

风险中性高阶矩: 特征、风险与应用

刘杨树¹, 郑振龙¹, 张晓南²

(1. 厦门大学 金融系, 厦门 361005; 2. 鹏华基金管理公司, 深圳 518048)

摘要 本文采用香港恒生指数期权中的虚值期权计算香港股票市场风险中性高阶矩, 通过其与另一种高阶矩预期——运用历史分布通过 AR(1)-GARCH(1, 1) 模型估计出来的现实世界高阶矩预期之间的关系分析高阶矩风险溢价。研究发现: 在香港股票市场中, 偏度、峰度等高阶矩具有非常显著的风险溢价, 且风险溢价均小于 0。这表明香港市场的投资者热衷于冒险, 以在短时间内获得较大收益。另外, 考察了香港股票市场的期权价格结构, 我们发现从恒生指数期权中得到的香港股票市场隐含波动率几乎是一条水平的直线。在对香港市场整体高阶矩进行分析时, 也发现其偏度与峰度不能拒绝市场整体分布为正态分布的假设。

关键词 风险中性; 高阶矩; 风险溢价

Risk-neutral higher moments: Characteristics, risks and applications

LIU Yang-shu¹, ZHENG Zhen-long¹, ZHANG Xiao-nan²

(1. Department of Finance, Xiamen University, Xiamen 361005, China;
2. Penghua Fund Management Co., Ltd, Shenzhen 518048, China)

Abstract We use out-of-the-money (OTM) put/call option prices data of Hangseng Index to estimate market index risk-neutral higher moments. Modeling with another expectation of higher moments that forecasted by AR(1)-GARCH(1, 1) model of historical distribution, we run a higher moments risk premium test. We find an evidence that higher moments, such as skewness and kurtosis, have strongly significant negative risk premium, which suggests the investors in HK are willing to pay for the extreme return in the short run. We also study the structure of option prices in Hong Kong stock market, showing that the implied volatility curve derived from Hangseng Index options is flat. During analysis of market index higher moments, we found that the normality null hypothesis cannot be rejected.

Keywords risk-neutral; higher moments; risk premium

1 导论

在传统金融学分析中通常默认随机金融变量服从正态分布或对数正态分布, 这样可以简化运算, 从而更方便得到所需的闭式解。然而, 在金融市场上, 资产收益率的分布通常与正态分布有着较大的差异 (见 Mandelbrot^[1] 和 Fama^[2])。这表明资产收益率的分布中除了前两阶矩的均值和方差外, 各个高阶矩的信息是不能被忽略的。因此, 在现实金融市场中, 高阶矩的分布特征如何影响资产收益率以及投资者的投资决策行为就是一个值得研究的问题。

国外的学者运用不同的方法对这个问题进行了研究。例如: Arditti^[3] 发现具有递减风险厌恶的投资者喜好收益率偏度较高的资产; Rubinstein^[4] 和 Kraus 和 Litzenberger^[5-6] 将这个观点用定价模型表达了出来; Harvey 和 Siddique^[7] 找到了能够证明偏度风险影响收益率的横截面差异的证据; 而 Dittmar^[8] 证明偏

收稿日期: 2011-04-08

资助项目: 国家自然科学基金面上项目 (70971114); 国家自然科学基金青年项目 (71101121); 教育部人文社科一般项目 (07JA790077)

作者简介: 刘杨树 (1984-), 男, 汉, 福建福州人, 博士研究生, 研究方向: 资产定价、金融工程与市场微观结构; 郑振龙 (1966-), 男, 汉, 福建平潭人, 博士, “闽江学者”特聘教授, 国家重点学科厦门大学金融学学术带头人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 资产定价、金融工程与风险管理; 张晓南 (1984-), 男, 汉, 河北邯郸人, 硕士研究生, 研究方向: 产品设计、金融工程与资产定价。

度及峰度在资产定价中起了非常重要的作用; Backus, Chernov 和 Martin^[9] 则分别运用期权市场与全球宏观数据的高阶矩和跳跃来对消费增长进行研究. 他们的研究均表明: 在国外金融市场上, 投资者对于资产的高阶矩具有一定的偏好. 一般而言, 假设投资者是具有常绝对风险厌恶效用函数或常相对风险厌恶效用函数的投资者, 则他们会偏好偏度, 厌恶峰度 (Dittmar^[8]). 因为, 当偏度较大时, 投资者相对于市场平均水平获得正收益的概率较大; 而当峰度较大时, 投资者相对于市场平均水平获得收益的风险尤其是尾部风险将大大增加. 虽然总体而言, 投资者将厌恶峰度, 但在金融市场上, 由于峰度的差异导致的尾部分布的差别可能具有方向性差异, 因此人们对峰度的喜好也可能是具有方向性的. 比如, 当市场整体上涨时, 更高的峰度意味着获得极大收益的概率增加, 此时投资者将可能反而偏好峰度; 而当市场整体下跌时, 峰度高意味着负收益率的概率较大, 此时投资者将厌恶峰度¹.

由于投资者对偏度和峰度有一定的偏好, 因此他们就将赋予偏度与峰度风险一定的风险溢价. 而市场指数的偏度与峰度是整个市场个股的综合体现, 本文我们关心的是市场指数的偏度与峰度的变化对投资者的影响. 本文与之前学者 (Harvey 和 Siddique^[7], Dittmar^[8]) 的研究的不同之处在于, Harvey 和 Siddique^[7] 与 Dittmar^[8] 认为不同偏度与峰度水平的差异会对个股的收益率带来影响, 但是他们并没有考虑到偏度和峰度本身变动带来的风险. 而我们认为, 随着每日金融市场上的信息更新, 市场上的偏度与峰度本身是随着指数分布的时变而时变的. 因此, 我们的研究重点在于市场偏度风险与峰度风险的风险溢价而非偏度与峰度的水平差异带来的溢价, 这本身就是对高阶矩风险研究的一个较大的扩展. 为了检验偏度和峰度风险的风险溢价, 我们首先在随机贴现因子的框架下推导出了偏度与峰度中的系统性风险的表达形式, 完善了在分布时变情况下, 高阶矩作为风险因子的资产定价理论. 接着, 根据推导出来的式子通过时间序列数据在现实测度下提取高阶矩信息, 并且在期权市场上提取风险中性测度下的偏度与峰度, 然后通过偏度与峰度在两个测度下的差异与市场收益率的关系, 研究它们的风险溢价. 实证结果表明: 在香港市场上, 偏度与峰度风险都具有负的风险溢价, 这反映了香港市场投资者喜好彩票型的股票, 并且, 他们不仅仅愿意为极端的上升可能承受极端下跌的风险, 还愿意为此降低自己的期望收益. 最后, 我们还讨论到底偏度与峰度作为风险因子是否是一个较为独立的风险因子, 实证结果表明, 偏度风险是一个较为独立的风险因子而峰度风险与方差风险有关.

下文安排如下: 第二部分, 将在随机贴现因子的框架下简要推导并阐述我们的研究逻辑; 第三部分, 将对我们所用到的实证方法, 如无模型的高阶矩提取方法做简要的回顾与介绍; 第四部分, 报告实证研究结果, 并且对实证结果进行具体分析; 第五部分, 总结全文.

2 高阶矩风险的风险溢价

由于随机贴现因子框架对金融原理具有很强的诠释能力, 因此, 我们在随机贴现因子框架下简要推导并说明高阶矩风险的风险. Harvey 和 Siddique^[7] 与 Dittmar^[8] 分别在随机贴现因子框架下把偏度与峰度的定价功能进行推导, 但它们把股票收益率的分布看作是不随时间变化的, 这样股票的偏度与峰度就是一个固定的常数, 而偏度与峰度不同的股票的收益率将有所不同. Bakshi, Kapadia 和 Madan^[10] 在未来一段时间内预期分布确定的假设下, 通过对风险厌恶系数求一阶偏导得出了偏度与峰度在现实世界与风险中性世界中差异的解析解. 我们与他们的观点的差异在于: 我们认为由于分布是时变的, 并且任何时刻从衍生品市场得到的偏度与峰度也仅仅是一个随机变量, 因此, 偏度与峰度本身就是风险因子, 它们的波动将会导致投资者要求一定的风险溢价. 既然, 偏度与峰度本身就是风险因子, 我们可以假设随机贴现因子 m 是它们的线性表达形式. 由于偏度与峰度可能和其它风险因子的风险源有一定的交叉, 因此为了评估偏度以及峰度自身所带来的所有风险, 这里只用单因子进行描述:

$$m(t, \tau) = \alpha + b \times \text{SKEW}(t, \tau) + \varepsilon,$$

则

$$b = \frac{\text{cov}[m(t, \tau), \text{SKEW}(t, \tau)]}{\text{var}[\text{SKEW}(t, \tau)]},$$

其中, $m(t, \tau)$ 代表 $t \sim \tau$ 时期的随机贴现因子, α, b 分别为回归系数, $\text{SKEW}(t, \tau)$ 代表 $t \sim \tau$ 期的偏度, ε 是与偏度正交的部分, 也可能含有其它的风险因子. 把 $\text{cov}[m(t, \tau), \text{SKEW}(t, \tau)]$ 展开, 并且根据期望迭代定理

1. 这实际上是峰度非对称的表现, 与方差非对称的经济含义类似. 同样, 方差的非对称性可以部分由偏度来刻画, 因此峰度的非对称性要由更高阶矩来刻画.

可以得到

$$\begin{aligned} \text{cov}[m(t, \tau), \text{SKEW}(t, \tau)] &= E[m(t, \tau)\text{SKEW}(t, \tau)] - E[m(t, \tau)]E[\text{SKEW}(t, \tau)] \\ &= E[m(t, \tau)]E\left[\frac{m(t, \tau)}{E[m(t, \tau)]}\text{SKEW}(t, \tau)\right] - E[m(t, \tau)]E[\text{SKEW}(t, \tau)] \end{aligned}$$

由于 $E\left[\frac{m(t, \tau)}{E[m(t, \tau)]}\text{SKEW}(t, \tau)\right] = E^*[\text{SKEW}(t, \tau)]$, $E^*(\cdot)$ 为风险中性测度^[11], 则, 我们又可以得到

$$\begin{aligned} \text{cov}[m(t, \tau), \text{SKEW}(t, \tau)] &= E[m(t, \tau)]\{E^*[\text{SKEW}(t, \tau)] - E[\text{SKEW}(t, \tau)]\} \\ E[\text{SKEW}(t, \tau)] - E^*[\text{SKEW}(t, \tau)] &= -R_f \text{cov}[m(t, \tau), \text{SKEW}(t, \tau)] \end{aligned} \quad (1)$$

由于随机贴现因子代表的是投资者的边际替代率, 即 $m = \beta \frac{U'(c_{t+1})}{U'(c_t)}$. 因此, 我们认为偏度在现实世界与风险中性世界间的差异反映了偏度与投资者边际替代率间的关系, 又由于随机贴现因子与系统性风险之间是负相关的 (Cochrane^[11]), 因此, 等式 (1) 右边的负号就被消去, 从而现实世界与风险中性世界间的差异实际上就为偏度波动中的系统性风险部分. 同理, 峰度在现实世界与风险中性世界的差异也反映了峰度的系统性风险部分:

$$E[\text{KURT}(t, \tau)] - E^*[\text{KURT}(t, \tau)] = -R_f \text{cov}[m(t, \tau)\text{KURT}(t, \tau)],$$

其中, $\text{KURT}(t, \tau)$ 代表 $t \sim \tau$ 期的峰度. 因此, 我们在之后的实证研究中将通过期权市场与股票市场联合估计求出偏度与峰度在现实世界与风险中性世界之间的差异, 并且, 研究其与市场超额收益的关系.

3 偏度与峰度的估计

3.1 风险中性世界的偏度与峰度

在风险中性测度中, 用传统方法从期权价格中提取波动率、偏度和峰度通常都要借助具体的期权定价模型, 这样提取的准确度就取决于模型设定的好坏 (郑振龙, 刘杨树^[12]). 为了避免模型的设定对提取出来的标的资产信息精确度的影响, Dupire^[13] 和 Neuberger^[14] 提出了无模型方法 (model-free). 之后, 在无模型高阶矩的分析中, Bakshi 和 Madan^[15] 进一步提出, 通过未来不确定性的特征函数可以生成全部回报空间, 从而将二次、三次及四次合约的价格与虚值期权联系起来, 为由 (虚值) 期权价格得到风险中性分布的高阶矩提供了理论基础. Dennis 和 Mayhew^[16] 和 Bakshi, Kapadia 和 Madan^[10] 用这种方法计算并分析了期权价格中隐含的风险中性密度偏度. 在国内, 陈蓉和方昆明^[17] 对香港市场的波动率风险溢酬以及其影响因素进行了探讨, 但尚无人对提取风险中性偏度与峰度及其作用进行讨论. 在无模型方法研究方面, 黄慧舟和郑振龙^[18] 运用 Britten-Jones 和 Neuberger^[19] 的方法在香港市场上对无模型隐含波动率、Black-Scholes 隐含波动率以及历史波动率所包含的信息进行了分析, 发现无模型隐含波动率所包含信息最多, 从而香港期权市场是有效的. 他们也做了波动率风险溢酬研究, 发现不能得出香港恒生指数期权市场存在波动率风险溢酬的结论 (见黄慧舟和郑振龙^[18] 和郑振龙和黄慧舟^[20]).

本文将根据 Bakshi 和 Madan^[15] 的方法计算出二次、三次以及四次合约, 并根据这些合约的价格计算出风险中性偏度与峰度. 之后, 通过两种测度下高阶矩预期之间的关系判断高阶矩是否存在风险溢酬. 除此之外为了检验偏度与峰度是否是一个较为独立的风险因子, 本文将分析期权价格结构并研究期权隐含波动率曲线与风险中性高阶矩之间的关系, 如果期权价格或者它的波动率曲面不受高阶矩的影响, 那么说明偏度与峰度是一个比较独立的风险因子, 它影响收益率的途径并不是通过对二阶矩的影响来传导的.

下面我们简要介绍 Backshi, et al.^[10] 的公式, 设 $S(t)$ 为 t 时刻某证券的市场价格, 令 $t \sim \tau$ 时段收益率用对数收益率表示为:

$$R(t, \tau) \equiv \ln[S(t + \tau)] - \ln[S(t)] \quad (2)$$

定义波动率合约、三次合约和四次合约对应合约的价格为:

$$V(t, \tau) = E_t^* \left\{ e^{-r\tau} R(t, \tau)^2 \right\} \quad (3)$$

$$W(t, \tau) = E_t^* \left\{ e^{-r\tau} R(t, \tau)^3 \right\} \quad (4)$$

$$X(t, \tau) = E_t^* \left\{ e^{-r\tau} R(t, \tau)^4 \right\} \quad (5)$$

在任意的鞅定价测度下,波动率合约、三次合约以及四次合约的价格可由欧式虚值看涨期权和欧式虚值看跌期权的市场价格得到:

$$V(t, \tau) = \int_{S(t)}^{\infty} \frac{2 \left(1 - \ln \left[\frac{K}{S(t)}\right]\right)}{K^2} C(t, \tau; K) + \int_0^{S(t)} \frac{2 \left(1 + \ln \left[\frac{S(t)}{K}\right]\right)}{K^2} P(t, \tau; K) dK \quad (6)$$

$$W(t, \tau) = \int_{S(t)}^{\infty} \frac{6 \ln \left[\frac{K}{S(t)}\right] - 3 \left(\ln \left[\frac{K}{S(t)}\right]\right)^2}{K^2} C(t, \tau; K) dK \\ - \int_0^{S(t)} \frac{6 \ln \left[\frac{S(t)}{K}\right] + 3 \left(\ln \left[\frac{S(t)}{K}\right]\right)^2}{K^2} P(t, \tau; K) dK \quad (7)$$

$$X(t, \tau) = \int_{S(t)}^{\infty} \frac{12 \left(\ln \left[\frac{K}{S(t)}\right]\right)^2 - 4 \left(\ln \left[\frac{K}{S(t)}\right]\right)^3}{K^2} C(t, \tau; K) dK \\ + \int_0^{S(t)} \frac{12 \left(\ln \left[\frac{S(t)}{K}\right]\right)^2 + 4 \left(\ln \left[\frac{S(t)}{K}\right]\right)^3}{K^2} P(t, \tau; K) dK \quad (8)$$

其中 $C(t, \tau, K)$ 和 $P(t, \tau, K)$ 分别是 t 时刻开始 $t + \tau$ 时刻到期且协议价格为 K 的看涨和看跌期权价格。于是 $t \sim \tau$ 时期的风险中性波动率 $\sigma^{RN}(t, \tau)$ 、偏度 $\text{SKEW}^{RN}(t, \tau)$ 和峰度 $\text{KURT}^{RN}(t, \tau)$ 为

$$\sigma^{RN}(t, \tau) \equiv \left(E_t^* \{R(t, \tau) - E_t^* \{R(t, \tau)\}\}^2\right)^{1/2} \\ = \left(e^{r\tau} V(t, \tau) - \mu(t, \tau)^2\right)^{1/2} \quad (9)$$

$$\text{SKEW}^{RN}(t, \tau) \equiv \frac{E_t^* \left\{ \left(R(t, \tau) - E_t^* \{R(t, \tau)\}\right)^3 \right\}}{\left(E_t^* \{R(t, \tau) - E_t^* \{R(t, \tau)\}\}^2\right)^{3/2}} \\ = \frac{e^{r\tau} W(t, \tau) - 3e^{r\tau} \mu(t, \tau) V(t, \tau) + 2\mu(t, \tau)^3}{\left(e^{r\tau} V(t, \tau) - \mu(t, \tau)^2\right)^{3/2}} \quad (10)$$

$$\text{KURT}^{RN}(t, \tau) \equiv \frac{E_t^* \left\{ \left(R(t, \tau) - E_t^* \{R(t, \tau)\}\right)^4 \right\}}{\left(E_t^* \{R(t, \tau) - E_t^* \{R(t, \tau)\}\}^2\right)^2} \\ = \frac{e^{r\tau} X(t, \tau) - 4\mu(t, \tau) W(t, \tau) + 6e^{r\tau} \mu(t, \tau)^2 V(t, \tau) - \mu(t, \tau)^4}{\left[e^{r\tau} V(t, \tau) - \mu(t, \tau)^2\right]^2} \quad (11)$$

其中 $\mu(t, \tau)$ 为风险中性收益率

$$\mu(t, \tau) = E_t^* \ln \left[\frac{S(t + \tau)}{S(t)}\right] = e^{r\tau} - 1 - \frac{e^{r\tau}}{2} V(t, \tau) - \frac{e^{r\tau}}{6} W(t, \tau) - \frac{e^{r\tau}}{24} X(t, \tau) \quad (12)$$

3.2 高阶矩在资产定价中的应用

在接下来的实证研究中,我们将先用时间序列模型估计出现实世界的偏度与峰度,并且分别与风险中性世界的偏度与峰度相减,根据第二部分的推导,这部分体现了偏度与峰度风险的系统性风险,因此,要得出偏度与峰度的风险溢价,我们就要将其系统性风险对收益率进行回归²,则有:

$$\Delta E_t [R(t, \tau)] = \mu_0 + \beta \Delta E_t [\text{SKEW}(t, \tau)] + \theta \Delta E_t [\text{KURT}(t, \tau)] + \varepsilon \quad (13)$$

其中

$$\Delta E_t [R(t, \tau)] = E_t [R(t, \tau)] - E_t^* [R(t, \tau)] \quad (14)$$

$$\Delta E_t [\text{SKEW}(t, \tau)] = E_t [\text{SKEW}(t, \tau)] - E_t^* [\text{SKEW}(t, \tau)] \quad (15)$$

$$\Delta E_t [\text{KURT}(t, \tau)] = E_t [\text{KURT}(t, \tau)] - E_t^* [\text{KURT}(t, \tau)] \quad (16)$$

2. 由于 R_f 为常数,因此不影响回归结果。

风险溢价一般就是指投资者承担与系统性风险相关的风险所要求的超额收益. 在风险中性测度下, 人们对风险的态度是中性的, 所以对风险不要求额外的风险溢价. 而如果系数 β 与系数 θ 是显著的, 那么就认为二者具有风险溢价是被定价的. 再者为了检验偏度风险与峰度风险是独立的风险因子, 还是通过影响隐含波动率来影响最后的收益, 我们还进行如下回归

$$\sigma_n [y; t, \tau] \approx \alpha_n [y] + \beta_n [y] \text{SKEW}_n (t, \tau) + \theta_n [y] \text{KURT}_n (t, \tau), \quad n = 1, 2, \dots, N, M \quad (17)$$

4 实证分析

4.1 数据处理

本文选用的数据为香港恒生指数期权, 数据范围为 2000 年 1 月至 2008 年 9 月. 原始期权数据共 185,574 个, 涵盖了将近八年的恒指期权, 由 Bloomberg 获得. 本文的股指指数数据来自 Yahoo 金融的恒生指数, 无风险利率来自香港金融监管局的香港银行间同业拆借利率 (HIBOR-1M).

我们将数据做如下处理. 首先将期权信息按照交易日分开, 并在每个交易日中寻找到期期限类似的期权. 由于香港市场中期权交易大多是短期期权交易, 我们采用的数据为到期日在 60 天内的期权价格. 假设这些期权的到期日平均为 30 天, 当获得时间一致的期权数据后, 我们将其按照看涨期权和看跌期权分类, 并从中挑出虚值期权. 考虑到看跌期权与看涨期权个数应当一致, 且其距离当天股票指数的距离也应类似, 所以, 当某一类期权个数少于 20 时, 我们认为当天的数据无效. 由于我们需要每天至少有二十个虚值看涨期权和二十个虚值看跌期权 (每天所使用期权数据频度图见图 1, 因此, 为了满足这一条件, 我们剔除了 250 个只有看涨或看跌期权报价的交易日数据.

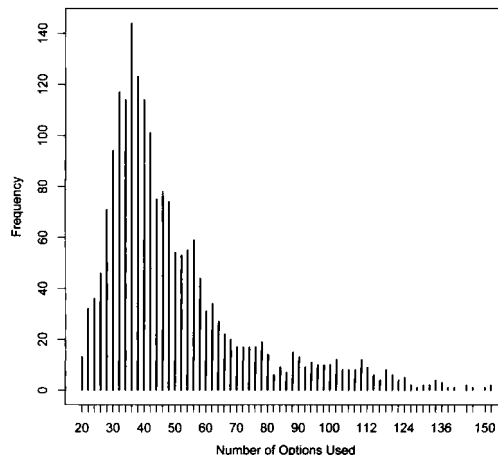


图 1 每个交易日所用虚值看跌期权个数频度图

当数据处理完毕后, 就可以运用公式 (6)-(8) 中积分公式的离散形式直接求出每天的风险中性高阶矩. 按照之前假设, 我们所计算的均为期限为 30 天的风险中性高阶矩.

4.2 风险中性高阶矩的统计特征

表 1 中为 2000 年至 2008 年的风险中性波动率、偏度及峰度, 由日数据按年份平均得来 (这里的风险中性矩均为期限一个月的分布矩).

表 1 2000 年至 2008 年香港股票市场风险中性矩

年份	收益率	t- 值	波动率	t- 值	偏度	t- 值	峰度	t- 值
2000 年	0.000852	0.59	0.091530	6.34	-0.291866	-0.43	3.514159	0.37
2001 年	-0.002602	-1.05	0.098704	4.78	-0.171234	-0.15	5.387194	0.53
2002 年	-0.004170	-2.06	0.105044	5.77	-0.065712	-0.07	6.035994	1.07
2003 年	-0.003757	-2.10	0.093942	5.11	-0.071484	-0.07	5.670542	0.76
2004 年	-0.003377	-2.05	0.084123	4.61	-0.446477	-0.60	4.602903	0.68
2005 年	0.000023	0.02	0.071309	5.76	-0.395355	-0.37	6.126691	0.62
2006 年	0.000172	0.15	0.079923	5.97	-0.220644	-0.24	5.215483	0.70
2007 年	-0.001795	-0.54	0.099028	3.63	-0.154829	-0.18	3.957162	0.33
2008 年	-0.006886	-1.77	0.132328	4.52	-0.97971	-1.47	5.7872411	0.93
总结	-0.002339	-0.73	0.093701	3.71	-0.302330	-0.32	5.174594	0.64

注: 上表中共有四列变量, 其中波动率、偏度、峰度由期权数据求出, 收益率由实际数据求出.

各列变量后的 t- 值为检验是否为零的 t- 值 (峰度为是否为 3).

由表 1 中可以看出, 在 2000-2008 年中普遍存在负偏度的情况, 但 t- 值却无法拒绝偏度为 0 的原假

设. 同样的, 年度平均风险中性峰度也存在类似的现象: 单年度峰度均大于 3, 但仍然无法拒绝峰度为 3 的原假设. 这可能是因为在香港市场中人们更习惯于直接使用 Black-Scholes 公式来得到期权的理论价格, 并直接按照该理论价格来进行期权的买卖. 在进行下一步分析之前, 我们先研究这些高阶矩是否存在自相关. 在用 KPSS 检验证明风险中性高阶矩序列均平稳后, 可以运用 ACF 与 PACF 来检验自相关性. 从图 2 中可以发现, 基本上风险中性矩均服从 AR(1) 过程, 也即

$$MOMENT_t = \mu_t + \alpha MOMENT_{t-1} + e_t \quad (18)$$

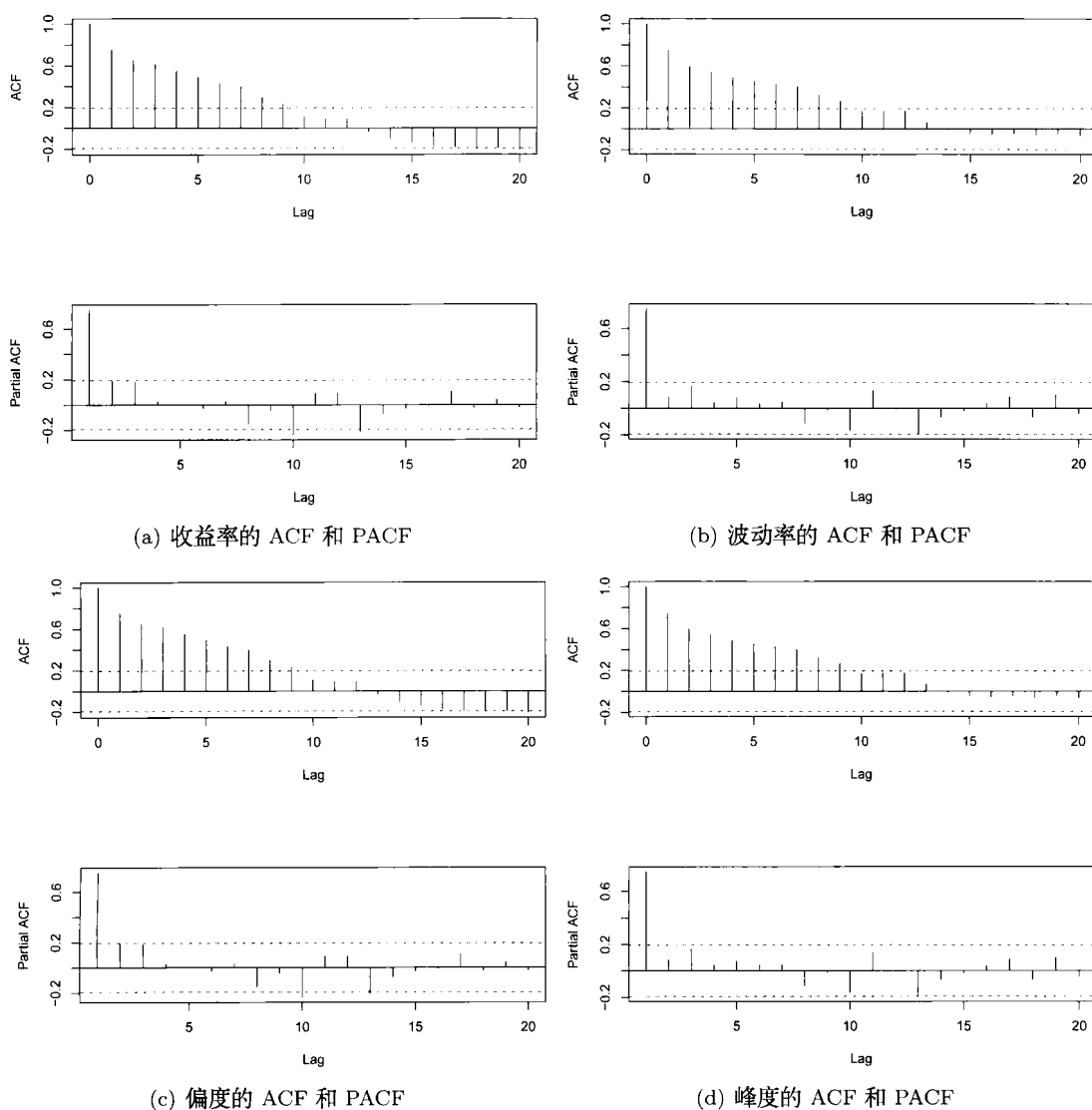


图 2 风险中性矩的自相关性 (月度平均数据)

表 2 是风险中性波动率、偏度与峰度的 ARCH-LM 检验.

	波动率	偏度	峰度
χ^2 - 统计量	66.6643	9.5697	11.0500
p - 值	0.0000	0.6537	0.5246

4.3 现实世界的高阶矩

实际分布矩的预测可以采用很多方法进行, 比如简单的 ARMA 模型、复杂一些的 ARMA-GARCH 模型等. 由于本文中运用的历史收益率数据均存在 ARCH 效应 (如表 3), 我们采用 AR(1)-GARCH(1,1) 模型来滚动预测实际分布矩. 具体来说, 设 $MOMENT_t$ 为需要建模估计的实际分布矩, 则 $MOMENT_t$ 满足

$$\begin{aligned}
 MOMENT_t &= \mu + \alpha MOMENT_{t-1} + e_t \\
 e_t &= \sigma_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, 1) \\
 \sigma_t &= \omega + \alpha e_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2
 \end{aligned} \tag{19}$$

表 3 恒生指数收益率、波动率、偏度及峰度的 ARCH-LM 检验

	收益率	波动率	偏度	峰度
χ^2 - 统计量	2431.211	2412.994	1377.570	1130.378
p - 值	0.000	0.000	0.000	0.000

就本文数据而言, 由于本文中的风险中性矩到期限均为 1 个月, 所以我们采用 20 个工作日作为实际分布矩的期限, 并用 AR(1)-GARCH(1,1) 模型预测 20 个工作日后的实际分布矩, 每一次预测的预测区间长度为 1000 个工作日. 当求出实际分布矩后, 再运用公式 (19) 中计算出来的现实世界的高阶矩先计算出风险中性世界与现实世界的高阶矩的差距.

4.4 高阶矩风险溢价

在完成了对风险中性高阶矩的时间序列特征分析后, 进一步地, 我们尝试提取出投资者对承担高阶矩风险所要求的高阶矩风险溢价, 即用市场上的超额收益率对计算出的高阶矩系统风险进行回归

$$\Delta E_t [R(t, \tau)] = \mu_0 + \beta \Delta E_t [\text{SKEW}(t, \tau)] + \theta \Delta E_t [\text{KURT}(t, \tau)] + \varepsilon,$$

其中 $\Delta E_t [R(t, \tau)]$ 、 $\Delta E_t [\text{SKEW}(t, \tau)]$ 及 $\Delta E_t [\text{KURT}(t, \tau)]$ 为相应的实际分布矩与风险中性分布矩之差.

$$\begin{aligned}
 \Delta E_t [\widehat{R}(t, \tau)] &= 0.1788 - 0.0446 \Delta E_t [\text{SKEW}(t, \tau)] - 0.0031 \Delta E_t [\text{KURT}(t, \tau)] \\
 &\quad (19.111)(-25.031) \quad \quad \quad (-5.988)
 \end{aligned} \tag{20}$$

其中括号内为各个系数的 t - 统计量. 由回归模型可以看出, 在香港市场上偏度和峰度的风险溢价都是非常显著的, 并且由于我们计算的 $\Delta E_t [\text{SKEW}(t, \tau)]$ 与 $\Delta E_t [\text{KURT}(t, \tau)]$ 是现实测度减去风险中性测度, 因此, 根据第二部分等式 (1) 的结论, 等式 (20) 的系数意味着高阶矩的系统性风险所要求的风险溢价均为负.

负的偏度风险溢价表明, 偏度的系统性风险越大, 市场的收益率就越小. 这与 Kumar^[21] 年的研究结论相同. Kumar 认为, 投资者往往喜欢一些具有彩票性质的股票 (Lottery-type, Kumar^[21]), 而对这些投资者来说, 当偏度的波动较小时, 股票的彩票属性也很小; 而当偏度的波动较大时, 股票可能突然具有非常强的彩票效应, 这样, 投资者们就更加愿意为偏度的波动率付出报酬. 同样, 我们的结果说明, 在香港市场上, 当整个市场具有彩票属性的时候, 投资者更愿意进入市场来寻找短期暴富的机会, 而当市场的上涨缓慢平稳的时候, 香港投资者会认为市场涨得太慢而要求更高的平均收益. 这与投资者对偏度的偏好理论相一致.

但是负的峰度风险溢价与投资者的风险偏好假设相悖. 由于峰度衡量了尾部极值出现的可能性. 由此一般来说, 投资者不会偏好极端情况的出现. 而一个负的峰度风险溢价反映了这样一个事实, 香港市场的投资者宁愿承担非常大的损失, 也不愿意失去获得大收益的可能. 这种现象可能与投资者“捂股”而非“落袋为安”的操作理念相对应. 当市场急剧下跌时, 投资者宁愿捂着股票, 承担下跌的风险, 也不愿意割肉, 从而失去大幅上涨的获利可能. 更有甚者, 还愿意承担更大的风险, 使得他们手中的股票极端性上涨或下跌的概率都加大, 所以, 他们愿意为市场指数峰度的更大波动付出一定的溢价.

4.5 期权价格结构分析

为了研究公式中偏度、峰度与波动率曲线的关系, 我们先对期权价格的结构进行一定了解. 假设到期限的期权的隐含波动率为 $\sigma[y]$ ($y = K/S$ 为在值状态), 则有

$$\ln[\sigma[y]] = \mu_0 + \beta \ln[y] + \varepsilon \tag{21}$$

这里参数 β 即为隐含波动率曲线平滑度的测量, 且其代表了隐含波动率曲线对在值状态的敏感度. 我们运用每个交易日的期权价格及相关信息通过反向求解 Black-Scholes 公式的方法来求出隐含波动率, 随后就可以用隐含波动率的对数对在值状态的对数做回归, 得到相应的参数. 以 2000 年至 2006 年的恒生指数期权数据为样本, 我们得到表 4.

表 4 期权价格结构方程回归结果 (年度平均)

年份	截距 μ_0		斜率 β	
	估计值	p - 值	估计值	p - 值
2000 年	-1.613663	0.01	0.3883199	0.11
2001 年	-2.232052	0.01	7.5876559	0.12
2002 年	-2.130002	0.00	2.8759100	0.23
2003 年	-2.260687	0.00	5.2587086	0.23
2004 年	-2.225127	0.00	1.6631475	0.25
2005 年	-2.962913	0.00	7.3629800	0.39
2006 年	-2.700866	0.00	6.4094370	0.36
平均	-2.301787	0.01	4.4614770	0.24

注: 表中各列结果为单日回归方程所得系数、 p - 值的年度平均, 最后一行为全部单日期系数平均。

从表 4 中可以看出, 对于香港市场来说, 隐含波动率曲线在某种程度上是平的. 因为基本上每一年的斜率 β 的 p - 值都大于 0.10, 也即无法拒绝斜率为 0 的原假设, 这与在前面所发现的风险中性偏度和峰度无法拒绝正态性假设相一致. 这实际上表明了一点, 即投资者并不对极端情况下的期权索取更高的价格. 换言之, 他们对极端值所要求的单位报酬并不会高于平时状态, 这点也和之前投资者对偏度与峰度偏好的分析相吻合, 这表明香港市场的投资者在某种程度上比我们经济理论中假设的风险厌恶投资者更加爱好风险.

4.6 风险中性偏度、峰度与隐含波动率曲线

正如第二部分提到的, 为了能够了解偏度与峰度风险是否通过波动率来影响最后的收益率, 我们需要估计如下回归方程:

$$\sigma(t) = \mu_0 + \beta \text{SKEW}(t) + \theta \text{KURT}(t) + \varepsilon(t) \quad (22)$$

其中隐含波动率、风险中性偏度以及风险中性峰度均对应共同的期限 τ .

由上一节分析, 香港股票市场的隐含波动率曲线几乎是水平的, 则我们可以直接用每天不同期权隐含波动率的平均值作为当天的隐含波动率. 由于每日数据的不稳定性, 我们将采用月度数据来进行上式的估计, 数据范围为 2000 年至 2006 年. 在对原始模型做估计时, 我们也会对参数做一定的限制, 也即估计两个受限模型, $\beta = 0$ 以及 $\theta = 0$.

公式 (22) 的估计结果如表 5 所示. 可以看出, 回归中 β 参数均不显著, 也即在香港市场中风险中性偏度与峰度并不会对隐含波动率造成太大的影响. 这表明了在香港市场, 偏度风险是独立于波动率风险而存在的一个较为独立的因子, 它们之间几乎没有相关性.

表 5 风险中性矩和隐含波动率之间的关系

模型设定	α	β	θ	R^2	$\chi^2(1)$
原始模型	0.2887 (0.0000)	0.0099 (0.4828)	-0.0118 (0.0047)	0.1126	
$\beta = 0$	0.2867 (0.0000)		-0.0118 (0.0043)	0.1065	0.5165 (0.4723)
$\theta = 0$	0.2266 (0.0000)	0.0109 (0.4610)		0.0075	8.3995 (0.0038)

注: 表中括号内的数字为相应的 p - 值, $\chi^2(1)$ 统计量为 LR 检验统计量.

峰度作为波动率的二阶项, 衡量了波动率的曲率大小, 因此其与隐含波动率必然存在某种关系, 表 5 证明了这一点. 同样的, 与国外相关研究不同, 在本文数据中峰度与波动率存在负相关关系, 即在峰度很高的时候, 虽然极端跳跃情况的可能性大大增加, 但是这时候市场上的波动率却有所减小. 实际上, 这点表明了极端跳跃的风险源与平时小幅波动的风险源在香港市场是不同的, 并且二者之间有反向关系. 这可能是由于 2000 年至 2006 年香港经济基本面处于一个平稳的阶段, 市场的走势相对稳定, 但在稳定的情况下会由于大陆或者外围市场的异常走势, 以及市场的暂时流动性问题而偶尔出现大幅度的跳跃. 另外, 对受限模型的分析也证明了香港市场投资者对峰度的态度. 当 $\theta = 0$ 时, LR 检验的 $\chi^2(1)$ 统计量几乎为零, 也即是说在原始模型中忽略峰度变量将对解释波动率的时变性造成很大的影响.

5 结论

本文采用香港恒生指数期权计算香港市场整体风险中性高阶矩,并用其与另一种高阶矩预期——运用历史分布通过 AR(1)-GARCH(1,1) 模型估计出来的实际分布矩预期——之间的差异分析高阶矩风险溢价。本文发现,在香港股票市场中,偏度、峰度等高阶矩具有非常显著的风险溢价,且风险溢价均小于 0。也即是说,香港市场投资者愿意承担较高的偏度风险,可以为了获得更多短期暴富的机会而降低长期预期收益率;同时,香港市场投资者也偏好较高的峰度风险,并宁可降低收益率水平换取在收益率的时间序列中更多的极大或极小收益率。这说明香港市场股票投资者整体而言具有某种赌徒的特性,更偏好于承担风险。

本文还考察了香港股票市场的期权价格结构,发现从恒生指数期权中得到的香港股票市场隐含波动率几乎是一条水平的直线,这也验证了香港市场的投资者对极端情况不索取更高的收益,从而从侧面说明了香港市场的投资者比经济学中假设的风险厌恶投资者更加偏好风险。还有一种可能的解释是,香港期权市场与国外不同,市场上投资者无法准确对其定价,大部分的参与者会习惯上使用 Black-Scholes 期权定价公式对指数期权进行定价并按照该理论价格进行期权买卖。

参考文献

- [1] Mandelbrot B. The variation of certain speculative prices[J]. *Journal of Business*, 1963, 35: 394-419.
- [2] Fama E. The behavior of stock market prices[J]. *Journal of Business*, 1965, 38: 34-105.
- [3] Arditti F D. Risk and the required return on equity[J]. *Journal of Finance*, 1967, 22: 19-36.
- [4] Rubinstein M E. The fundamental theorem of parameter-preference security valuation[J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1973, 8: 61-69.
- [5] Kraus A, Litzenberger R H. Skewness preference and the valuation of risk assets[J]. *Journal of Finance*, 1976, 31: 1085-1100.
- [6] Kraus A, Litzenberger R H. On the distributional conditions for a consumption-oriented three moment CAPM[J]. *Journal of Finance*, 1983, 38: 1381-1391.
- [7] Harvey C R, Siddique A. Conditional skewness in asset pricing tests[J]. *Journal of Finance*, 2000, 55: 1263-1295.
- [8] Dittmar R F. Nonlinear pricing kernels, kurtosis preference, and evidence from the cross section of equity returns[J]. *Journal of Finance*, 2002, 57: 369-403.
- [9] Backus D, Chernov M, Martin I. Disasters implied by equity index options[J]. *Journal of Finance*, 2011, 66(6): 1969-2012.
- [10] Bakshi G, Kapadia N, Madan D. Stock return characteristics, skew laws, and the differential pricing of individual equity options[J]. *Review of Financial Studies*, 2003, 16: 101-143.
- [11] Cochrane J. *Asset Pricing*[M]. Princeton University Press, 2000.
- [12] 郑振龙, 刘杨树. 衍生品定价: 模型风险及其影响 [J]. *金融研究*, 2010(2): 112-131.
Zheng Z L, Liu Y S. Derivatives pricing: Model risk and its impacts[J]. *Journal of Financial Research*, 2010(2): 112-131.
- [13] Dupire B. Pricing with a smile[J]. *Risk*, 1994(7): 18-20.
- [14] Neuberger A. The log contract[J]. *Journal of Portfolio Management*, 1994, 20: 74-80.
- [15] Bakshi G, Madan D. Spanning and derivative-security valuation[J]. *Journal of Financial Economics*, 2000, 55: 205-238.
- [16] Dennis P, Mayhew S. Risk-neutral skewness: Evidence from stock options[J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2002, 37: 471-493.
- [17] 陈蓉, 方昆明. 波动率风险溢价: 时变特征及影响因素 [J]. *系统工程理论与实践*, 2011, 31(4): 761-770.
Chen R, Fang K M. Volatility risk premium in Hong Kong stock market[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2011, 31(4): 761-770.
- [18] 黄蕙舟, 郑振龙. 无模型隐含波动率及其所包含的信息: 基于恒生指数期权的经验分析 [J]. *系统工程理论与实践*, 2009, 29(11): 46-59.
Huang Y Z, Zheng Z L. Model-free implied volatility and its information content: Evidence from Hang Seng Index options[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2009, 29(11): 46-59.
- [19] Britten-Jones M, Neuberger A. Option prices, implied price processes, and stochastic volatility[J]. *Journal of Finance*, 2000, 55: 839-866.
- [20] 郑振龙, 黄蕙舟. 波动率预测: GARCH 模型与隐含波动率 [J]. *数量经济技术经济研究*, 2010(1): 140-150.
Zheng Z L, Huang Y Z. Volatility forecast: GARCH model vs implied volatility[J]. *The Journal of Quantitative & Technical Economics*, 2010(1): 140-150.
- [21] Kumar A. Who gambles in the stock market[J]. *Journal of Finance*, 2009, 64: 1889-1933.