

# 指数投资组合的 VaR 模型及检验

张 蕾,郑振龙

(厦门大学 经济学院,福建 厦门 361005)

**[摘要]** 文章采用 ADCC 模型和 Riskmetrics 方法,在估计中国四个主要股票指数市场相关性的基础上,利用不同权重投资组合收益构造正态分布下的 VaR,并利用动态系数方法和失败率检验法进行 VaR 模型的准确性检验。结果表明,在等权重和最小方差投资组合权重下,用 ADCC 模型比用 Riskmetrics 方法进行投资组合和风险管理效果更好。

**[关键词]** VaR; 动态系数检验; ADCC

**[中图分类号]** F830

**[文献标识码]** A

**[文章编号]** 1007-9556(2007)05-0086-04

## Index Portfolio VaR Model and Model Tests

ZHANG Lei, ZHENG Zhen-long

(School of Economics, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract:** In this paper, the authors construct VaR of portfolio with different portfolio weights based on ADCC and Riskmetrics methods. Furthermore, the authors also use the dynamic quantile test and failing rate method to compare all means. The results show that ADCC model is better than Riskmetrics for portfolio and risk management with different portfolio weights.

**Key Words:** VaR; Dynamic Quantile Test; ADCC

### 一、引言

风险价值 (VaR) 是在给定的置信度内,某种金融资产或资产组合在未来一段有效期内的最坏预期损失值,其数学表达式为:

$$Pr(V_T < -VaR) = X\%$$

也就是说, VaR 是金融资产或者组合在  $(1 - X)\%$  的置信度下持有期为 T 的最大价值损失。

对于单一资产的 VaR 的计算,国内外已有很多研究,但是对于投资组合的 VaR 的计算,却很少涉及。这是因为在计算投资组合的 VaR 时,不仅牵涉到单个资产的波动性,而且涉及到了各种资产之间的相关性的计算。

在以往的投资决策中,我们一般使用预期收益率的估计值、收益率的均方差的无偏估计和协方差的无偏估计分别作为两种证券的均值、均方差和协

方差,从而计算两种证券的相关系数。但是,相关经验研究表明,预期收益率、均方差、协方差以及相关系数会随着时间的变化而变化。Goetzman、Li & Rouwenhorst (2002) 提供了世界主要股票市场在过去 150 多年间的收益相关性的历史描述,他们的研究发现,在过去 150 多年中世界股票市场收益之间的相关性呈现出巨大的时变性。

寻求金融资产间相关性的合适估计一直是学术界和实际部门所致力目标。简单的方法包括历史相关性估计和 Riskmetrics 方法。Bollerslev (1988) 提出的 VECH 模型最大的缺点是不能保证  $H_t$  的正定性,由 Bollerslev (1990) 提出的常数相关的多维 GARCH 模型又违反了相关性的时变性,而 Engle 和 Kroner (1995) 提出的多维 GARCH(1,1) - BEKK 模型虽然保持了  $H_t$  的正定性,但是模型中参数的意义不

**[收稿日期]** 2007-04-02

**[基金项目]** 教育部优秀人才支持计划、教育部人文社科基地重大项目“金融制度设计与经济增长”(05JJD790026)

**[作者简介]** 张蕾 (1979-),女,河南郑州人,厦门大学金融工程专业博士研究生,研究方向是金融工程和风险管理;郑振龙 (1966-),男,福建平潭人,金融学博士,厦门大学金融系和王亚南经济研究院教授,研究方向是资产定价、金融工程和风险管理。

能用经济意义解释。所以,本文采用了由 Cappiello、Engle 和 Shepard (2003) 提出的 ADCC(Asymmetric Dynamics Conditional Correlation) 多维 GARCH 模型(下文为简便起见,均用 ADCC 代替),用来模拟全球债券和股票收益的非对称性。Lin (2004) 用此模型模拟了中国证券市场与世界股票市场之间的相关性,并得出以下结论:与世界市场相比,中国市场间的相关性具有持续性,并且具有不稳定性,更加依赖近期的观测值。

本文的主要贡献在于把 ADCC 模型引入中国主要股指市场的研究,并考察了投资组合的风险,得到 VaR 值,并且利用动态系数检验法和失败率检验法表明了利用 ADCC 模型对中国主要股指市场进行投资组合风险管理是比较适合的,这是因为 ADCC 模型不仅捕捉到了过去的信息,而且捕捉到了资产收益为负时,两两市场的相关性加强的非对称性。

## 二、相关矩阵模型及数据

### (一) 数据的特征

本文使用的样本是上证 A 股、上证 B 股、深综 A 指、深综 B 指股价指数每日收盘的数据,样本区间是从 1992 年 12 月 28 日起至 2006 年 7 月 12 日,取其对数收益:

$$x_t = 100 \times (\ln P_t - \ln(P_{t-1}))$$

其数据的描述统计量见表 1。

表 1 样本数据统计量

	均值	标准差	偏度	峰度	Jarque-Bera
上证 A 股	0.003592	2.380739	1.488071	27.29316	68811.84
上证 B 股	0.015034	2.332258	1.225764	24.11885	51925.33
深综 A 指	-0.009563	2.234408	0.346519	7.862732	2771.528
深综 B 指	0.016808	2.311948	0.365589	10.00474	5697.915

四个市场的收益率全部通过了单位根检验,符合 GARCH 模型对变量序列的平稳性要求,同时,关于异方差的 ARCH-LM 检验,四个市场均在 1% 的置信水平拒绝同方差的原假设,因此,采用 ADCC 多维 GARCH 模型建模方法是较为合理的。由于篇幅限制,检验结果不在此处赘述。

### (二) ADCC 模型的介绍

本文着重利用 ADCC 模型所估计的相关矩阵来计算 VaR。对于 ADCC 模型具体的描述请参照 Cappiello、Engle 和 Shepard (2003) 以及 Lin (2004) 的文献。ADCC 模型简单的描述为:

$$r_t \sim H(0, H_t)$$

$$H_t = D_t R_t D_t$$

$$Q_t = (\bar{Q} - A \bar{Q}A - B \bar{Q}B - C \bar{N}C) + A u_{t-1} u_{t-1}^T$$

$$A + B Q_{t-1} B + C n_{t-1} n_{t-1}^T C$$

$$\bar{Q} = T^{-1} \sum_{t=1}^T u_t u_t^T \quad \bar{N} = T^{-1} \sum_{t=1}^T n_t n_t^T, \text{ 其中 } n_{i,t} = \mathbf{1}_{[u_{i,t} < 0]} u_{i,t}$$

$$\text{设 } A = a_1, B = b_1, C = c_1$$

$$u_{i,t} = \frac{r_{i,t}}{\sqrt{h_{i,t}}}, i = 1, 2, 3, 4$$

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1}$$

$$Q_t^* = \begin{bmatrix} \sqrt{q_{1,1,t}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{q_{2,2,t}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{q_{n,n,t}} \end{bmatrix}, n = 4$$

其中,  $H_t$  是方差协方差矩阵,  $D_t = \text{diag}[\sqrt{h_{i,t}}]_{(4,4)}$ ,  $h_{i,t}$  是第  $i$  个市场的方差,  $Q_t$  是正定矩阵,  $R_t$  是相关系数矩阵,  $r_t$  是残差向量,  $u_{i,t}$  是标准残差,  $n_t$  是  $n_{i,t}$  组成的向量,  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为参数值。 $n_{t-1} n_{t-1}^T$  表示了动态条件相关系数的非对称性。由于中国股指市场在数据样本的取值区间经历了国际形势和国内政策变化的影响,因此,本文在估计单个市场的波动率时设置了两个虚拟变量,  $x_1$  代表了 1997 年亚洲金融危机对于中国主要股指市场条件方差的影响的虚拟变量,  $x_2$  代表了 2001 年 2 月 16 日公布 B 股市场向国内购买者开放对于中国主要股指市场条件方差的影响的虚拟变量,当然我们也选取了代表其他重要政策变动的虚拟变量,但是,结果并不显著,没有在此列出。单个市场的波动率估计等式为:

$$h_{i,t}^2 = \omega_i + \alpha_1 r_{i,t-1}^2 + \phi_1 d_{i,t-1} + h_{i,t-1}^2 + c_1 x_1 + c_2 x_2$$

$$\text{其中,反映杠杆效应的变量 } d_t = \begin{cases} 1 & r_t < 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$x_1 = \begin{cases} 1 & \text{1997年7月1日之后} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \text{ 和 } x_2 = \begin{cases} 1 & \text{2001年2月16日之后} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$h_{i,t}$  是第  $i$  个市场的条件方差,  $r_{i,t}$  是第  $i$  个市场的残差,  $\omega_i$ 、 $\alpha_1$ 、 $\phi_1$ 、 $c_1$ 、 $c_2$  为参数值。

估计方法采用 Engle (2002) 两阶段方法进行估计,似然函数为:

$$L = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (n \log(2\pi) + \log |H_t| + r_t^T H_t^{-1} r_t)$$

$$= - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (n \log(2) + \log |D_t R_t D_t| + D_t^{-1} R_t^{-1} D_t^{-1} \epsilon_t)$$

$$= [ - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (n \log(2) + \log |D_t|^2 + \epsilon_t^2) ] + [ - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\log |R_t| + \epsilon_t R_t^{-1} \epsilon_t) ]$$

参数估计方法分为两步:

第一步,估计上式的第一部分

$$- \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (n \log(2) + \log |D_t|^2 + \epsilon_t^2) = - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (n \log(2) + \log(h_{ii,t}^2) + \frac{\epsilon_t^2}{h_{ii,t}^2})$$

其实就是单个 GARCH 似然函数的和,  $n$  是市场的个数,在本文等于 4。

第二步,对似然函数第二部分进行估计

$$- \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\log |R_t| + \epsilon_t R_t^{-1} \epsilon_t) = - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\log |R_t| + \epsilon_t R_t^{-1} \epsilon_t)$$

其中,等号后面的式子是把似然函数中的常数去掉,  $\epsilon_t$  是残差向量,  $R_t$  是标准残差向量。

单个市场波动率和四个市场相关系数矩阵的估计结果如表 2、表 3 所示。

表 2 矩阵估计结果相关系数

	0	1	$\phi$		$c_1$	$c_2$
sha	0.97878 (2.3989)	0.083878 (2.9681)	0.12802 (3.3977)	0.78960 (16.468)	- 0.84974 (- 2.2562)	
sza	0.91096 (2.5093)	0.10645 (3.1543)	0.12015 (3.0241)	0.77248 (15.702)	- 0.76621 (- 2.2883)	
shb	0.17370 (3.1435)	0.20824 (6.0618)		0.74033 (19.389)	0.40225 (3.2884)	- 0.30760 (- 2.7207)
szb	0.18459 (2.6453)	0.23937 (4.3490)		0.69988 (10.772)	0.43410 (2.5139)	- 0.23617 (- 1.6684)

注:无特别说明,表中数字代表参数估计值,下面括弧中的数字代表  $t$  统计量。

表 3 参数估计结果

	$a_1$	$b_1$	$c_1$
ADCC	0.96594 (790.10)	0.030409 (24.970)	- 0.0034888 (- 2.0912)

### 三、以正态分布为基础的 VaR 计算及检验

投资组合的方差为  $\hat{h}_{w,t} = w \hat{H}_t w$ ,若假设投资组合的收益服从正态分布,则在 5%的水平下,  $VaR = 1.65 \sqrt{\hat{h}_t}$ ;在 1%的水平下,  $VaR = 2.33 \sqrt{\hat{h}_t}$ 。投资组合的方差中用到的权重  $w$  可以取为等权重  $w_t =$

$k^{-1}$  和最小方差投资组合权重  $w_t = \frac{H^{-1}}{W_t}$ ,其中,

是 1 向量,  $W_t = H^{-1}$ 。在本文中,用 EW 代表等权重的投资组合,用 MVP 代表最小方差投资组合权重的投资组合。

VaR 模型的准确性检验是指 VaR 模型的测量结果对实际损失的覆盖程度,其检验方法包括 Kupiec 失败率检验法(1995)和 Engle(2002)提出的动态系数检验。在实证中,由于 Riskmetrics 方法在利用前 250 天的数据的效果最好,在做 VaR 模型的准确性检验时,我们用 2006 年 7 月 12 日之前的 2 500 个数据。

#### (一)动态系数检验

Engle 和 Manganelli (2002) 提出了一种评价 VaR 的检验方法,此检验可以验证根据各种模型所计算的 VaR 对于实际发生风险的预测程度。

定义 hit 为:

$$hit_t = I\{w x_t < - VaR(q)_t\}$$

$$hit_{t+1} = \theta + \sum_{k=1}^8 \theta_k hit_{t-k+1} + \theta_9 VaR_t + \epsilon_t$$

$hit = 1$  表示投资组合的收益小于 VaR,其中,  $I$  是示性函数,  $q$  是 VaR 的系数。

在动态系数检验的原假设  $H_0$ :模型正确设定的情况下, hit 序列应该具有期望  $q$ ,并且与它的滞后值不相关。

具体方法是用 ADCC 模型估计出来的方差协方差矩阵和不同的权重来计算投资组合未来一天的 5%、1%的置信水平下的 VaR 值。

根据观测值的数量,在表 4 中列出了 8 阶滞后的  $Q$  统计量和  $P$  值。在 8 阶滞后的情况下,我们可以看到,利用 ADCC 模型得到的 VaR,不管是等权重还是最优投资组合权重计算出来的 VaR 的 Hits 都是不错的。同时,可以很明显地看出,用 Riskmetrics 的指数移动平均所得到的 Hits 偏大,这就说明了,对于中国主要指数组合,用 Riskmetrics 的方法来估计投资组合的方差  $\hat{h}_{w,t}$  是不合适的,犯了低估方差的错误,使得 Hits 偏大。

从  $Q$  统计量和  $P$  值来看,虽然在 5%显著水平下,  $Q$  统计量都小于  $Q(8) = 15.507$ ,但是, Riskmetrics (EW) 和 Riskmetrics (MVP) 的  $P$  值都是小于 0.01,也就是说残差序列相互独立的概率并不大。

根据 Engle 和 Manganelli (2002) 动态系数检验,用 Riskmetrics 来估计方差进而计算风险对于中国股

指市场是不合适的。

表4 8阶滞后的Q统计量和P值

正态分布	Hits 百分比(5%)	Q 统计量(5%)	P 值(5%)	Hits 百分比(1%)	Q 统计量(1%)	P 值(1%)
ADCC( EW)	4.9	11.662	0.167	1.7200	6.2805	0.616
Riskmetrics( EW)	5.7600	43.671	0	1.9600	12.357	0.136
ADCC( MVP)	5.4000	11.164	0.193	2.5600	12.089	0.147
Riskmetrics( MVP)	7.3200	36.283	0	3.3200	67.718	0

## (二) LR 似然比检验 (Kupiec 失败率检验)

假定实际考察天数为  $T$ , 失败天数为  $N$ , VaR 置信度为  $\alpha$ , 失败率为  $p$ 。假定 VaR 估计具有时间独立性, 则失败天数  $N$  服从参数为  $T$  和  $p$  的二项分布, 即  $N \sim B(T, p)$ 。原假设  $H_0: p = p^*$  下, 似然比:  $LR = -2 \ln[(1 - p^*)^{T-N} p^{*N}] + 2 \ln[(1 - N/T)^{T-N} (N/T)^N] \sim \chi^2(1)$ , 在 5% 的显著性水平下, 如果  $LR > 3.8415$ , 我们拒绝原假设。表 5 给出了 5% 的置信水平的检验结果。

表5 5%的置信水平的检验结果

相关矩阵 估计方法	5%			1%		
	期望 天数	失败 天数	LR	期望 天数	失败 天数	LR
ADCC( EW)	125.00	122.5	0.0530	25	43	10.771
ADCC( MVP)	125.00	135	0.8217	25	64	42.939
Riskmetrics( EW)	125.00	144	2.9043	25	49	18.182
Riskmetrics( MVP)	125.00	183	24.937	25	83	84.564

从以上两种检验方法的结果来看, 在 5% 的置信水平下, 利用 ADCC 模型, 等权重和最小方差投资

组合权重的投资组合的风险 VaR 值对实际损失的覆盖程度相当好。

其实, 投资组合的风险的这个结果和单个市场得到的结果有类似之处。譬如, 在罗付岩 (2005) 的文章中, 利用上海综指的数据计算风险 VaR 值, 正态分布在 1% 的置信水平被拒绝。在 5% 的置信水平下, 所计算的 VaR 值对实际损失的测量结果相对比较好。

## 四、结论和未来的研究

投资组合的风险与单个资产风险所不同的是, 在计算投资组合风险的过程中不仅要计算单个资产的风险, 而且要知道资产间的相关性。本文运用 ADCC 模型和 Riskmetrics 方法计算了投资组合的风险, 并且利用了 Kupiec 失败率检验法 (1995) 和 Engle (2002) 提出的动态系数检验法对 VaR 模型对于实际损失的测量程度给出了定量的分析。我们的实证研究表明: 进行投资组合和风险管理时, 用 ADCC 模型比用 Riskmetrics 方法效果好。本文的进一步研究是, 在计算资产收益相关性的基础上寻找更加适宜于中国股票市场资产收益的分布, 对于投资组合和风险管理提供更加准确的建议和支持。

注释:

采用 GAUSS 6.0 编程。

## [ 参 考 文 献 ]

- [1] Bollerslev, Tim. Modeling the coherence in Short - run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH model[J]. Review of Economics and Statistics, 1990, 72: 498 - 505.
- [2] Bollerslev, Tim, Robert Engle and J. M. Woodridge. A Capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances[J]. Journal of Political Economy, 1988, 96: 116 - 131.
- [3] Capiello, L. R. F. Engle and K. Shepard. Asymmetric Dynamics in the correlations of Global Equity and Bond Returns[R]. Technical Report 2004, European Central Bank.
- [4] Engle, Robert and K. Kroner. Multivariate Simultaneous GARCH[J]. Econometric Theory, 1995, 11: 122 - 150.
- [5] Engle, Robert and Simone Manganelli. CAViaR: Conditional Value At Risk By Regression Quantiles. 2002, NBER Working Paper.
- [6] Gøtzman, W. J. Li and K. Rouwenhorst. Long - Term Global Market Correlations. 2002, Working Paper, Yale ICF.

[责任编辑:郭小兵]