第 9期 (总第 262期)
2005年 9月

财 经 问 题 研 究
Research on Financial and Economic Issues

Number 9 (General Serial No. 262)
September, 2005

中国利率动态模型研究①

林 海,郑振龙

(厦门大学 金融系,福建 厦门 361005)

摘 要:本文对中国两种高度相关的利率的动态行为进行了考察和分析。第一种利率是政府利率,由中央银行决定和颁布,可以用一个单纯的可变波动率跳跃过程进行描述。我们给出了跳跃强度的估计,并且通过不同的检验证明它是稳定可靠的。跳跃幅度能够满足确保利率有合理范围的条件,并且体现出一定的经济周期内涵。第二种利率根据政府债券的交易价格利用样本估计法计算的市场利率。我们对市场利率的 Vasicek模型和 CIR模型进行了实证比较。检验结果表明简单的 Vasicek模型表现最好。本文还对由于单位根问题引起的估计偏误问题进行了分析,一般方法和 GPH方法都无法拒绝单位根假设。

关键词:利率;动态行为;跳跃过程;均值回归;单位根过程

中图分类号:F830.9 **文献标识码**:A **文章编号**:1000-176X(2005)09-0045-05

利率问题一直是金融研究的一个焦点问题。从 Vasicek[1] 和 Cox, Ingersoll and Ross (CIR[2][3])起,大量复杂的模型不断被提出和分析。在纯漂移的模型中,不仅考虑了利率的水平,一些其他的因素也被考虑并加入到模型中 (Longstaff and Schwartz[4]。Constantinides[5]提出了 CIR模型的非线性一般化。Sanders and Unal[6]等提出了利率的机制转换模型。更为重要的是,跳跃过程已经成为利率分析中一个必不可少的组成部分,可以提高模型的解释能力 (Das)[7]。

对动态模型的实证检验也随着理论分析逐步发展。Brown and Dybvig[8]等对不同的模型进行了实证分析和比较。Ball and Torous[9]提出如果利率时间序列近似于单位根,则均值回归系数将会上偏。一些研究表明利率无法拒绝单位根过程 (Rose)[10],但是同时也有一些研究拒绝了单位根假设 (如 Pesando[11]等)。

在中国,也有人对利率进行了一些基本的研究。谢赤和吴雄伟[12]利用一月期的银行间利率实证分析了 Vasicek模型和 CIR模型,发现 Vasicek模型优于 CIR模型。郑振龙和林海[13][14]估计了中国债券市场的利率期限结构和信用风险溢酬。

本文主要是对中国利率 (包括政府利率和市场利率)的动态行为进行估计和考察。政府利率由中央银行决定和颁布,可以用一个单纯的可变波动率跳跃过程进行描述。因为对单纯跳跃过程而言,似然函数不存在,我们只能通过矩估计来进行简单的分析。对市场利率而言,我们在郑振龙和林海[13]静态估计的基础上,检验了一些模型,包括 Vasicek模型、CIR模型等。为了避免传统单位根检验拒绝不足的问题,本文使用了谱分析的 GPH方法。

---

① **收稿日期**:2005-04-20
基金项目:教育部优秀青年教师资助计划“中国信用风险度量和控制模型”项目;教育部人文社会科学研究 2003年度博士点基金研究项目 (03JB790016);福建省社科“十五”规划 (第二期)项目 (2003B069)
作者简介:林 海 (1977-),男,讲师,博士,主要从事金融学研究。

一、政府利率的单纯跳跃过程

在考虑跳跃情况下,单因子瞬时短期利率均值回归漂移–跳跃模型可以表示为:

$$d\gamma(t) = k(u(t)-\gamma_t)dt + \sigma(t)dW_t + JdP$$

其中 k表示向均值调整的速度, u(t)表示时刻 t的利率长期均值, σ(t)则表示波动率, W(t)代表布朗运动, J代表服从某些分布的随机变量,一般是正态分布, $N(\alpha, \theta^2)$, dP代表强度为 λ的泊松分布。

漂移–跳跃过程的似然函数存在,并且可以表示为:

$$f(u(t), k, \sigma(t), \alpha, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\lambda)\frac{\lambda^n}{n!} \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma(t)^2 + n\theta^2)}} \exp\left(-\frac{(\Delta\gamma_t - ku(t) + k\gamma_t - n\alpha)^2}{2(\sigma(t)^2 + n\theta^2)}\right)$$

因此,参数可以通过最大似然法进行估计①。

但是在中国,政府利率由中央银行决定并保持一段时期不变。它完全不同于漂移过程或者漂移–跳跃过程。它类似于一个单纯跳跃过程。跳跃过程的波动率是可变的,与利率水平相关。

$$d\gamma_t = K_t dP$$

其中, dP服从参数为 λ的泊松分布, K_t服从均值为 α、波动率为 $\sigma\gamma_t$的条件正态分布,即 K_t——$N(0, (\sigma\gamma_t)^2)$②。跳跃的波动率随着利率水平的变动而不断地发生变化。

推论 1. 单纯跳跃过程的似然函数不存在,因此不能用最大似然法进行参数的估计。

证明:如果 $dP = n \neq 0$,对离散时间序列而言, $\Delta\gamma_t$——$N(n\alpha, n(\sigma\gamma_t)^2)$,概率为 $\exp(-\lambda)\frac{\lambda^n}{n!}$,在似然函数中就可以表示为:

$$\exp(-\lambda)\frac{\lambda^n}{n!} \frac{1}{\sqrt{2\pi n(\sigma\gamma_t)^2}} \exp\left(-\frac{(\Delta\gamma_t - n\alpha)^2}{2n(\sigma\gamma_t)^2}\right)$$

但是如果 $dP = 0$, $p(\Delta\gamma_t = 0) = 1$, $p(\Delta\gamma_t \neq 0) = 0$不是一个连续函数,那么连续的概率密度函数就不存在。

推论 2. 对具有相对较短时间的离散数据的单纯跳跃过程,矩方法可以用于参数估计。

证明:因为 dP服从参数为 λ的泊松分布,而 K_t——$N(\alpha, (\sigma\gamma_t)^2)$,则 $d\gamma_t = 0$,概率为 $1-\lambda$; $d\gamma_t$——$N(\alpha, (\sigma\gamma_t)^2)$概率为 λ。

因此, $E(d\gamma_t) = \lambda\alpha$, $\sigma_t^2(d\gamma_t) = \lambda(\sigma\gamma_t)^2$。对离散时间序列而言

$$\hat{E}(d\gamma_t) = \frac{\sum_{i=1}^{N}\Delta\gamma_i}{N} = \frac{\sum_{j=1}^{n}\Delta\gamma_j}{n} \times \frac{n}{N} = \alpha \times \frac{n}{N}$$

其中, N、n分别代表数据的数量以及跳跃的次数。因此,对 λ的直观估计为 $\hat{\lambda} = \frac{n}{N}$。

二、λ的估计和可靠性检验

在中国,政府利率由国务院确定,没有每天发生变动。因为 1980年之前和 1980年之后中国的政策发生了巨大的变化,我们将 1980年以前的数据剔除掉,估计 1980年以后的跳跃参数。我们使用从 1980年 4月到 2003年 9月一年期存款利率的月度数据,总共 281个数据。差分序列有 280个数据。

在 280个数据中, 17个数据显著异于 0,可以代表跳跃的次数。因此 λ的大约估计为 $\frac{17}{280} \approx 0.061$。

但是这个估计是一个粗略的估计,需要通过可靠性检验。因为 λ参数和正态分布之间是一个独立的关系,我们可以单独地对 λ进行估计。

推论 3. 如果过程 N(t)服从泊松分布,则跳跃时间的序列 T_n, n = 1, 2, 3, 4…服从参数为 λ和 n的 Γ分布。

证明: $P(T_n \leq t) = P(N(t) \geq n) = \sum_{i=n}^{\infty} e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^i}{i!}$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \sum_{i=n}^{\infty}\left[(-\lambda)e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^i}{i!} + e^{-\lambda t}\frac{\lambda^i t^{i-1}}{(i-1)!}\right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda t}\sum_{i=n}^{\infty}\left(\frac{(\lambda t)^{i-1}}{(i-1)!} - \frac{(\lambda t)^i}{i!}\right) = \lambda e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!}$$

这是 Γ分布的概率密度函数。而且:

$$f(T_n = t) = \lambda e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!}$$

$$f(T_1 = t_1, T_2 = t_2, \cdots, T_n = t_n) = \prod_{i=1}^{n}\lambda e^{-\lambda t_i}\frac{(\lambda t_i)^{i-1}}{(i-1)!}$$

$$\log f(T_1, \cdots, T_n) = \sum_{i=1}^{n}(\log\lambda - \lambda t_i + (i-1)$$

① 因为 $\int f(u(t), k, \sigma(t), \alpha, \theta, \lambda)d\Delta\gamma_t = \sum_{n=0}^{\infty}\exp(-\lambda)\frac{\lambda^n}{n!}\int\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma(t)^2 + n\theta^2)}}\exp\left(-\frac{(\Delta\gamma_t - ku(t) + k\gamma_t - n\alpha)^2}{2(\sigma(t)^2 + n\theta^2)}\right)d\Delta\gamma_t$
$= \sum_{n=0}^{\infty}\exp(-\lambda)\frac{\lambda^n}{n!} = 1$

② 这边之所以选择利率本身而不是平方根,主要是因为如果使用平方根原则,经过模拟后会有利率为负数的情况发生。

$$\log\lambda + (i-1)\log t_i - \log(i-1)!) = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\log\lambda - \lambda\sum t_i - \sum((n-1)\log t_i + \log(n-1)!)$$

$$\frac{\partial f}{\partial\lambda} = \frac{n(n+1)}{2\lambda} - \sum t_i = 0$$

$$\hat{\lambda} = \frac{n(n+1)}{2\sum t_i}$$

推论 4. 如果过程 $N(t)$ 服从参数为 λ的泊松分布，两个跳跃之间的时间间隔 M_1，M_2，… M_n，$M_i = T_t - T_{t-1}$，服从均值为 $1/\lambda$ 的指数分布。

证明：$P(M \leq t) = 1 - P(M > t) = 1 - P(N(t) = 0) = 1 - e^{-\lambda t}$，$\frac{\partial P}{\partial t} = \lambda e^{-\lambda t}$

由泊松分布、矩估计、Γ分布以及指数分布估计的 λ见表 1。

表 1 λ的估计

	泊松分布	矩估计	Γ分布	指数分布
$\hat{\lambda}$	0.061	0.061	0.0561	0.068
5% 置信区间	[0.0367, 0.1008]			[0.0437, 0.118]

从表 1中我们可以看出，泊松分布、矩估计以及指数分布的估计结果几乎相同，Γ分布的估计结果也在其他分布的 5%置信区间之内。因此，不同方法估计出来的 λ是稳定的。

三、政府利率的跳跃幅度

因为估计出 λ，而且在很大程度上保持稳定，我们可以接着估计跳跃的幅度 (α，σ)。

推论 5：如果政府利率在一个合理的范围内，那么 $a = 0$。

证明：如果 $\alpha \neq 0$，$E(d\gamma_t) = \lambda\alpha \neq 0$。当 $\alpha > 0$，它向上倾斜，政府利率就会上升至一个不合理的高水平；当 $\alpha < 0$，它向下倾斜，政府利率就会降至负数。

α的估计结果见表 2。我们可以看出，α没有显著异于 0，这符合合理界限条件。而且，它还具有一定的经济周期内涵。当经济陷入停滞，政府需要刺激经济增长时，政府利率就会下跌，利率的变动就为负数。当经济过热，政府需要抑制经济增长时，政府利率就会上升，利率的变动就为正数。经济周期的正向变动和负向变动互相抵消，使得跳跃的均值接近于 0。

表 2 跳跃幅度 α的估计

	1年期利率	3年期利率	5年期利率
估计值	-0.21%	-0.22%	-0.24%
标准误	0.32%	0.31%	0.32%
t检验值	-0.67	-0.70	-0.74

因此，$d\gamma_t = K_t dP$，$K_t \sim N(0, (\sigma\gamma_t)^2)$

经过转化，我们可以得到：

$$d\gamma_t / \gamma_t = (K_t / \gamma_t)\, dP$$

令 $J = K_t / \gamma_t$，则 $J \sim N(0, \sigma^2)$。因此，经过转化之后，可变波动率的单纯跳跃模型变为常数波动率的单纯跳跃模型。因为波动率保持不变，所以波动率可以通过 $\sigma^2(d\gamma_t / \gamma_t) = \lambda\sigma^2$ 进行估计。估计的参数结果参见表 3。

表 3 可变波动率条件下跳跃幅度 σ估计

	1年期利率	3年期利率	5年期利率
$\hat{\sigma}$	19.75%	19.73%	21.05%

可以看出，跳跃波动率与利率水平之间的关系在不同的时间水平上相当稳定，都在 20%左右。这说明，中央银行在确定利率变动幅度的时候，考虑更多的是利率变动的比率，而不是利率变动的水平。

该模型和常数波动率的单纯跳跃模型 $d\gamma_t = JdP$，$P \rightarrow P(\lambda)$，$J \rightarrow N(0, \sigma^2)$ 相比，优越性体现在：(1) 避免了负数利率水平的产生，跳跃波动率为利率水平的一定比例，利率水平低，相应的波动率就低。(2) 考虑了利率水平对跳跃波动率的影响，从而反应了一定的条件信息。

四、中国市场利率的动态行为

从这部分开始，我们将视角转向市场利率。市场利率由市场的供求决定，能够反映市场的状况，通常称之为“利率期限结构”。

一般而言，利率期限结构可以从贴现债券的价格中直接估计，因为在这种情况下利率等于债券的到期收益率。但是在中国，上海证券交易所和深圳证券交易所公开交易的国债绝大部分都是息票债券。对这些债券而言，就不能用直接的传统方法，因为此时利率不再等于到期收益率。McCulloch[15]等都试图解决这个问题并提出了各种方法，其中样本估计法是最普遍的一种方法。郑振龙和林海[13]比较了不同的估计方法，选择了合适的参数，利用 McCulloch (1971) 方法对

中国利率期限结构进行了估计。本文直接利用郑振龙和林海[13]的估计结果，对中国市场利率的动态行为进行一个实证分析，结果表明①市场利率大约在 2%左右移动。

为了分析中国市场利率的动态行为，我们使用了 Vasicek模型和 CIR模型。分析的数据是 2001年 8月—2003年 9月的周利率数据，估计的结果参见表 4。

表 4　中国市场利率的动态模型：周利率

模型 1	Vasicek模型：$\Delta\gamma_t = K(u-\gamma_t)+\varepsilon_t$，$\varepsilon_t$——N$(0,\sigma^2)$
	估计结果：$\hat{k}=0.080^{***}$ (2.85)，$\hat{u}=1.91\%^{***}$ (2.63)，$\sigma=0.13\%$，log=2 619.30
模型 2	CIR模型：$\Delta\gamma_t = k(u-\gamma_t)+\sqrt{\gamma_t}\varepsilon_t$，$\varepsilon_t$——N$(0,\sigma^2)$
	估计结果：$\hat{k}=0.086^{***}$ (3.08)，$\hat{u}=1.92\%^{***}$ (3.08)，$\sigma=0.9\%$，log=1 629.53

注：(1) *，**，***分别表示显著性水平为 1%，5%，10%。(2) 括号中的数值表示 t检验值。

我们可以从表 4中明显看出，Vasicek模型的对数似然值比 CIR模型要大得多。这意味着 Vasicek模型的拟合效果要好于 CIR模型，这与 Xie and Wu(2002)的结论一致②。不同模型的长期利率均值是稳定的，周利率的长期均值为 1.91%。

五、动态模型的估计偏误

Ball and Torous[9]通过模拟得出结论认为如果利率时间序列近似于单位根过程，那么所有的估计方法，包括最小方差法、广义矩方法、以及最大似然值法等，都会导致模型中均值回归调整系数的高估。为了保证模型在定价中的有效适用性，我们还必须检验利率时间序列是否是一个单位根过程。

传统的单位根检验、ADF检验和 PP检验参见表 5。两个检验值都不是显著的，因此无法拒绝单位根的原假设。

表 5　中国市场利率的单位根检验：传统方法

	周利率
ADF检验值	-1.78
PP检验值	-2.37

但是，Lai[16]指出传统的单位根检验容易导致拒绝不足，因为它只考虑整数阶，即 I(1)或者 I(0)，却没有考虑到分数阶，即 I(d)，$0<d<1$。Lai (1997)使用了 Geweke and Porter-Hudak (GPH)[17]谱回归的方法对这个分数阶的问题进行了分析。这个方法可以检测到传统方法检测不到的均值回归。因此，如果我们要检验中国市场利率的单位根过程，单单使用传统方法是不够的。

GPH方法通过一个对差分时间序列的谱回归估计出 d③：

$$\mathrm{Ln}(I(\hat{\lambda}_j)) = \phi_0 - \phi_1 \ln(4\sin^2(\hat{\lambda}_j/2)) + \eta_i$$

$$j=1,2,3\cdots\cdots n$$

其中，$I(\hat{\lambda}_j)$指频率为$\lambda_j=2\pi j/T$时的样本周期图；$n=T^{\theta}$，$0<\delta<1$只用于回归的坐标数目。ϕ_1的最小二乘估计是 1-d的无偏估计，而且对 d的显著性可以通过一般的 t检验。

对一个有 T个数据的时间序列样本，频率为λ_j的样本周期图，$I(\lambda_j)$的计算公式为：

$$\hat{I}(\lambda_j) = \frac{1}{2\pi}\sum_{k=-T+1}^{T-1} \hat{\gamma}_j e^{-\hat{\lambda}_j k},\quad i^2=-1，或者$$

$$\hat{I}(\lambda_j) = \frac{1}{2\pi}\left[\gamma_0 + 2\sum_{k=1}^{T-1}\gamma_k\cos(\hat{\lambda}_j k)\right]$$

其中，γ_j表示样本序列的 j阶自协方差。

$$\gamma_j = \begin{cases} T^{-1}\sum_{t=j+1}^{T}(y_t-\bar{y})(y_{t-1}-\bar{y}), \\ j=0,1,2,\cdots T-1 \\ \gamma_{-j},\quad j=-1,-2\cdots,-T+1 \end{cases}$$

与 Lai[16]一样，我们选择$\theta=0.60, 0.625, 0.65$。估计的结果参见表 6。

表 6　中国市场利率的单位根检验：GPH Method

序　列	δ	d	GPH检验值	
			H0: d=1; H1: d<1	H0: d=0; H1: d>0
周利率	0.6	1.018	-0.16	8.87^{***}
	0.625	1.014	-0.14	9.98^{***}
	0.65	1.022	-0.23	11.01^{***}

注：***表示显著性水平为 1%。

① 选择周利率的主要原因是因为利率期限结构动态模型研究的是瞬时短期利率。
② 他们使用的数据是银行间月利率，估计的长期均值为 9%，这是一个不合理的估计。而且他们也没有考虑到估计的偏差问题。
③ 在 Lai (1997)，使用的是真实的利率；但在本文中，使用的是名义数据。因为时间比较短，通货膨胀率不会发生太大的变化。

在考虑了谱回归之后, d仍然无法显著异于 1,中国市场利率的单位根过程的假设仍然不能被拒绝。

因此,与大多数拒绝利率单位根假设的文献不同,我们仍然不拒绝市场利率的 I (1) 假设。主要原因可能是由于时间太短,因为我们只有两年时间的交易数据,但是均值回归一般要在长期内才能观测得到。

总之,由于市场利率接近于 I (1) 过程,均值回归调整速度的估计就向上偏差,不能用于利率产品定价时市场利率变化路径的模拟。

幸运的是,长期的利率均值估计不会受到单位根问题的影响。因此,要对中国的一般衍生产品进行定价,我们可以假定利率等于长期均值并保持不变,这样就可以避免模型使用不当而带来的定价错误。当然这也会同时带来一些定价的误差。但是,如果我们需要对利率衍生产品进行定价,比如固定利率证券,就必须在模型的选择和可靠性检验方面做深入的研究。

六、结论

通过上面的实证分析,我们可以得出几个有关中国市场利率动态行为的特征:

1. 中国政府利率的变动可以用一个单纯的跳跃过程进行描述。跳跃强度的估计是稳定可靠的,而且跳跃幅度的估计也具有合理性,反映出一定的经济周期内涵。

2. 实证结果表明 Vasicek模型能够较好地拟合中国的国债数据。

3. 传统的检验方法和利用谱回归的 GPH方法都无法拒绝中国市场利率的单位根假设。

4. 由于中国市场利率存在单位根问题,动态模型中均值回归调整系数是有偏的,不能直接用于利率衍生产品的定价,需要进行进一步的研究和分析。

5. 从市场利率的变动中,可以发现政府利率和市场利率之间存在明显的相关关系。政府利率的变动会直接影响到市场利率的变动。政府利率和市场利率之间相关关系的研究,是今后的一个研究方向。

参考文献:

[1] Vasicek, O. An Equilibrium Characterization of the Term Structure of Interest Rates [J]. Journal of Financial Economics, 1977, vol. 5, 177 - 188.

[2] Cox, J. C., J. E. Ingersoll Jr., and S. A. Ross. An Intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices [J]. Econometrica, 1985. vol. 53, 363 - 384.

[3] Cox, J. C., J. E. Ingersoll Jr., and S. A. Ross. A Theory of the Term Structure of Interest Rates [J]. Econometrica, 1985, vol. 53, 385 - 407.

[4] Longstaff, F. A., and E. S. Schwartz. Interest Rate Volatility and the Term Structure: A Two - Factor General Equilibrium Model [J]. Journal of Finance, 1992, vol. 47, 1259 - 1282.

[5] Constantinides, G. M. A Theory of the Nominal Term Structure of Interest Rates [J]. Review of Financial Studies, 1992, vol. 5, 531 - 552.

[6] Sanders, A. B., and H. Unal. On the Intertemporal Behavior of the Short - Term Rate of Interest [J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1988, vol. 23, 417 - 423.

[7] Das, Sanjiv R. The Surprise Element: Jumps in Interest Rate [J]. Journal of Econometrics, 2002, vol. 106, 27 - 65.

[8] Brown, S. J., and P. H. Dybvig. the Empirical Implications of the Cox, Ingersoll, Ross Theory of the Term Structure of Interest Rates [J]. Journal of Finance, 1986, vol. 41, 617 - 630.

[9] Ball, C. A., and W. N. Torous. Unit Roots and the Estimation of Interest Rates Dynamics [J]. Journal of Empirical Finance, 1996, vol. 3, 215 - 238.

[10] Rose, A. K. Is the Real Interest Rate Stable [J]. Journal of Finance, 1988, vol. 43, 1095 - 1112.

[11] Pesando, J. E. On the Random Walk Characteristics of Short and Long - Term Interest Rates in an Efficient Market [J]. Journal of Money, Credit and Banking, 1979, vol. 11, 457 - 466.

[12] 谢赤,吴雄伟. 基于 Vasicek模型和 CIR模型中的中国货币市场利率行为实证分析 [J]. 中国管理科学, 2002, (6).

[13] 郑振龙,林海. 中国市场利率期限结构的静态估计 [J]. 武汉金融, 2003, (3).

[14] 郑振龙,林海. 中国违约风险溢酬研究 [J]. 证券市场导报, 2003, (6).

[15] McCulloch, J. H. Measuring the Term Structure of Interest Rates [J]. Journal of Business, 1971, vol. 44, 19 - 31.

[16] Lai, K. S. Long - Term Persistence in the Real Interest Rate: Some Evidence of Fractional Unit Root [J]. International Journal of Finance and Economics, 1997, vol. 2, 225 - 235.

[17] Geweke, J., and Porter - Hudak S. The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models [J]. Journal of Time Series Analysis, 1983, vol. 4, 221 - 238.

(责任编辑:韩淑丽)