或限售股票的定价提供了一个独一无二的实验室。

流动性影响证券价格的程度本身在资产定价方面已经变成了一个争议性的论点。关于证券的流动性是它价值的重要决定因素这种观点被最近许多研究和实证所支持,即不流动性证券相对于其他方面完全一样的流动性证券而言在定价上有很大的折扣。例如，Amihud and Mendelson(1991) and Kamara(1994)证明了到期日一样的不流动中期国库券和流动性短期国债之间平均价差大于35个基本点。Boudoukh and Whitelaw(1991)发现在指定基准日本政府债券和相似但较少流动性的日本政府债券之间平均收益率相差50个基点以上。Silber(1992)研究表明有两年流动性约束的144规则的存信股票有平均35%的价格折扣(相对于其他一样的注册股票)。Chen and Xiong (2001)利用Longstaff的模型用实证数据研究了我国国有股法人股的折价，发现平均折价分别高达77.93% 和85.59%。这些数据表明流动性的市场显性价格是非常高的，不流动性的折扣非常大。虽然这类不流动性似乎是一种金融市场上的重要因素，但它在学术文献中还没有受到足够的注意。

从理论角度看，国有股实质上就是一种流动性受到极大限制的股票，因此我们就可以从资产定价的角度定量测算出国有股法人股的理论价格。我们分析了连续时间局部均衡模型，在研究流动性折扣的时变性时，我们让流动性资产价格扩散过程的参数都有时变性。我们在不流动性资产比例为外生给定条件下首先解出一个投资者在存在流动性约束时的最优组合策略，并且将它与无约束最优策略比较。给定最优策略，那么我们可以解出代理人财富的可获得效用。在交易不受限制时，投资者可以达到一个最大化的效用水平。当交易受限时，其最优效用水平必然下降。我们可以通过降低不流动(限售)资产的价格水平来提高该投资者的效用。当投资者的效用水平达到交易不受限制时的水平时，此时的资产价格就是该非流动性资产的价格。我们求解出流动性的约束成本并表明在一个理性的市场中存在很大的不流动价格折扣。依据模型，进行数值模拟，结果表明非流通性折价大部分与Amihud and Mendelson (1986) , Duffie, Garleanu, and Pedersen (2000),Huang (2001), Longstaff (1995a, 1995b, 2001), and Vayanos and Vila (1999)的实证结果基本一致。

我们的研究结果对探索不流动性资产定价的文献作出了辅助性的贡献。我们证明了不流动性资产从根本上影响了最优组合策略，并且，我们在约束情形下的随机波动模型中对代

理人最优组合问题提供了初始的封闭解。

这篇文章的其余部分安排如下:第二部分描述了连续时间框架，在此框架中，投资者做出组合决定，分别描述了在有流动性约束和没有约束市场上的最优组合策略，第三部分依据效用水平求出非流动性资产的价格折扣，并通过Matlab模拟计算时变的流动性折扣，并提供流动约束时资产价格折扣的估计。第四部分总结了结果并作出结论性的评述。

二、模型设计

在这一部分，我们描述了投资者进行投资组合决策的连续时间框架。由于股改前法人股和国有股不能流通，只能被公司法人或法人实体机构拥有。因此我们把投资者设定为国有资产的代理人，他们既可以持有国有股，也可以持有流通股，而国有资产代理人的一部分股票资产（国有股）在特定时期内（T）不能出售。在我们组合选择框架中有三种类型的资产:无风险债券、流动性资产（流通股）和不流动性资产（非流通股）。这种局部均衡的结构是简单的默顿连续时间结构。在这个框架中设定可流通证券收益的波动率是随机的，因为对于无约束市场，投资者可以根据市场情况频繁交易，并且可以在杠杆和无杠杆头寸之间转换。

第一种资产是无风险债券，其价格为 B_t，它赚取无风险利率 $r(t)$，B_t 的动态过程是

$$dB(t) = r(t)B(t)dt \qquad (1)$$

因为无风险利率在我们的分析中没有起任何直接的作用，我们假定 $r(t)$ = 0，那么对于所有 t，B_t = 1。

第二种资产是可流通的风险资产，让 $S_1(t)$ 表示该风险资产的动态价值，这个风险资产可以看作是整个可流通股票的市场组合。其价格的扩散过程为

$$dS_1(t) = (\mu_1 + \lambda V^2(t))S_1(t)dt + V(t)S_1(t)dz_1(t) \qquad (2)$$

$$dV(t) = \sigma_1 V(t)dz_3(t) \qquad (3)$$

在此，μ_1和λ为正常数，$V(t)$为收益的瞬时波动率，σ_1是波动率参数的波动率，为常数，$z_1(t)$, $z_3(t)$是相互独立的标准布朗运动，飘移项中的$\lambda V^2(t)$考虑到风险资产漂移率的时变性（Merton(1980)和Cox et al.（1985））。

从几何布朗运动的性质，$V(t)$在 t <∞时不会达到无限，因此$S_1(t)$在 t <∞期间内不会为 0。

第三种资产是不能流通的资产（如国有股和法人股），由于在给定期限 T 内不允许交易，因此我们不考虑其收益波动率的随机性，与其对应的可流通股的价格扩散过程为

$$dS_2(t) = \mu_2 S_2(t)dt + \sigma_2 S_2(t)dz_2 \qquad (4)$$

在此，μ_2、σ_2 均为常数，Z_2 服从标准布朗运动，$S_2(t)$ 是与非流通股相对应的流通股的市价。（2）、（4）式中 dz_1 和 dz_2 的相关系数为 $-1 \le \rho \le 1$ 。

代理人的财富为 W_t，国有股持有期为 T，在 0 时，给定代理人持有的不流动性股票的组合权重为 ω_t，$\omega_t = \frac{N_t S_{2t}}{W_t}$（$N_t$ 为代理人持有的非流通股的股数），并假定在 T 时期内，ω_t 不变，但 T 时起，国有股可以开始无约束地流通。则代理人的流动性财富为 $(1-\omega_t)W_t$，他在无风险资产和股票市场之间分配他的流动性财富，$\phi_t = \frac{\Phi_t S_{1t}}{W_t}$ 代表他持有的市场组合的价值在其投资组合中的权重（Φ_t 代表代理人持有的流通股的股数），则无风险资产的组合权重为 $1-\phi_t-\omega_t$。

在此我们赋予代理人严格正的初始财富 $W(0)$，并且 $T \prec \infty$。为简化起见，我们设定国有资产代理人没有消费，只要求其终端财富最大化。为了更易于显示不流通对股票价值的影响，我们假定其效用函数为对数函数，于是我们定义代理人的目标为 $\max E\left[\ln W(T)\right]$。

让 M（t）代表无风险资产的数量，则

$$W(t) = N(t)S_2(t) + \Phi(t)S_1(t) + M(t)B(t) \tag{5}$$

我们假定组合策略为自融资策略，则财富的扩散过程为

$$dW(t) = N(t)dS_2(t) + \Phi(t)dS_1(t) \tag{6}$$

在此，要求可行策略集为那些在所有的 t 时刻（$0 \le t \le T$），均有 $W_t \succ 0$（见 Dybvig Huang(1988) 以及 Cox and Huang(1989)）。因为任何允许零财富可能性的策略都不可能是最优的，因为 $\ln(0) = -\infty$。因为可行策略要求 $W_t \succ 0$，组合权重 ω_t, ϕ_t 就是良好定义的，将 ω_t, ϕ_t 的定义以及式（1）至（3）代入（6）式，得到

$$dW(t) = (\mu_2\omega_t + \mu_1\phi_t + \phi_t\lambda V^2)Wdt + \phi_t VWdz_1 + \omega_t\sigma_2 Wdz_2) \tag{7}$$

根据伊滕引理可知:

$$d\ln W(t) = (\mu_2\omega_t + \mu_1\phi_t + \phi_t\lambda V^2 - \frac{1}{2}\phi_t^2 V^2 - \frac{1}{2}\sigma_2^2\omega_t^2 - \phi_t\omega_t V\sigma_2\rho)dt + \phi_t Vdz_1 + \omega_t\sigma_2 dz_2) \tag{8}$$

因此，该问题变成如下最优控制问题:

目标函数 $$J(W,V,t,\omega) = \max_{\phi_t} E[\ln W(T)] \tag{9}$$

约束条件为财富方程（7）式，在此约束方程中，代理人的动态决策问题就是选择他在股票市场中流动性资产的权重 ϕ_t，以使他的期望效用最大化。则此问题的 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程为:

$$L_X J=\{\frac{1}{2}(\phi_t VW)^2+\frac{1}{2}[\omega_t{}^2(\sigma_2 W)^2]+\rho(\phi_t VW)[\omega_t\sigma_2 W]\}*J_{WW}+\frac{1}{2}(\sigma_1 V)^2 J_{VV}$$
$$+[\omega_t\mu_2+\phi_t\mu_1+\phi_t\lambda V^2]WJ_W \tag{10}$$

求解（推导见附录一）可得国有资产代理人获得的最高效用水平为:

$$J(W,V,t,\omega)=\ln W(t)-\frac{\rho^2\mu_2^2(T-t)}{2\sigma_2^2(1-\rho^2)^2}+\frac{1-2\rho^2}{(1-\rho^2)^2}*[\lambda\mu_1(T-t)+\frac{\mu_1^2}{6\sigma_1^2 V_t{}^2}(e^{3\sigma_1^2(T-t)}-1)$$
$$+\frac{\lambda^2}{2\sigma_1^2}V_t{}^2(e^{\sigma_1^2(T-t)}-1)]+\frac{\mu_1\mu_2\rho^3}{\sigma_2(1-\rho^2)^2}*\frac{1}{V_t\sigma_1^2}[\exp(\sigma_1{}^2(T-t))-1]+\frac{\lambda\mu_2\rho^3}{\sigma_2(1-\rho^2)^2}V_t(T-t)$$
$$+\frac{\sigma_2^2\omega^2}{2}(T-t) \tag{11}$$

ω 为外生给定，在 t 小于等于 T 之前维持不变。这个表达式显然满足我们在附录一推导中方程【3】猜测的函数形式。并且微分法证明以上表达式提供了 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程的封闭解。

注意等式（7），代理人的财富动态完全由 ϕ_t 和 ω 值决定。当代理人没有任何流动性约束时，他可以自由选择他所要的任何 ϕ_t 和 ω 值，能够对他的财富分布给予完全的控制。因为他能够个人最优化他对 ϕ_t 和 ω 值的选择，这些控制的最优值有由 Merton（1969）得到的简单的函数形式。然而，当有交易约束时，ω 的初始值被外生给定，代理人仅仅能够选择 ϕ_t 值。在这里，ϕ_t 在最大化代理人效用时起双重作用：ϕ_t 象原来一样直接影响财富动态，此外，由于 ω 值是外生给定的，它也会影响 ϕ_t 的行为，从而对财富动态有间接影响。因此，当有流动性约束时，ϕ_t 和 ω 对财富分布的直接和间接的影响在最大化代理人效用时必须被考虑。这使 ϕ_t 的最优值以非常细节和复杂的形式依赖于 ω。

然而，尽管这种复杂性，一些相对静态的结果能够被给出。当 t ⩾ T 时，流动性限制不再起作用，$\omega\to 0$，因为 $J(W,V,t,\omega)$ 不再取决于 ω，$J(W,V,t,\omega)$ 以 $J(W,V,t)$ 的形式起作用。因此，当全流通时，令（7）式中 ω 为 0，于是得到全流通状态下的财富动态方程为:

$$dW(t)=(\mu_1\phi_t+\phi_t\lambda V^2)Wdt+\phi_t VWdz_1 \tag{12}$$

定义全流通时的效用函数为

$$J(W,V,t)=\max_{\phi} E[\ln W(T)] \quad (13)$$

求解可得（推导见附录二）全流通状态下国有资产代理人可获得的最高效用水平为

$$J(W,V,t)=\ln W(t)+\lambda\mu_1(T-t)+\frac{\mu_1^2}{6\sigma_1^2 V(t)^2}(e^{3\sigma_1^2(T-t)}-1)+\frac{\lambda^2}{2\sigma_1^2}V^2(e^{\sigma_1^2(T-t)}-1)] \quad (14)$$

三、不流动性资产的价格折扣

式（11）和式（14）分别代表存在流动性约束和无流动约束情况下国有资产代理人可以获得的最高效用水平。我们现在需要研究的是代理人的总福利是怎样被流动性约束所影响。可以看出当交易受限时，其最优效用水平必然下降。为了使代理人获得与无约束时相等的效用水平，可以通过降低不流动（限售）资产的价格水平来提高该代理人的效用。当代理人的效用水平达到交易不受限制时的水平时，此时不流动（限售）资产价格的下降程度即为流动性的约束成本（不流动价格折扣）。我们可以通过将存在流动性约束和不存在流动性约束时代理人财富的可获得效用 $J(W,V,t,\omega)$ 和 $J(W,V,t)$ 进行简单比较而直接计算出不流动资产的价格折扣。

在一个代理人交易风险资产的能力上增加一个约束明显地减少了他的财富的可获得效用，$J(W,V,t,\omega)\le J(W,V,t)$。当代理人面对交易约束时，必须要以额外的财富予以补偿。给定可获得效用函数的对数形式，我们通过简单的规模因子 R 以补偿不流动性约束的影响。

令 $R=\exp[J(W,V,t)-J(W,V,t,\omega)]$

则

$$R=\exp[J(W,V,t)-J(W,V,t,\omega)]$$

$$=\frac{W(t)\exp(E\int_t^T\frac{(\mu_1+\lambda V^2)^2}{2V^2}ds)}{W(t)\exp(E\int_t^T\frac{(\mu_1+\lambda V^2)^2}{2V^2}ds+E\int_t^T[\mu_2\omega_t-\frac{1}{2}\sigma_2^2\omega_t{}^2(1-\rho^2)]ds-E\int_t^T\frac{\mu_1+\lambda V^2}{V}*\omega_t\sigma_2\rho ds)}$$

$$=\exp[-E\int_t^T[\mu_2\omega_t-\frac{1}{2}\sigma_2^2\omega_t{}^2(1-\rho^2)]ds+E\int_t^T\frac{\mu_1+\lambda V^2}{V}*\omega_t\sigma_2\rho ds] \quad (15)$$

因为代理人的最优组合策略独立于他的财富水平。我们可以通过 R 因子来增加代理人的财富，即使代理人在 T 时刻的财富增加 R 倍时，这相当于将不流动资产的初始价格降低 1/R 倍，使存在流动约束时的效用与全流通时的效用值相等，即不流动性资产的百分比价格折扣是 $1-\frac{1}{R}$。表一（见附录三）借助 Matlab 用数值估计列出了在一个参数组条件下不流动性资产的价格折扣百分比。

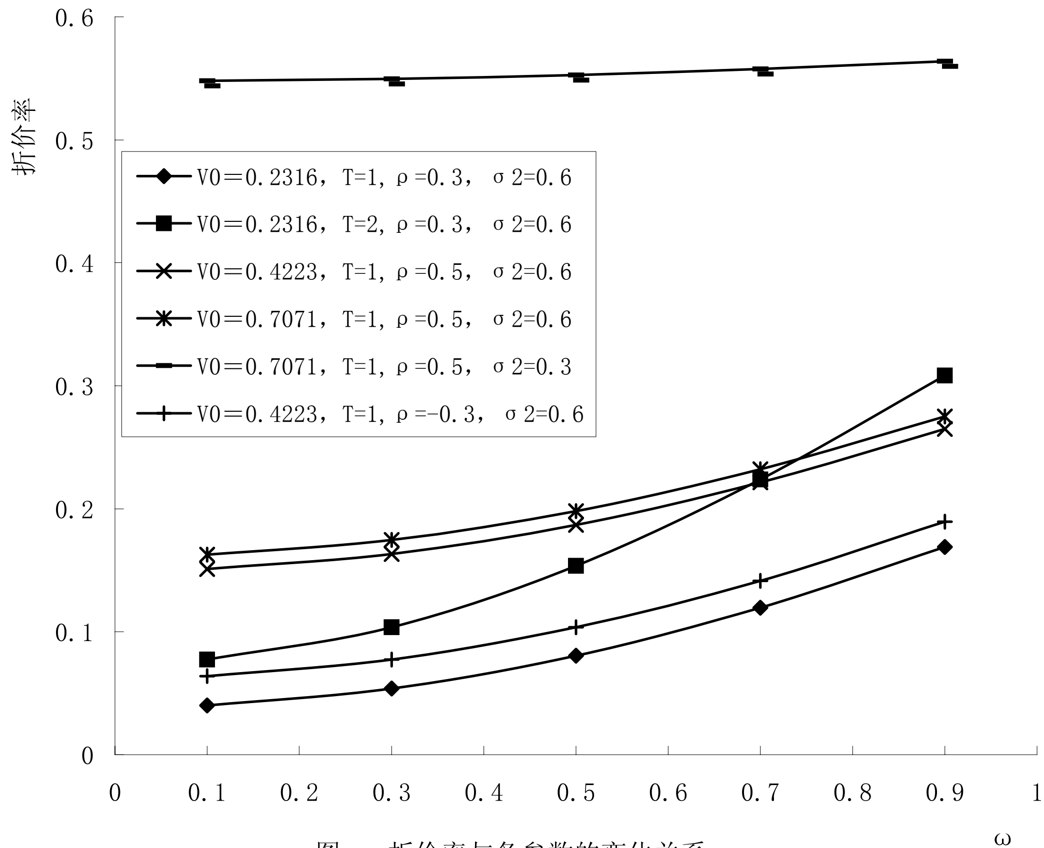
从表一可以看出，流动约束的时间 T、不流动资产的波动率σ_2以及相关系数ρ对流动性折扣的影响最大。流动约束的期限越长则价格折扣越大；而σ_2越大，不流动性资产的折价率越小；相关系数越大，不流动性资产的折价率越大，负相关时，折价率则非常小。例如，当其他常数不变，初始波动率V_0取 0.4223（随机抽取），$\sigma_2 = 0.3$，ρ = 0.5，ω_0=0.1，流动性约束的时间分别为 1、2、3、5 年时，不流动性资产价格折扣分别为 53%，78%，89.5%及 97.5%。而其他参数不变，$\sigma_2 = 0.6$，流动性约束的时间分别为 1、2、3、5 年时，不流动性价格折扣分别为 15%，27.5%，37.8%，53%，这说明由于不流动资产收益的波动率增加，风险加大，使不流动性资产的预期收益率减少，从而使不流动资产折价率（即不流动的阴影成本）降低。而流动约束的时间越长，不流动性资产的价值越低，从而使预期收益率增加，因此不流动折扣越大。而当初始波动率V_0取 0.4223，$\sigma_2 = 0.6$，ω_0=0.1，相关系数从 0.5 降低到 0.3 时，不流动性的折扣率分别从 15%，27.5%，37.8%及 53.4% 降低到 4.5%，8.7%，12.6% 和 19.7%，但是当相关系数为负数时，比如$\rho = -0.3$时，不流动性的折扣率却反而上升到 6.4%，12.5%，18.3% 和 29.1%，说明折价率与相关系数之间不是单调变化的。低相关性和高相关性的价值比中等水平的相关性的价值高。且从图二中还可以看出，这种情形下，折价率主要依赖于外生给定的不流动资产在投资组合中所占的比例ω，ω越高，不流动性资产的折价率就越高。

此外，从表一中，我们还可以看出：随着代理人持有的组合中约束股票（不流动资产）所占的比例ω越大，则不流动资产价格折扣也依次增加，只是增加幅度不明显。

下面我们图示来说明参数集中各参数对不流动资产价格折扣的影响。

从模拟结果看，最低折价率为 4.01%，最高为 97.91%，说明不同参数集的流动性折扣差异显著。图一显示了参数集中各参数对折价率的影响。从图中我们可以得出以下结论：

1. 折价率随着投资者持有的初始非流动性资产比例ω的增加而增大，但变化幅度不显著。由公式（24）可知，折价率是ω期望的函数，因此随ω的变化很小。说明折价率取决于非流动性资产和流动性资产的性质，而与代理人最初拥有的非流动性资产的比例没有显著关系。



图一　折价率与各参数的变化关系

注：图中 μ_1=0.1，μ_2=0.6，σ_1=0.2；σ_2=0.6　λ=0.2

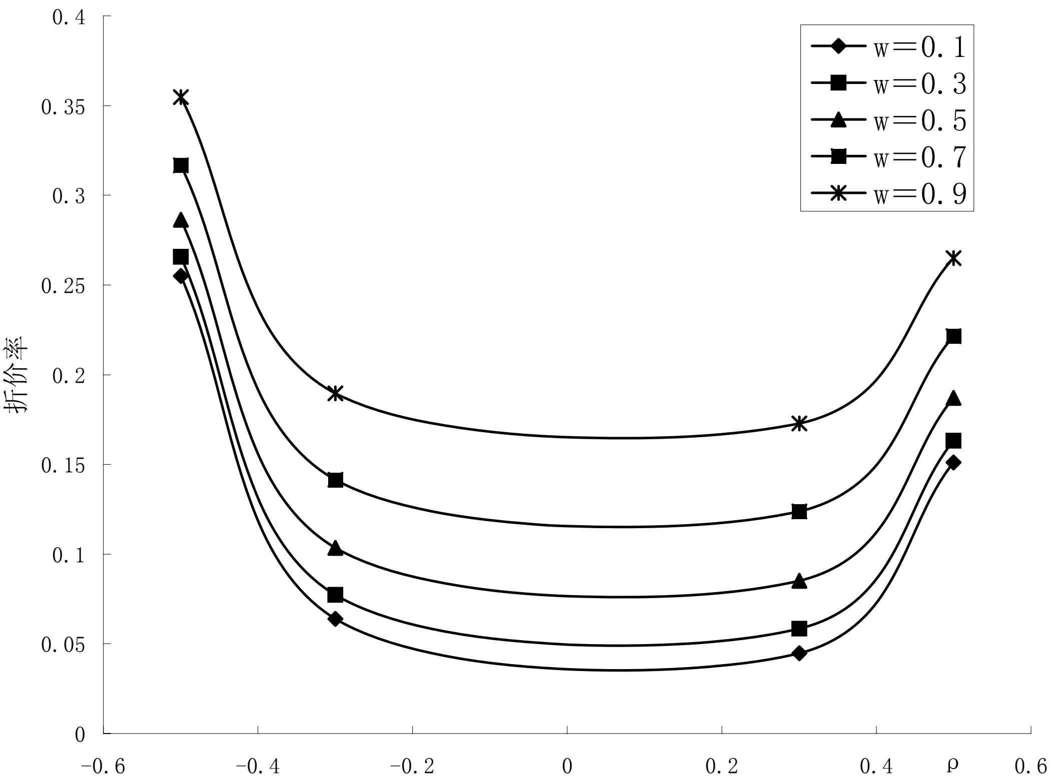
2. 不流动约束的时间期限对折价率的影响最为显著。随着 T 增加，折价率迅速增大。图一显示随着交易限制时间年限的增加，折价率不断增大，不过，从表一中可以看出随着时间年限的不断增加，折价率增大的幅度逐渐减小，预期折价率将最终趋于一个稳定的最大值。这个结论与 Longstaff (1995) 中公式（3）的折价率期限上限结论是一致的。

3. 当相关系数ρ一定时，折价率随不流动性资产波动率 σ_2 的增大而减小（这个结论与 longstaff（2001）的结论是一致的），同时，随着ρ值的减小，这种减小的幅度减小。这说明由于不流动资产所对应的流通股收益的波动率增加，而不流动性资产的交易约束使其无法在收益最高点时变现，这就加大了其机会成本，所以不流动性资产的预期收益率减少，从而使不流动资产价格折扣（即不流动性的阴影成本）降低。

4. 折价率随着流动性风险资产收益的瞬时波动率 V_0 的增大而增大。可见，流动性风险资产收益的瞬时波动率增大，流动性风险资产可能存在着更大的收益，由于流动性资产随时可以交易，所以流动性资产可以随时变现以实现这种更大的收益，这样就导致非流动性的折价越大。说明风险资产收益的时变性对不流动性折价有显著影响。

5. 折价率与相关系数之间不是单调变化的。低的和高的相关性的折价率比中等水平的相关性的折价率高。从图一中可以看出，随着非流动性资产与市场组合之间相关系数 ρ 的绝

对值越小，折价率也越小。那么从图二就可以看出，折价率与相关系数之间不是单调变化的。低相关性和高相关性的折价率比中等水平的相关性的折价率高。对负的相关性，非流动性资产用于组合分散化的潜力导致它对于代理人而言更有价值（即使代理者不能交易）。然后，达到了最小值以后，折价率再次开始增加，这是因为相关性越大，非流动性资产越能够被流动性资产对冲，因而预期收益率增加。同时，从图二中还可以看出，不流动资产在投资组合中所占的比例ω越大，则非流动性资产的折价率越高。



图二　折价率与相关系数ρ的关系

注：图二中 μ_1=0.1，μ_2=0.6，σ_1=0.2；σ_2=0.6　λ=0.2，V_0 = 0.4223，T = 1

总之，从数值模拟结果看，资产交易的受限时间期限 T 和不流动资产波动率σ_2对折价率的影响最为显著。其它参数不变，T 改变，则约束时间越长，折价率越大；σ_2越大，折价率越高。

四 结论与启示

我国证券市场从 2005 年 4 月 29 日开始的股权分置改革到 2007 年 2 月 5 日为止，两市共有 1269 家公司完成了股改或进入股改程序，市值占比为 97%，股改工作基本完成。此次改革的目的在于解决上市公司非流通股的流通问题，而改革的核心在于非流通股东为获得上市流通权必须支付“对价”给流通股股东。按理说，各个公司情况不同，各公司支付的对价水平应有很大差别。可是截止到 2007 年 2 月 5 日已完成股改的 1175 家公司中，有 934 家股权分置公司（高达 79.5%）的对价水平都集中在 10 送 2 至 4 股区间，平均

对价水平为10送3股[2]，出现显著的趋同与平均现象。

本文的研究结果表明不流动资产折价率受到流动约束的时间长短、不流动资产的波动率、流动资产和不流动资产之间的相关系数等诸多参数的显著影响，本文模拟运算所采用的数据符合我国股票市场的基本情况，得出的结果为不流动资产折价率最低为4.01%，最高为97.91%，表一和图一都显示不同参数集的公司其折价率存在显著差异，本文研究结果显然不支持股改公司对价水平的这种趋同与平均现象。肖正根（2006）的研究认为，非理性市场和政府干预的双重博弈环境是造成对价水平趋同现象的基本原因。短期投资行为占主导的市场博弈均衡结果是非理性的，而政府的不当介入则在一定程度上了加剧了均衡解的非理性程度，股改对价有失公平。而沈艺峰等人（2006）从不完全竞争市场理论的角度对上海证券市场的实证研究表明，10送3股的现象可能是寡头垄断的结果，而不是完全市场竞争的结果。而本研究认为，股改公司对价的确定应以其流动性折价为主要依据，同时兼顾公司本身的不同情况。由于上市公司其影响流动性折扣的参数集必不相同，因此股改公司对价的确定应该依据不同参数集进行定价，对价水平应呈现显著的公司差异。

参考文献:

Arrow,K·J，and G.Debreu，1954,Existence of an equilibrium for a competitive economy. Econometrica 22:pp.265-290.

Modigliani, and Miller ，1958，The cost of capital, corporation finance, and the theory of investment. American Economic Review 48: 261-297.

Markowitz, Harry M. ，1952. Portfolio selection. Journal of Finance 7: 77-91.

Matthias Kahl, Jun Liu, Francis A. Longstaff. Paper millionaires:how valuable is stock to a stockholder who is restricted from selling it?. Journal of Financial Economics 67(2003):385–410.

Sharpe, William E. 1964. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. Journal of Finance 19: 425-442.

O'Hara , M, Market Microstructure Theory, Basil Blackwell, 1995.

O'Hara M., 1999, Making Market Microstructure Matter. Financial Management, Vol. 28 No. 2. Summer.

O'Hara , M.,2003,Presidential Address: Liquidity Risk and Price Discovery, Journal of Finance 56,1335-1354.

Longstaff, Francis A.,1995，How Much Can Marketability Affect Security Value. *Journal of Finance* 5:1767-1774.

Longstaff, Francis A.,2001,Optimal Portfolio Choice and the Valuation of Illiquid Securities,*Review of Finance Studies* 14:407-431.

[2] 数据来自 wind 系统.

Longstaff, Francis A.,2004,Financial claustrophobia: Asset Pricing in Illiquid Markets, Working Paper ,UCLA.

Amihud,Y. and H.Mendelson,1986,Asset Pricing and the Bid-Asked Spread, Journal of Financial Economics 17,223-249.

Kamara, Avraham, 1994, “Liquidity, Taxes, and Short-Term Treasury Yields,” Journal of Financial and Quantitative Analysis 29, 403-417.

Vayanos, Dimitri and Jean-Luc Vila, 1999, Equilibrium Interest Rate and Liquidity Premium with Transaction Costs, Economic Theory 13: 509-539.

Silber, William L., 1991, Discounts on Restricted Stock: The Impact of Illiquidity on Stock Prices, Financial Analysts Journal, July-August, 60-64.

Amihud, Y, Mendelson, H., 1991. Liquidity, maturity, and the yields on U.S. treasury securities. The Journal of Finance 46, 1411–1425.

Boudoukh, J, Whitelaw, R., 1991. The benchmark effect in the Japanese government bond market. The Journal of Fixed Income September, 52–59.

Duffie, Darrell, Nicolae Garleanu, and Lasse Pedersen, 2000, “Valuation in Dynamic
Bargaining Markets," Graduate School of Business, Stanford University, April, 2000.

Huang, Ming, 2001, "Liquidity Shocks and Equilibrium Liquidity Premia," Stanford
University, July 2001.

Merton,R.,1980,on Estimating the Expected Return on the Market:An Exploratory Investigation,Journal of Financial Economics,8,323-361.

Cox， Ingersoll & Ross ,1985 ,A Theory of the Term Structure of Interest Rates, Econometrica,53,385-408.

Dybvig, P., Huang, C.F., 1988. Nonnegative wealth, absence of arbitrage, and feasible consumption plans. Review of Financial Studies 1, 377–401.

Cox, J.,C. and Huang, C. F. (1989), Optimum Consumption and Portfolio Policies When Asset Prices Follow a Diffusion Process, Journal of Economic Theory, 49, pp. 33-83.

Merton, R.C. (1971), Optimum consumption and portfolio rules in a continuous time model, Journal of Economic Theory 3, pp. 373-413.

Aggarwal, Raj; Schirm, David C.1995，Global Portfolio Diversification: Risk Management, Market Microstructure, and Implementation Issues，Academic Press.

Chen, Zhiwu and Peng Xiong,2001,Discount on Illiquid Stocks: Evidence From China,Yale ICF Working Paper No.00-56.

汪昌云，汪勇祥. 股权分裂与国有股流动性溢价:基于流动性的经济学分析. 中国人民大学学报，2004 年第 6 期.

沈艺峰，许琳，黄娟娟，我国股权分置中对价水平的“群聚”现象分析。经济研究，2006 年第 11 期.

张华,吴世农,许年行,我国上市公司股权分置改革中对价支付方式选择的理论与实证研究,,

第 3 届中国金融学年会——中国·上海 2006.10.
肖正根，非理性预期、政府干预与股改对价博弈，经济评论，2006 年第 4 期，90－97.

附录一

从文中（10）式可知，此问题的 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程为：

$$L_X J=\{\frac{1}{2}(\phi_t VW)^2+\frac{1}{2}[\omega_t{}^2(\sigma_2 W)^2]+\rho(\phi_t VW)[\omega_t\sigma_2 W]\}*J_{WW}+\frac{1}{2}(\sigma_1 V)^2 J_{VV}$$
$$+[\omega_t\mu_2+\phi_t\mu_1+\phi_t\lambda V^2]WJ_W \qquad (10)$$

问题等价于：

$$\begin{cases}\max\limits_{\phi_t}(L_X J+J_t)=0\\ J(W,V,T,\omega_t)=\ln W(T)\end{cases}$$

将文中（10）式对 ϕ_t 求一阶导,得：

$$\frac{\partial L_X J}{\partial\phi_t}=(\phi_t V^2W^2+\rho VW^2\omega_t\sigma_2)J_{WW}+(\mu_1+\lambda V^2)WJ_W=0 \qquad 【1】$$

解得：

$$\phi_t^*=-\frac{(\mu_1+\lambda V^2)WJ_W+\rho VW^2\omega_t\sigma_2 J_{WW}}{V^2W^2J_{WW}} \qquad 【2】$$

依照 Merton(1971)方法，我们猜测效用函数的形式为

$$J(W,V,t,\omega_t)=\ln W(t)+H(V,t,\omega_t) \qquad 【3】$$

将式【3】代入【2】式，则可以得到当代理人同时投资于三种资产时，流动性风险资产的最优组合权重为

$$\phi_t^*=\frac{\mu_1+\lambda V^2-\rho V\omega_t\sigma_2}{V^2} \qquad 【4】$$

在此，只有 ϕ_t 是可以连续控制，而 ω_t 设定为在 $t\le T$ 时维持不变（由于国有股在 $t\le T$ 时不能流通），所以以下我们把 ω_t 简写为 ω。

对文中（8）式解随机微分方程得：

$$W(T)=W(t)\exp\left\{\int_t^T(\omega\mu_2-\frac{1}{2}\omega^2\sigma_2^2-\phi_t V\sigma_2\omega\rho)ds+\int_t^T\left[\phi_t(\mu_1+\lambda V^2)-\frac{1}{2}\phi_t{}^2V^2\right]ds+\phi_t Vdz_1+\omega\sigma_2 dz_2\right\}$$

【5】

给定表达式的指数幂形式，直接证明投资者的财富对所有的 t 是严格正的，$0 \le t \le T$ 。这样，组合策略就是可行的。由于流动性被约束时，代理人一定会避免持有不流动风险资产的杠杆或卖空头寸，因此必有 $0 \le \omega \le 1$，从【4】式可以看出最优组合策略被流动性约束显著影响。已经决定了最优组合策略，现在我们来解财富的可获得效用函数。我们将 W（T）的表达式代入文中方程（9），得

$$J(W,V,t,\omega) = \max E[\ln W(T)]$$
$$= \ln W(t) + E(\int_t^T (\omega\mu_2 - \frac{1}{2}\omega^2\sigma_2^2 - \phi_t V\sigma_2\omega\rho)ds + E\int_t^T \left[\phi(\mu_1 + \lambda V^2) - \frac{1}{2}\phi_t{}^2 V^2\right]ds + E\int_t^T \phi_t V dz_1 + E\int_t^T \omega\sigma_2 dz_2) \quad 【6】$$

将【4】式代入【6】式，得到

$$J(W,V,t,\omega) = \ln W(t) + E\int_t^T \frac{\sigma_2^2\omega^2}{2}ds + E\int_t^T B ds \quad 【7】$$

其中

$$B = \frac{1-2\rho^2}{(1-\rho^2)^2} * \frac{(\mu_1 + \lambda V^2)^2}{2V^2} + \frac{\mu_2\rho^3(\mu_1 + \lambda V^2)}{\sigma_2(1-\rho^2)^2 V} - \frac{\rho^2\mu_2^2}{2\sigma_2^2(1-\rho^2)^2} \quad 【8】$$

求解【7】式，得

$$J(W,V,t,\omega) = \ln W(t) - \frac{\rho^2\mu_2^2(T-t)}{2\sigma_2^2(1-\rho^2)^2} + \frac{1-2\rho^2}{(1-\rho^2)^2} E\int_t^T \frac{(\mu_1 + \lambda V^2)^2}{2V^2} ds$$
$$+ \frac{\mu_2\rho^3}{\sigma_2(1-\rho^2)^2} E\int_t^T \frac{\mu_1 + \lambda V^2}{V} ds + E\int_t^T \frac{\sigma_2^2\omega^2}{2} ds \quad 【10】$$

求解积分可得国有资产代理人获得的最高效用水平为：

$$J(W,V,t,\omega) = \ln W(t) - \frac{\rho^2\mu_2^2(T-t)}{2\sigma_2^2(1-\rho^2)^2} + \frac{1-2\rho^2}{(1-\rho^2)^2} * [\lambda\mu_1(T-t) + \frac{\mu_1^2}{6\sigma_1^2 V_t^2}(e^{3\sigma_1^2(T-t)} - 1)$$
$$+ \frac{\lambda^2}{2\sigma_1^2} V_t{}^2 (e^{\sigma_1^2(T-t)} - 1)] + \frac{\mu_1\mu_2\rho^3}{\sigma_2(1-\rho^2)^2} * \frac{1}{V_t\sigma_1^2}[\exp(\sigma_1^2(T-t)) - 1] + \frac{\lambda\mu_2\rho^3}{\sigma_2(1-\rho^2)^2} V_t(T-t)$$
$$+ \frac{\sigma_2^2\omega^2}{2}(T-t) \quad 【11】$$

附录二

当全流通时，令（7）式中 ω 为 0，于是得到全流通状态下的财富动态方程为：

$$dW(t) = (\mu_1\phi_t + \phi_t\lambda V^2)Wdt + \phi_t VWdz_1 \quad 【12】$$

定义全流通时的效用函数为

$$J(W,V,t)=\max_{\phi}E[\ln W(T)]$$ 【13】

则此问题的 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程为

$$L_{\phi}J=[\frac{1}{2}(\phi_t VW)^2]*J_{WW}+\frac{1}{2}(\sigma_1 V)^2 J_{VV}+[\phi_t\mu_1+\phi_t\lambda V^2]WJ_W$$ 【14】

边界条件为 $J(W,V,T)=[\ln W(T)]$

对【14】式求一阶导，得到

$$\phi_t V^2W^2J_{WW}+(\mu_1+\lambda V^2)WJ_W=0$$ 【15】

从上式得到全流通时的最优组合策略为

$$\phi_l^*=-\frac{(\mu_1+\lambda V^2)J_w}{WJ_{ww}}$$ 【16】

同样，我们猜测效用函数的形式为

$$J(W,V,t)=\ln W(t)+H(V,t)$$ 【17】

可以求得全流通时的最优组合权重为

$$\phi_l^*=\frac{(\mu_1+\lambda V^2)}{V^2}$$ 【18】

因为波动率 V 非常数，最优组合权重是时变的。当 μ_1和λ为正数时，代理人持有流动性风险资产的数量为正。当 μ_1 是正的，而 λ 为负时，代理人就可能持有风险资产的杠杆头寸、无杠杆的多头头寸、甚至是风险资产的空头头寸，这取决于波动率水平。这种组合行为显著不同于当风险资产的波动率是常数时的情形。

我们将【18】式代入财富动态方程【12】, 得到

$$dW_t=\frac{(\mu_1+\lambda V^2)}{V^2}Wdt+\frac{(\mu_1+\lambda V^2)}{V}Wdz_1$$ 【19】

求解该随机微分方程，得到

$$W(T)=W(t)\exp(\int_t^T\frac{(\mu_1+\lambda V^2)^2}{2V^2}ds+\int_t^T\frac{\mu_1+\lambda V^2}{V}dz_1)$$ 【20】

将式【20】代入式【13】得到

$$J(W,V,t)=\ln W(T)+\lambda\mu(T-t)+\frac{\mu^2}{2}\int_t^T E[\frac{1}{V^2}]ds+\frac{\lambda^2}{2}\int_t^T E(V^2)ds$$ 【21】

积分给出国有资产代理人财富的可获得效用的解为

$$J(W,V,t)=\ln W(t)+\lambda\mu_1(T-t)+\frac{\mu_1^2}{6\sigma_1^2 V(t)^2}(e^{3\sigma_1^2(T-t)}-1)+\frac{\lambda^2}{2\sigma_1^2}V^2(e^{\sigma_1^2(T-t)}-1)]$$

【22】

附录三

表一　不流动性资产的价格折扣百分比

μ_1=0.1　μ_2=0.6　σ_1=0.2　λ=0.1

T	ρ	σ_2	V_0	ω 0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
1	0.5	0.3	0.4223	0.5341	0.5359	0.5392	0.5441	0.5506
2				0.7803	0.7820	0.7850	0.7896	0.7956
3				0.8950	0.8961	0.8984	0.9016	0.9058
5				0.9750	0.9754	0.9763	0.9775	0.9791
1	0.5	0.6	0.4223	0.1511	0.1632	0.1870	0.2214	0.2649
2				0.2754	0.2961	0.3355	0.3904	0.4567
3				0.3779	0.4043	0.4536	0.5200	0.5962
5				0.5330	0.5662	0.6245	0.6971	0.7730
1	0.5	0.3	0.7071	0.5479	0.5495	0.5528	0.5576	0.5639
2				0.7941	0.7955	0.7984	0.8027	0.8083
3				0.9054	0.9064	0.9084	0.9113	0.9151
5				0.9795	0.9798	0.9805	0.9816	0.9828
1	0.5	0.6	0.7071	0.1628	0.1747	0.1982	0.2321	0.2751
2				0.2965	0.3165	0.3548	0.4082	0.4726
3				0.4067	0.4318	0.4788	0.5421	0.6149
5				0.5727	0.6022	0.6557	0.7226	0.7920
1	0.3	0.6	0.4223	0.0447	0.0584	0.0851	0.1238	0.1728
2				0.0867	0.1126	0.1622	0.2316	0.3152
3				0.1259	0.1629	0.2321	0.3255	0.4325
5				0.197	0.2528	0.353	0.4787	0.6091
1	0.3	0.6	0.2316	0.0401	0.0539	0.0807	0.1196	0.1689
2				0.0774	0.1036	0.1537	0.2238	0.3083
3				0.1119	0.1494	0.2198	0.3147	0.4234
5				0.1732	0.2308	0.3339	0.4633	0.5977
1	0.3	0.3	0.4223	0.1784	0.1813	0.1872	0.1959	0.2074
2				0.3237	0.3286	0.3381	0.3523	0.3707
3				0.4421	0.4481	0.4599	0.4771	0.4993
5				0.6178	0.6246	0.6379	0.6569	0.6808
1	0.3	0.3	0.2316	0.1699	0.1729	0.1788	0.1876	0.1992
2				0.3086	0.3137	0.3235	0.3379	0.3567
3				0.4221	0.4284	0.4406	0.4584	0.4813
5				0.5917	0.5991	0.6134	0.6334	0.6590
1	−0.3	0.6	0.4223	0.0640	0.0774	0.1036	0.1415	0.1895
2				0.1250	0.1498	0.1974	0.2638	0.3439
3				0.1830	0.2175	0.2823	0.3695	0.4696
5				0.2910	0.3403	0.4287	0.5396	0.6549
1	−0.3	0.6	0.2316	0.0704	0.0837	0.1097	0.1474	0.1951

2				0.1379	0.1624	0.2093	0.2747	0.3536
3				0.2026	0.2363	0.2995	0.3846	0.4823
5				0.3242	0.3713	0.4554	0.5612	0.6710
1	−0.3	0.3	0.4223	0.2113	0.2142	0.2198	0.2282	0.2392
1	−0.5	0.6	0.4223	0.2549	0.2656	0.2864	0.3166	0.3548
1	0.5	0.3	0.2316	0.4978	0.4996	0.5031	0.5086	0.5156

The Pricing of Illiquid Assets and the Reform of Equity Segmentation

Fengling, Zheng Zhenlong , Liu Xiaoshu

【Abstract】 liquidity is very important for asset yield, but previous research mostly studied from the aspect of market microstructure ,and few studied the price of assets which liquidity is limited in a period of time .This paper researches the impact of limitation of liquidity on asset pricing ,what is called liquidity discount ,and studies the impact factors of the liquidity discount and its time-varied characters ,in order to offer theory sustain on the standard of price discount in the reform of equity segmentation. We prove that illiquid assets radically affect the optimal portfolio strategy in asset allocation ,and we provide original closed-form solution for the optimal portfolio of agents in the Stochastic Volatility Model with liquidity limitation .This result shows that illiquid asset discount is influenced by liquidity limitation time ,volatility constant of illiquid asset and so on ,so the result can not support the average phenomenons of price discount level of companies which have conducted the reform .

Key words: liquidity discount, optimal portfolio strategy, Reform of Equity Segmentation