

利率期限结构研究述评

林 海^{1,2}, 郑振龙¹

(1. 厦门大学金融系, 厦门 361005; 2. 厦门大学应用经济学博士后流动站, 厦门 361005)

摘要: 对目前利率期限结构的研究状况进行一个评述性的研究, 从 5 个方面介绍和分析了国内外有关利率期限结构的研究. 这 5 个方面包括: 利率期限结构形成假设; 利率期限结构静态估计; 利率期限结构自身形态的微观分析; 利率期限结构动态模型; 利率期限结构动态模型的实证检验. 在文献回顾的基础上, 还对利率期限结构未来的研究方向进行了探讨.

关键词: 利率期限结构; 研究述评; 静态估计; 动态模型; 实证检验

中图分类号: F8 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007 - 9807(2007)01 - 0079 - 15

0 引 言

利率期限结构(term structure), 是某个时点不同期限的利率所组成的一条曲线. 因为在某个时点, 零息票债券的到期收益率等于该时期的利率, 所以利率期限结构也可以表示为某个时点零息票债券的收益率曲线(yield curve). 它是资产定价、金融产品定价、保值和风险管理、套利以及投机等的基准. 因此, 对利率期限结构问题的研究一直是金融领域的一个基本课题.

利率期限结构是一个非常广阔的研究领域, 不同的学者都从不同的角度对该问题进行了探讨, 从某一方面得出了一些结论和建议. 根据不同的角度和方向, 这些研究基本上可以分为 5 类: (1) 利率期限结构形成假设; (2) 利率期限结构静态估计; (3) 利率期限结构自身形态的微观分析; (4) 利率期限结构动态模型; (5) 利率期限结构动态模型的实证检验. 本文根据这 5 个分类对利率期限结构研究进行了整理和述评, 并在基础上提出了未来可能的研究方向.

在利率期限结构文献回顾方面, 有的学者已经在大量研究的基础上进行了相关的文献回顾研

究, 比如 Jabbour & Mansi^[1] 对利率期限结构静态估计的回顾, Gibson, Lhabitant & Talay^[2], Yan^[3], Dai & Singleton^[4] 对利率期限结构动态模型的归纳和整理, Shiller & McCulloch^[5] 和 Melino^[6] 对利率期限结构一般概念的分析, 以及吴恒煜, 陈金贤^[7] 对利率期限结构理论的述评. 但是这些回顾都只集中于利率期限结构研究的某一方面, 没有对利率期限结构研究作全面地分析和整理, 并对未来的发展方向进行总结和归纳. 本文的创新之处即在于此, 通过 5 个分类对利率期限结构研究进行相对全面地整理和述评, 并在基础上提出未来可能的研究方向.

1 利率期限结构形成假设

利率期限结构是由不同期限的利率所构成的一条曲线. 由于不同期限的利率之间存在差异, 所以利率期限结构可能有好几种形状: 向上倾斜、向下倾斜、下凹、上凸等. 为了解释这些不同形状的利率期限结构, 人们就提出了几种不同的理论假设. 这些假设包括: 市场预期假设(expectation hypothesis), 市场分割假设(market segmentation hy-

收稿日期: 2004 - 05 - 11; 修订日期: 2006 - 11 - 08.

基金项目: 教育部优秀青年教师资助计划资助项目; 教育部人文社会科学研究 2003 年度博士点基金研究项目(03JB790016); 福建省社科“十五”规划(第二期)资助项目(2003B069); 厦门大学王亚南经济研究院青年科研资助计划的资助项目.

作者简介: 林 海(1977 -), 男, 福建连江人, 博士, 讲师, Email: cfc @xmu. edu. cn.

pothesis) 和流动性偏好假设 (liquidity preference hypothesis). 为了对这些假设进行验证, 不同的学者从不同的角度进行了分析.

1.1 对市场预期假设自身矛盾的分析

在市场预期假设的均衡条件下, 相同期限内不同投资方式所获得的预期收益率应该是相同的.

1) 在某一个时期, 持有短期债券和长期债券的期望收益率是一样的. 对一个期限为 1 期的零息债券而言, 其总收益率为 $1 + r_{1,t}$; 对期限为 n 期的零息债券而言, 其 1 期的总收益率为 $\frac{P_{n-1,t+1}}{P_{n,t}} = \frac{(1 + r_{n,t})^n}{(1 + r_{n-1,t+1})^{n-1}}$. 其中, $r_{i,t}$, $i = 1, 2, \dots, n$ 代表时刻 t 的 i 期利率. 所以, 该版本可以表示为

$$\begin{aligned} 1 + r_{1,t} &= E_t \left(\frac{(1 + r_{n,t})^n}{(1 + r_{n-1,t+1})^{n-1}} \right) \\ &= (1 + r_{n,t})^n E_t (1 + r_{n-1,t+1})^{-(n-1)} \end{aligned} \quad (1)$$

2) 长期债券在 n 个时期中的总收益率等于 n 个 1 期债券在 n 期中的复合总收益率的期望值, 也等于 1 期债券与 $n - 1$ 期债券复合总收益率的期望值.

$$\begin{aligned} (1 + r_{n,t})^n &= E_t ((1 + r_{1,t})(1 + r_{1,t+1}) \times \\ &\quad (1 + r_{1,t+2}) \dots (1 + r_{1,t+n-1})) \\ &= (1 + r_{1,t}) E_t ((1 + r_{n-1,t+1})^{n-1}) \\ 1 + r_{1,t} &= \frac{(1 + r_{n,t})^n}{E_t ((1 + r_{n-1,t+1})^{n-1})} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{根据式(1), } 1 + r_{1,t} = E_t \left(\frac{(1 + r_{n,t})^n}{(1 + r_{n-1,t+1})^{n-1}} \right),$$

$$\text{根据式(2), } 1 + r_{1,t} = \frac{(1 + r_{n,t})^n}{E_t ((1 + r_{n-1,t+1})^{n-1})}.$$

但是, 由詹森不等式可知, $E_t((1 + r_{n,t})^n / [(1 + r_{n-1,t+1})^{n-1}]) > (1 + r_{n,t})^n / [E_t((1 + r_{n-1,t+1})^{n-1})]$, 式(1)和式(2)互相矛盾^[8].

Cochrane^[9] 在连续时间条件下对该问题进行了分析, 认为在连续时间条件下, 该假设是一致的. 但是 Lin^[10] 通过严格的推导证明了, 在连续时间条件下, 这个自相矛盾同样存在. 所以市场预期假设本身就存在着缺陷.

1.2 对利率期限结构形成假设检验

不同的学者利用不同的方法, 使用不同国家的数据对利率期限结构形成假设进行了检验. 在 3 个假

设中, 市场预期假设是最重要的假设, 所以大多数的研究都是立足于市场预期假设, 并在此基础上考虑流动性溢酬.

1) 英国市场. Cargill^[11] 利用英国的资料对利率期限结构的预期假设进行了实证分析并拒绝了市场预期假设.

2) 美国市场. Lee^[12] 利用在代表性投资者效用最大化的基础上, 使用广义矩方法对市场预期假设的非线性关系进行了分析, 认为随时间变化的风险溢酬和异方差对分析战后美国的债券市场十分重要. Culbertson^[13] 对流动性溢酬等影响利率期限结构的因素进行了分析, 发现市场预期假设不能解释美国战后资料. Campbell^[14] 对利率期限结构进行了线性估计, 并证明不同形式的市场预期假设在常数的风险溢酬条件下可以同时成立, 从而就解决了 Cox, Ingersoll & Ross^[8] 所提出的不同形式的市场预期假设在风险溢酬为 0 时互相矛盾的问题. Campbell & Shiller^[15] 则分析了长短期利率差距 (yield spread) 对将来利率变动的预期能力并发现了一些与市场预期假设不符的现象. Mankiw & Miron^[16] 通过将历史资料划分成不同的区域 (regime) 对利率期限结构的市场预期假设进行了实证检验. Bekaert, Hdrick & Marshall^[17] 对市场预期假设回归模型中的小样本偏误问题进行了分析, 研究表明小样本时间序列可以导致估计的偏误.

3) 全球市场. McCown^[18] 利用 8 个国家的数据对利率期限结构形状和股票市场收益之间的相关性进行了分析. 实证结果表明, 当利率期限结构倒转时 (inverted), 3 个国家出现负风险溢酬. 而且, 如果美国和德国的利率期限结构倒转, 其他国家会出现负的风险溢酬, 从而证实了一个世界性风险因子的存在.

4) 中国市场. 庄东辰^[19] 和宋准松^[20] 分别利用非线性回归和线性回归的方法对我国的零息票债券进行分析. 唐齐鸣和高翔^[21] 用同业拆借市场的利率数据对预期理论进行了实证. 实证结果表明: 同业拆借利率基本上符合市场预期理论, 即长短期利率的差可以作为未来利率变动的良好预测, 但是短期利率也存在着一些过度反应的现象. 此外, 还有杨大楷、杨勇^[22], 姚长辉、梁跃军^[23] 对国债收益率的研究. 但这些研究大部分都是停留在息票债券的到期收益率上, 没有研究真正意义上的利率期限结构.

5) 市场调查资料. Froot^[24] 根据市场调查资料对

市场预期假设在估计将来利率的有效性进行了实证分析. 实证分析结果表明市场预期假设在短期内无效, 在长期内具有一定的估计能力.

2 利率期限结构静态估计

当市场上存在的债券种类有限时(特别对债券市场不发达国家而言), 如何根据有效的债券价格资料对整个利率期限结构进行估计, 是进行债券研究的一个重要内容. 不同的学者提出了不同的估计方法, 其核心就是对贴现函数 $f_j(m)$ 的估计.

假设 $P = 100 + c \int_0^{m_0} f_j(m) dm$, P 代表债券价格, $f_j(m)$ 是期限为 m 的单位零息债券的贴现值, m_0 是债券的到期日, c 是利息额.

如果假设

$$f_j(m) = \sum_{j=1}^k f_j(m)$$

$$f_0 = 1, f_j(0) = 0$$

则

$$P = 100 \left(1 + \sum_{j=1}^k f_j(m_0) \right) + c \int_0^{m_0} \left(1 + \sum_{j=1}^k f_j(m_i) \right) dm$$

$$= 100 + cm_0 + \sum_{j=1}^k \int_0^{m_0} (100f_j(m_0) + c f_j(m) dm)$$

因此, 如果令

$$x_j = 100f_j(m_0) + c \int_0^{m_0} f_j(m) dm$$

就可以得到

$$P = \sum_{j=1}^k x_j$$

在回归模型中, $P = \sum_{j=1}^k x_j + \epsilon_t$

所以在某个时点 t , 可以通过对 $f_j(m)$ 以及 k 的假设求出 x_j , 通过 x_j 就可以求出任何时期的折现值. 因此, 研究的重点在于对函数形式以及分割区间 k 的选取. 相关的研究有 McCulloch^[25], Lin & Yeh^[26], Carleton & Cooper^[27], Shea^[28], Fisher, Nychka & Zervos^[29] 等. Jeffrey, Linton & Nguyen^[30] 则对不同

的函数估计结果进行了比较. 郑振龙和林海^[31] 利用 McCulloch^[25] 样条函数和息票剥离法对我国市场利率期限结构进行了静态估计, 构造出中国真正的市场利率期限结构. 朱世武和陈健恒^[32] 则使用 Nelson-Siegel-Svensson^[33] 方法对我国交易所市场的利率期限结构进行了估计. 郑振龙和林海^[34] 估计出中国债券市场的违约风险溢酬并进行了分析. 林海和郑振龙^[35] 对中国市场利率的流动性溢酬进行了估计和分析. 林海和郑振龙^[36] 对这些问题进行了统一和归纳, 并分析了其在中国金融市场的具体运用.

3 利率期限结构自身形态微观分析

利率期限结构的变动也有平行移动和非平行移动. 由于利率直接和债券的收益率相关, 这些不同方式的移动对债券组合的收益会产生很大的影响, 并进而影响债券组合管理的技术. 为了衡量利率期限结构的形状变动对债券投资组合的影响并在此基础上进行有效的管理, 达到“免疫”的目的, 众多的学者对利率期限结构本身的形态作了大量的分析, 并对利率期限结构的平行移动和非平行移动条件下的债券组合套期保值的问题进行了深入研究.

3.1 利率期限结构因子模型与主成分分析

利率期限结构因子模型所能做的就是揭示数据所暗示的利率变动潜在因素的统计形式. 其经典文献是 Litterman & Scheinkman^[37]. 他们称这些因素为水平 (level)、倾斜程度 (steepness) 和曲度 (curvature). 他们在对美国利率期限结构的研究中, 借鉴了多因素套利定价理论, 通过建立线性多因子模型, 考察了债券收益与系统风险因素和非系统风险因素之间的关系. 他们研究了水平因素、倾斜因素以及曲度因素在利率期限结构变化中的作用. Dai & Singleton^[38] 用的因素为: 水平 (level)、斜度 (slope) 和蝴蝶式 (butterfly). Chen & Scott^[39] 则称这些因素为: 持续性 (persistent)、较少持续性 (less persistent) 和强均值恢复 (strong mean-reverting). 这些都是用来描述潜在因素是如何影响利率期限结构的.

随后研究人员采取类似的方法, 针对不同国家的债券市场展开大量的研究, 如 Buhler &

Zimmermann^[40], D'Eccelesia & Zenios^[41], Sherris^[42], Martellini & Priaulet^[43], Maitland^[44], Schere & Avellaneda^[45] 分别对德国、瑞士、意大利、澳大利亚、法国、南非、拉美等国家和地区的利率期限结构进行了主成分和因子分析。朱峰^[46]和林海^[47]对中国的市场利率期限结构进行了主成分分析,并在此基础上对中国债券组合的套期保值提出了若干建议。

3.2 利率期限结构的变动以及资产免疫

利率期限结构变动是指不同期限的利率的相对变动,曲线的平行移动是指所有期限的利率变动是相同的,而利率期限结构的非平行移动则意味着各种期限利率变动的基点是不同的。

3.2.1 利率期限结构的平行移动

对于利率期限结构的平行移动,经典的对策是依据久期对相应的债券组合进行免疫。免疫的含义是无论利率如何变动,资产与负债的久期匹配就可以确保资产组合有偿还公司债务的能力。它首先由 Readington^[48]提出的。久期反映了资产价格对于利率变动的敏感性,因此它久期在利率变动和债券收益率变动之间建立了联系。Fisher & Weil^[49], Bierwag, Kaufman & Toevs^[50] 和 Bierwag, Kaufman, Schweitze et. al^[51] 都展示了这种方法如何能够减少市场风险。另外, Bierwag & Khang^[52] 认为当只存在一种不确定性来源影响利率期限结构时,利用久期可以对息票债券的资产组合进行免疫。Ingersoll^[53], Nelson & Schaefer^[54] 和 Brennan & Schwartz^[55] 都显示出久期比其他更为复杂的方法表现得更好。

3.2.2 利率期限结构的非平行移动

非平行移动指利率期限结构形状的变化。历史地看,可以观察到两种类型的利率期限结构非平行移动:1) 斜度的变化。利率期限结构斜度的变化是指利率期限结构变得平缓或者陡峭。2) 曲率的变化。利率期限结构两端和利率期限结构的中间部分发生相似但是方向相反的变化。也被称为蝴蝶式转换(butterfly shift)。可以分为正蝴蝶式和反蝴蝶式两种。

由于非平行移动时传统意义上的久期不再能够刻画出大部分的价格变动,因此要继续利用久期,就必须对这个概念和技术进行拓展。Garbade^[56] 讨论了利率期限结构的斜率发生变化

时,如何免疫。Gultekin & Rogalski^[57], Elton, Gruber & Nabar^[58] 和 Elton, Gruber & Michaely^[59] 在多因子模型的基础上发展并检验了实证主义的久期法则。Klaffky, Ma & Nozari^[60] 则提出双久期(重新构建久期 reshaping duration) 来反映利率期限结构在极点的变化。

Chambers & Carleton^[61] 提出多维久期(multiple duration) 的建议,他们称之为久期矢量(duration vectors)。Reitano^[62,63] 研究了非平行移动,提出了相似的方法,设计出久期矢量(方向性久期) 来反映变化的方向,并称为部分久期(partial duration)。这一方法由 Ho^[64] 予以了发展。Ho^[64] 提出了基于相应到期日利率变化的“核心利率久期”(key rate duration)。Moreno^[65] 提出“一般性久期”的方法,认为可通过将传统久期和凸性一般化,以获得一般化的久期和凸性。一般化久期的方法可用来计算套期保值。

虽然众多学者力图通过对久期的改造来尽可能地使之能够衡量债券的利率风险,但在实践中也存在着免疫资产不能完全发挥作用的可能性,而且久期也无法精确地度量债券的利率风险。其主要原因有:

1) 推迟和提前赎回风险。免疫资产(以及久期) 是基于这样的信念,即债券所约定的现金流会按时足额支付。这意味着免疫资产是以所有债券都不会被推迟和提前赎回为假设前提的。这即是说假设债券不存在推迟支付风险和提前赎回风险。所以,如果债券组合中的某种债券被拖欠或提前赎回,整个组合就失去了免疫作用。

2) 在非水平利率期限结构上的多重非平行移动。免疫资产(以及久期) 还基于这样的假设:利率期限结构是水平的,曲线的移动是平行的,并且移动只发生在获得所购买的债券规定的任何支付之前。但是在现实中,利率期限结构在开始不是水平的,而且利率期限结构的移动既不可能是平行的,也不可能有任何的限制。

3) 重新平衡。使用免疫资产存在的另一个问题是时间的流逝对所持有债券的久期和约定现金流出的久期的影响。随着时间流逝和利率期限结构变化,久期可能会按不同的速度改变,债券组合就不再具有免疫能力。这意味着债券组合需要经常再平衡。

这里的重新平衡是指出售当前持有的某些债券, 将他们换成另一种债券, 以便使新的债券组合的久期与约定的现金流出的久期保持一致。不过, 由于债券的替换会带来成本, 而这种替换的成本可能会超过再平衡所带来的收益。

4) 众多的候选资产。通常存在多种具有规定久期的债券组合, 投资者面临不同的选择方案。一种方法是挑选具有最高到期收益率的组合(即是成本最低的)。另一种方法是选择与目标组合最相似的组合, 这种组合比其他任何组合都有更最小的随机过程风险(即投资组合的波动率最小)。在这种组合中, 所有债券的久期都最接近约定的现金流出的久期。但是二者所具有的利率风险却完全不一样。

4 利率期限结构动态模型

4.1 基本利率期限结构动态模型

根据利率期限结构模型的推导过程, 可以分为两种类型: 第一种类型就是一般均衡模型(Equilibrium model), 根据市场的均衡条件求出利率所必须遵循的一个过程, 在这些模型中, 相关的经济变量是输入变量, 利率水平是输出变量; 另一种类型是无套利模型(No arbitrage model), 通过相关债券等资产之间必须满足的无套利条件进行分析, 此时利率水平是一个输入变量, 相关金融工具的价格是输出变量。必须特别指出的是, 这些模型都是建立在风险中性世界中, 所描述的均是风险中性世界中的利率变动行为。而实证检验都是利用现实世界的利率数据进行的。因此, 在将现实世界中的估计结果运用于衍生产品定价时, 必须先利用模型相对应的风险价格。通过 Girsanov 定理将现实世界转换为风险中性世界, 然后再利用风险中性世界中的相应结果进行定价。

1) 一般均衡模型。主要包括 Vasicek^[66] 模型和 Cox, Ingersoll & Ross(CIR)^[67,68] 模型, 此外还有 Rendleman & Barter^[69], Brennan & Schwartz^[55] 等。

i) Vasicek^[66] 模型。Vasicek^[66] 提出: 在风险中性世界中, 利率的变化过程遵从

$$dr = k(\bar{r} - r)dt + \sigma dW$$

其中, k, \bar{r}, σ 都是常数。 r 表示短期瞬时利率, k 表示利率均值回归速度, \bar{r} 表示长期均值, σ 表示波动率。

Vasicek 模型是众多利率期限结构模型中最简单的一个。它假设所有的参数都是常数, 不随时间变化, 而且波动率也是一个常数, 没有考虑到利率水平对波动率高低的影响以及波动率本身的 GARCH 效应等。但是它却能够比较好地拟合现实数据。缺陷是过于简单, 没有考虑到利率必须是一个大于 0 的正数, 因此在模拟过程中就可能出现利率为负的情况, 这不符合现实情况。

ii) CIR 模型。Cox, Ingersoll & Ross^[67,68] 在一个跨期的资产市场均衡模型中对利率的期限结构模型进行了研究, 并提出了 CIR 模型。具体内容为

$$dr = k(\bar{r} - r)dt + \sqrt{rd}W$$

CIR 模型的优点是它产生于经济中的内在经济变量和总体均衡。因此, 它包含了风险回避、时间消费偏好、财富限制、导致风险补偿的因素和众多的投资选择。尽管该公式具有众多优点, 但是它太复杂, 在估算经济参数、风险参数和进行现实预测方面产生困难。而且他们得出的结论是利率期限结构为平行移动, 这是不符合现实情况的。

2) 无套利模型。主要包括 HJM^[70] 模型, Ho & Lee^[71] 以及 Hull & White^[72] 模型。此外, 还有 Black, Derman & Toy^[73] 等。

i) HJM 模型。Heath, Jarrow & Morton^[70] 提出, T 时刻瞬时远期利率 $f(t, T)$ 的变化服从

$$df(t, T) = \alpha(t, T)dt + \beta(t, T)dW(t)$$

在风险世界中市场无套利的条件下,

$$\alpha(t, T) = -\beta(t, T) \int_t^T \sigma(t, u)du$$

$$df(t, T) = -\beta(t, T) \int_t^T \sigma(t, u)dudt + \beta(t, T)dW^*(t)$$

$dW^*(t)$ 代表风险中性世界的标准布朗运动。

因此整个模型估计的参数只有一个, 即波动性, 这个波动性不会随着测度的变化而变化。

不同模型的假设有不同的风险价格形式规定。如 Vasicek 模型隐含了风险价格为一个常数的假设, 否则即使在风险世界中利率变动遵循 Vasicek 模型, 现实世界中利率变动也不遵循 Vasicek 模型。而 CIR 模型则隐含了风险价格和利率水平的平方根呈线性关系的假设。具体的证明参见文献[36]。

而且 HJM 模型是一个一般化的模型,可以涵盖众多的即期利率模型.当 $T = t$ 时, $f(t, t) = r(t)$, 远期利率模型变为即期利率模型.

$$dr(t) = df(t, t) + \frac{d}{dT}f(t, T) \Big|_{T=t} dt$$

$$df(t, t) = (t, t) dW^*(t)$$

在风险中性世界中,

$$dr(t) = \left[\frac{\partial f(t, T)}{\partial T} \right] \Big|_{T=t} dt + (t, t) dW^*(t)$$

$$\text{所以, } r(t) = f(0, t) + \int_0^t (s, t) \int_s^t (s, u) du ds + \int_0^t (s, t) dW^*(s)$$

在不同的条件下,这就可以转化为不同的即期利率模型.

HJM 模型的主要方法是无套利分析法,即在 n 个因子风险模型下,可以通过一个无风险资产和 n 个风险资产的组合构造资产市场上的所有资产.给定债券波动率的期限结构,就可以得到债券定价的全部信息,它是无套利模型的基准模型.但是模型本身在应用的过程中也会产生问题.在构造利率变动的二叉数或者三叉数模型时,利率通常在上升和下降后就不会再重新聚合.也就是说,利率先上升后下降与先下降后上升之后所达到的不是同一个节点,利率变动不是马尔可夫链.这就会导致二叉树模型的最终节点的几何扩大,极大地增加计算和模拟的难度.

ii) Ho-Lee 模型. Ho & Lee^[71] 提出了一个基于无套利假设的利率期限结构变动模型,人们称之为 Ho-Lee 模型.具体表达式为

$$dr = (t) dt + dW$$

其中: $(t) = F_t(0, t) + \frac{\partial}{\partial t} F(0, t)$ 表示时刻 t 的远期利率,下标 t 表示对 t 的偏导数.

Ho-Lee 模型用一种比较简单的方式来模拟利率期限结构随时间的可变性,它由最初的利率期限结构决定,因此是一个相对定价模型.同时最初期限结构的外生性决定了利率期限结构的变化也是外生的.

iii) Hull & White 模型. Hull & White^[72] 提出, Vasicek 模型的一个扩展是

$$dr = (t) - kr) dt + dW$$

4.2 一般化扩展模型

除了上面分析的众多利率期限结构的动态模型之外,许多学者在这基础上进行了更进一步的研究,得出了许多更有意义、更符合实际的结论. Brenner, Harjes & Kroner^[74] 提出了一个一般化的利率期限结构模型.在这个模型中,波动率不仅与利率水平相关,还和信息 (information shock) 相关.在 CIR 模型基础上, Longstaff & Schwartz^[75] 考虑了一个两因子 (用 X 和 Y 表示) 均衡模型,该模型可以解释不同形状的收益率曲线; Constantinides^[76] 则用定价核方法提出了一个一般化的模型,得出债券价格的解析解并用非线性方法进行了估计.

Dai & Singleton^[4] 利用随机贴现因子 (stochastic discount factor) 的分析框架,将一系列的利率期限结构模型包含在该理论框架中,提出了一个一般化的利率期限结构模型.

他们直接假设随机贴现因子的变化服从

$$\frac{dM_t}{M_t} = -r_t dt - \lambda_t dW(t)$$

其中, M_t 是随机贴现因子, r_t 为瞬时利率, $W(t)$ 是 N 个独立的布朗运动变量. λ_t 代表风险的市场价格.而且

$$r_t = r(Y(t), t), \quad \lambda_t = (\lambda(Y(t), t))$$

$$dY(t) = u_Y(Y, t) dt + \sigma_Y(Y, t) dW(t)$$

这就是一个最一般化的模型,可以包括 N 个不确定源对利率的影响, $Y(t)$ 代表状态变量.

经过进一步的简化

$$\frac{dM_t}{M_t} = -r_t dt - (\lambda_t, t) dW(t)$$

在这个模型框架下,利用不同的假设,就可以得到不同类型的模型.

1) 仿射模型 (Affine Model)

假设在风险中性世界中,风险因子 $Y(t)$ 服从

$$dY(t) = u_Y^*(t) dt + \sigma_Y(t) dW(t)$$

$$u_Y^*(t) = \alpha_0 + \alpha_Y Y(t)$$

$$\sigma_Y(t) \sigma_Y(t) = g_0 + \sum_{i=1}^N g_i Y_i(t)$$

具体的分析和举例参见 Gibson, Lhabitant & Talay^[2].
对随机贴现因子的分析,参见 Cochrane^[9].

$$\begin{aligned}
 Y(t) &= \sqrt{S(t)} \\
 S_{ii}(t) &= \sigma_i + \sigma_i Y(t) \\
 S_{ij}(t) &= 0
 \end{aligned}$$

利率 r_t 为 $Y(t)$ 的仿射函数, $r_t = \rho_0 + \rho_1 Y(t)$, $u_Y(t) = k(\rho_1 - Y(t))$, $\sigma_i = \sqrt{S(t)}$, 此时债券的价格 $B(t, T)$ 为

$$\begin{aligned}
 B(t, T) &= \exp(\rho_0(T-t) + \rho_1(T-t)Y(t)) \\
 \text{当 } Y(t) = r(t), \rho_0 = 0, \rho_1 = 1, Y(t) = r(t) &= \sqrt{a + br(t)} \text{ 时, } dr(t) = k(\rho_1 - r(t))dt + \sqrt{a + br(t)}dW(t).
 \end{aligned}$$

这就是单因子 CIR 模型, 如果放宽状态变量的数量, 就可以变为多因子的 CIR 模型. 如果 $b = 0$, 就变成 Vasicek 模型. 因此, 它可以将众多的线性模型包含进来.

但是, 由于 $\sigma_i = \sqrt{S(t)}$ 的符号不会发生变化, 因此风险的价格不会随着时间的变化而变化, 在某个状态下的风险价格也不会发生变化, 这就在很大程度上限制了模型的适用性. 为了解决这个问题, Duarte^[77] 设定了一个不同的状态价格

$$\sigma_i = -\rho_1 \rho_0 + \sqrt{S(t)} \rho_1 + \sqrt{S(t)} \rho_2 Y(t)$$

2) 二次高斯模型(Quadratic Gaussian model)

假设 $u_Y^Q(t) = v_0 + v_1 Y(t)$, $\sigma_Y = \sigma$, 利率 r_t 为 $Y(t)$ 的二次函数

$$r(t) = \rho_0 + Y(t) \rho_1 + Y(t)^2 \rho_2$$

此时债券的价格 $B(t, T)$ 为

$$\begin{aligned}
 D(t, T) &= \exp(\rho_0(T-t) + \rho_1(T-t)Y_t + \rho_2(T-t)Y_t^2) \\
 &= \exp(\rho_0(T-t) + \rho_1(T-t)Y_t + \rho_2(T-t)Y_t^2)
 \end{aligned}$$

Ahh, Dittmar & Callant^[78] 和 Constantinides^[76] 是该模型的两个特例.

3) 非线性随机波动模型(Nonlinear Stochastic Volatility Model)

假设: (1) 状态变量的波动率为非线性; (2) 风险的市场价格为非线性; (3) 状态变量的漂移率也是非线性.

这类模型包括 Anderson & Lund^[79,80], Ahn & Gao^[81] 等.

上面三个模型都假设随机贴现因子和状态变量的随机源为一个 N 维布朗运动. 如果将这个假设作进一步的扩展, 则可以考虑到更为一般化的利率期限结构动态模型, 如存在跳跃的利率期限结构模型以及机制转换模型.

4) 存在跳跃的利率期限结构模型(Diffusion-jump Model)

假设状态变量和随机贴现因子服从

$$dY(t) = u_Y(Y)dt + \sigma_Y(Y)dW(t) + YdZ(t)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dM_t}{M_t} &= -r(Y)dt - \sigma_Y(Y)dW(t) - \frac{1}{2}[\sigma_Y(Y)^2 + \lambda(Y, Y)dZ(t) - \lambda(Y, Y)^P(Y)dt] \\
 &= -r(Y)dt - \sigma_Y(Y)dW(t) - \frac{1}{2}[\sigma_Y(Y)^2 + \lambda(Y, Y)dZ(t) - \lambda(Y, Y)^P(Y)dt] \\
 &= -r(Y)dt - \sigma_Y(Y)dW(t) - \frac{1}{2}[\sigma_Y(Y)^2 + \lambda(Y, Y)dZ(t) - \lambda(Y, Y)^P(Y)dt]
 \end{aligned}$$

($\lambda(Y, Y)$ 代表跳跃风险的市场价格, ($\lambda(Y, Y)$) $dV^P(x)$ 代表现实世界中跳跃行为的条件均值.

条件均值.

Baz & Das^[82] 是这种模型的一个特例. 利率的变动服从扩展的 Vasicek 跳跃——漂移过程

$$dr(t) = (\rho_1 - r(t))dt + \sigma_Y dW(t) + JdN(t)$$

$N(t)$ 服从一个强度为 λ 的泊松过程. 也就是说, 在时间 $[t, t + dt]$ 内发生 1 次跳跃的概率为 λdt , 如果发生了跳跃, $dN(t) = 1$; 如果没有发生跳跃, 则 $dN(t) = 0$. J 代表跳跃的幅度, 服从一个均值为 μ 、方差为 σ^2 的正态分布. $dW(t)$ 和 $dN(t)$ 互相独立. 在这些条件下

$$\begin{aligned}
 r(t) &= e^{-\rho_1 t} \left(r(0) + \int_0^t e^{\rho_1 u} du + \int_0^t e^{\rho_1 u} dW(u) + \int_0^t e^{\rho_1 u} J dN(u) \right)
 \end{aligned}$$

通过一定的方法就可以计算出似然函数并进行最大似然估计.

5) 机制转换模型(Regime Shift Model)

假设随机贴现因子服从

$$\begin{aligned}
 \frac{dM_t}{M_t} &= -r_t dt - \sigma_t dW(t) - \frac{1}{2} \sum_{j=0}^S \lambda_t^j (dz_t^j - R_t^j dt) \\
 R_t^j dt &= E(dz_t^j | s_t, Y_t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_t &= \{0, 1, 2, \dots, S\}, z_t^j = 1_{\{s_t=j\}}, \\
 j &= 0, 1, 2, \dots, S
 \end{aligned}$$

λ_t^j 代表体制转化的风险价格. 因此, 如果没有发生体制转换, 则风险价格为 0, 而且, 在两个体制中互相转换的风险价格的绝对数额应该相等. 因此, 如果存在 $S + 1$ 个可能体制, 就有 $1/2S(S + 1)$ 体制转换的风险价格.

这类模型包括 Bansal & Zhou^[83], Sanders &

Unal^[84] 以及 Dai, Singleton & Yang^[85] 等.

6) 其它模型

上面分析的模型中影响利率变动的随机源的维数是有限的, Godstein^[86] 则在无穷维的假设条件下将远期利率作为一个无穷维随机域 (random field) 进行分析, 并考虑到不同到期日的创新之间的相关关系. 在这个模型中, 整个收益率曲线是一个输入变量, 而不仅仅是短期利率. 所以, 在连续时间的假设条件下, 随机源的维数是无穷的, 必须采用无穷维随机分析方法. 模型具体内容为: 在风险中性世界中, 到期日为 T 的债券的 s 时刻价格 $P^T(s)$ 的变化服从

$$\frac{dP^T(s)}{P^T(s)} = r(s) ds - \sum_{i=1}^N i, T dZ_Q^i(s)$$

$\{dZ_Q^i(s)\}_{i=1}^N$ 是独立的布朗运动变量.

因为 T 时刻的瞬时远期利率 $f^T(s) = -\frac{\partial}{\partial T} \log P^T(s)$, 利用 Ito 引理,

$$df^T(s) = \sum_{i=1}^N i, T(s) i_T(s) ds + \sum_{i=1}^N i_T(s) dZ_Q^i(s)$$

$$i_T(s) = \frac{\partial}{\partial T} [i, T(s)]$$

$$\text{因此, } df^{T_1}(s) df^{T_2}(s) = \sum_{i=1}^N i_{T_1}(s) i_{T_2}(s) ds .$$

如果将到期时间作为不确定性的原因, 可以假定

$$df^T(s) = u_T^Q(s) ds + \tau(s) dZ_Q^T(s)$$

$$\tau(s) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [i_T(s)]^2}$$

相关函数为 $dZ_Q^{T_1}(s) dZ_Q^{T_2}(s) = c(s, T_1, T_2) ds$.

$df^{T_1}(s) df^{T_2}(s) = i_{T_1}(s) i_{T_2}(s) c(s, T_1, T_2) ds$. 因此一个必要的条件是

$$\sum_{i=1}^N i_{T_1}(s) i_{T_2}(s) ds = i_{T_1}(s) i_{T_2}(s) c(s, T_1, T_2) ds$$

如果假设有限个风险源并用远期利率曲线上不同的到期日 T_3, T_4, \dots 表示, 就会有很多但有限的相关函数, 这就相当于多因子模型. 如果使用整条远期利率曲线并在连续时间假设条件, 则风险源是无限的, 这些相关函数的维数就会趋于无

穷大, 则模型就变成随机域模型. 所以, 随机域模型是有限因子模型的一种拓展. 特别的, 当 $dZ_Q^{T_1}(s) = dZ_Q^{T_2}(s) = \dots = dZ_Q(s)$ 时, 模型就变为单因子 HJM 模型. 但是它只能在理论上进行推导, 很难进行实证检验.

Black^[87] 通过将利率视为一个期权对利率的分布进行了分析. 因为利率本身不能为负数, 因此它是一个期权. 因此, 可以建立允许名义利率为负数的利率分布, 然后将那些负数的利率水平用 0 替代, 就可以得到现实中的利率水平分布.

李仲飞, 汪寿阳, 邓小铁^[88] 对存在市场摩擦条件下的利率期限结构进行了研究. 这些市场摩擦包括买卖价差、交易费以及税赋等. 在这些摩擦条件下, 李仲飞, 汪寿阳, 邓小铁^[88] 研究了市场满足无套利分析时利率期限结构所应该满足的条件.

5 利率期限结构动态模型的实证检验

在对利率期限结构模型的理论研究基础上, 众多的学者都对不同的期限结构模型进行了实证检验, 以对不同的模型进行判别和比较. 实证分析可以分成几个类别: (1) 对利率单位根问题的检验; (2) 对不同期限结构模型的比较研究; (3) 对某个特定期限结构模型的分析; (4) 对模型可靠性的分析.

5.1 对利率单位根的检验

因为一般的利率期限结构动态模型都假设利率服从一个均值回归过程, 并在此基础上展开分析. 因此为了验证这些模型的可行性, 首先就必须对利率是否真正服从一个均值回归过程进行验证.

Wang & Zhang^[89] 对利率的单位根问题进行了实证分析, 以对利率市场的有效性进行验证. 根据他们的检验方法以及检验结果, 单位根过程可以被显著地拒绝, 表明利率市场存在着均值回归过程.

Lai^[90] 对单位根问题进行了一个非常好的理论分析和实证检验. 因为单位根只是检验 $I(1)$ 或者 $I(0)$ 过程, 它没有检验 $I(d), d < 1$, 因此在实

证中假设条件太强, 所以需要一个新的方法来验证 $I(d)$, $0 < d < 1$. 如果实证结果支持它, 则时间序列服从一个均值回归过程, 具体使用的分析方法是傅立叶变化.

Pesando^[91] 对有效市场上的短期利率和远期利率的随机游走问题进行了分析. 在现实生活中, 由于: (1) 远期利率的估计性质; (2) 利率的非随机游走性; 长期利率可以表现出明显的序列相关性. 该文为利率的非单位根性找到了切实的证据.

5.2 对不同期限结构模型比较研究

5.2.1 样本内实证检验比较

Durham^[92] 利用 Durham & Gallant^[93] 的计量分析方法对不同的期限结构模型进行了实证检验. 检验结果表明漂移项对模型表现好坏不会产生影响. 对漂移率的变化增加一些变化所能带来的效果不会好于常数漂移率. 随机波动率能够提高模型的拟合程度, 但是对债券定价没有带来多大的好处.

Bali^[94] 对不同的利率期限结构模型进行了实证分析, 结果表明漂移率和波动率为常数的模型以及波动率为利率水平函数的模型过度强调了利率水平对波动率的影响. 最好的模型是波动率为利率水平和信息两个因素的函数.

Chan, Karolyi, Longstaff et. al^[95] 利用广义矩 (GMM) 估计方法对不同的利率期限结构模型进行了实证比较, 结果表明波动率受风险水平影响的模型表现最好. 结果同样表明对漂移率进行改进不会对模型产生太大的影响. 而且, 结果还表明一些经常运用的模型, 如 Vasicek 模型等, 表现很差.

Schlögl & Sommer^[96] 通过横截面分析 (cross sectional analysis) 对不同利率期限结构模型进行了检验和比较. 实证结果发现, 在利率期限结构的分析中, 均值回归方程和因子数量的选择要比对利率分布的选择更为重要.

Johannes^[97] 对一般的利率期限结构漂移模型进行了分析, 发现这些模型无法产生出同历史数据相符合的分布并在此基础上提出了跳跃因素. 这些跳跃因素和中央银行的货币政策行为存在很大的相关性. 考虑跳跃行为会影响到期权的定价, 但是对债券的收益率预测却不会产生影响.

Dai & Singleton^[4] 在理论分析的基础上也对不同的利率期限结构模型进行了实证比较. 实证

结果表明: (1) 在单因子的线性模型或者二次模型中, 条件波动率都是线性的, 因此无法表现波动率的变化, 应该用多因子模型进行分析; (2) 在多因子模型中, 波动率的驼峰或者驼背可以通过状态变量之间的负相关或者状态变量与利率之间映射的非线性关系获得; (3) 两因子模型是一个最合适的模型.

洪永淼和林海^[98] 利用上海证券交易所 1996 年 7 月 22 日—2004 年 8 月 26 日的 7 天国债回购利率对各种利率动态模型进行了实证分析和检验, 其中包括单因子扩散模型、GARCH 模型、马尔科夫机制转换模型以及跳跃 - 扩散模型. 结果表明, 引入 GARCH、机制转换以及跳跃因子大大地提高短期利率动态模型的拟合效果. 为了进一步比较各个模型的相对表现, 论文使用了 Hong & Li^[99] 新近提出的非参数模型设定检验方法. 结果显示, 与对美国短期利率动态建模一样, 虽然已在短期利率动态建模方面取得了长足的进步, 但是还没有得到一个可以用于准确描述中国短期利率波动的模型.

5.2.2 样本外实证检验比较

由于样本内实证检验比较容易受到数据的影响, 现在越来越多的实证检验开始转向不同利率期限结构模型的样本外实证比较, 通过不同利率期限结构的样本外预测来比较不同的利率期限结构动态模型. Gray^[100], Bali^[101] 等在一般的样本外预测框架下对此进行了分析. 另外一个更为科学合理的方法则是采用近年来在风险管理领域发展迅速的密度预测 (density forecast) 方法, 即比较整个分布, 而不是比较均值或者某阶矩. 其基本的判别思想是: 如果一个时间序列 r_t 服从的真实概率分布函数为 $f_t(r_t)$, 当估计的概率分布函数

$$p_t(r_t) = f(r_t) \text{ 时, } z_t = \int_{-\infty}^{\infty} p_t(u) du \text{ 服从 i.i.d.}$$

$U[0, 1]$. 利用这个思想, Hong, Li & Zhao^[102] 以及 Hong & Li^[99] 对不同的利率期限结构模型进行了实证比较, 比较结果表明考虑 ACRH 效应的利率期限结构模型可以大大提高模型的拟合程度, 跳跃模型和机制转换模型则可以提高对利率边际分布 (marginal density) 的解释能力.

5.3 对特定利率期限结构模型的分析

Fernandez^[103] 利用智利的数据采用非参数检

验的方法对利率期限结构进行了实证分析. 所估计的模型是单因子模型, 漂移率和波动率都是利率水平的函数. 结果证实了智利期限结构向下的趋势, 这可以用中央银行的货币政策或者市场分割理论进行解释.

Karoui, German & Lacoste^[104]对 HJM 模型中所使用的状态变量选择问题进行了分析和研究. 研究结果表明两个变量可以解释 95% 以上的利率变动, 但是对波动率则需要更多的变量.

Brown & Dybvig^[105]利用横截面美国国库券的数据对单因子 CIR 模型进行了实证检验. 横截面实证分析可以得出同时间序列分析类似的结论. 但是这种方法会导致对贴现债券价格的低估以及期限溢酬的高估, 这可能由税收效应引起.

Lin & Yeh^[26]对 B-spline 估计函数估计出来的利率进行了实证分析, 分析结果表明两因子模型好于单因子模型. 但是考虑跳跃性的两因子模型并不能显著的优于单纯的两因子模型, 但是它能够很好地解释期限结构以及利率衍生产品的定价.

Lanne & Saikkonen^[106]通过一个混合自回归模型对利率期限结构进行了实证检验, 发现该模型可以很好的反映美国利率期限结构的波动持续 (volatility persistence) 和水平持续 (level persistence) 等特征.

Ball & Torous^[107]对欧元利率的随机波动率模型进行了实证检验并证实了利率变动中随机波动率的存在. 他们还将利率的随机波动率模型结果同股票市场的随机波动率模型结果进行了比较. 比较结果表明, 利率的持续性更短, 因为它主要受到中央银行货币政策的影响.

陈典发^[108]对 Vasicek 模型中参数和实际市场数据的一致性进行了研究, 并探讨了它在公司融资决策中的应用. 谢赤和吴雄伟^[109]通过一个广义矩方法, 使用中国货币市场的数据, 对 Vasicek 模型和 CIR 模型进行了实证检验. Lin & Zheng^[110]通过一个可变波动率的纯跳跃模型对中国政府利率变动行为进行了模拟和分析, 并在考虑 GARCH 效应的基础上研究了中国市场利率的动态行为. 范龙振^[111]使用两因子 Vasicek 模型对上海证券交易所的国债利率进行了实证分析. 谢赤^[112]则采用德国市场的数据对 7 个具有单因素

和双因素的即期利率模型和远期利率模型进行了比较分析.

5.4 模型可靠性的分析

Ball & Torous^[113]对 CIR 模型以及 Brennan & Schwartz 的两因子模型中的利率时间序列单位根问题进行了分析. 当利率服从一个均值回归过程时, 一般的期限结构模型可以运用; 但是如果利率服从单位根过程, 这些模型则不再适用, 所进行的估计也是有偏的, 而且这种偏误无法由 GMM 等计量方法进行改进.

6 利率期限结构研究现状总结性分析

根据上面对利率期限结构的文献回顾, 可以从中发现利率期限结构研究目前的发展方向.

(1) 在利率期限结构形成假设方面, 市场分割假设逐渐地被人们所遗忘, 因为随着市场的发展, 技术的进步, 市场交易规模的扩大, 市场已经逐渐形成一个统一的整体; 而且市场预期假设如果没有同流动性溢酬相结合, 都会被市场资料所拒绝. 流动性溢酬呈现出不断变化的特征. 因此, 今后的研究方向应该是在市场预期假设的模型框架中引入流动性溢酬假设.

(2) 在利率期限结构静态估计方面, 基本上采用样条函数和息票剥离法. 为了保证估计的精确性, 样条函数的选择越来越复杂.

(3) 在利率期限结构自身微观形态分析方面, 如何通过对久期的进一步修正, 从而使之能够在利率期限结构非平行移动条件下更为有效地达到套期保值的效果, 是该领域未来重要的研究方向. 但是由于主成分分析受数据的影响很大, 结果很不稳定, 所以对主成分分析可靠性的检验, 也是一个重要的研究内容.

(4) 根据对利率期限结构动态模型的实证分析, 可以发现:

1) 不同的模型, 不同的计量分析方法, 不同的数据, 所得出的实证结果都会产生差异. 因此, 对不同的市场, 重要的是模型的适用性.

2) 实证分析也得出一些基本一致的结论: a. 漂移率的假设不会对利率期限结构模型产生太大的影响; b. 波动率是利率期限结构模型的重要因素; c. 多因子模型要比单因子模型表现得好, 但是

多因子要牺牲自由度,因此,根据实证结果,两因子模型可能是一个比较好的模型。d. 利率一般服从一个均值回归过程。

3) 基于概率密度预测(density forecast)的样本外

检验是利率期限结构实证分析未来的发展方向。

4) 目前大部分对动态模型的检验都是直接利用实际数据在现实世界中进行的,对现实世界和风险中性世界的差异并未引起足够的重视。

参考文献:

- [1] Jabbour G M, Mansi S A. Yield Curve Smoothing Models of Term Structure[R]. Washington: George Washington University, 2002.
- [2] Gibson R, Lhabitant F-S, Talay D. Modeling the Term Structure of Interest Rates: A Review of Literature[R]. Lausanne: University of Lausanne, 2001.
- [3] Yan H. Dynamic models of term structure[J]. Financial Analysts Journal, 2001, 57(3): 60—76.
- [4] Dai Q, Singleton K. Term structure dynamics in theory and reality[J]. Review of Financial Studies, 2003, 16(3): 631—678.
- [5] Shiller R J, McCulloch J H. The term structure of interest rates[A]. In Friedman B M, Hann F H, ed. Handbook of Monetary Economics[M]. London: Elsevier Science Publishers, 1990. 627—722.
- [6] Melino A. The Term Structure of Interest Rates: Evidence and Theory[R]. Cambridge: NBER, 1986.
- [7] 吴恒煜, 陈金贤. 利率期限结构理论研究[J]. 西安交通大学学报, 2001, 35(S1): 19—22.
Wu Heng-yu, Chen Jin-xian. Research on the theory of term structure of interest rates[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2001, 35(S1): 19—22. (in Chinese)
- [8] Cox J C, Ingersoll J E Jr, Ross S A. A re-examination of traditional hypothesis about the term structure of interest rates[J]. Journal of Finance, 1981, 36(4): 769—799.
- [9] Cochrane J H. Asset Pricing[M]. New York: Princeton University Press, 2000.
- [10] Lin H. Term Structure of Interest Rates[R]. Xiamen: Xiamen University, 2003.
- [11] Cargill T F. The term structure of interest rates: A test of the expectations hypothesis[J]. Journal of Finance, 1975, 30(3): 761—771.
- [12] Lee B-S. A nonlinear expectation model of the term structure of interest rates with time varying risk premium[J]. Journal of Money, Credit and Banking, 1989, 21(3): 348—367.
- [13] Culbertson J M. The term structure of interest rate[J]. Quarterly Journal of Economics, 1957, 71(3): 485—517.
- [14] Campbell J Y. A defense of traditional hypotheses about the term structure of interest rates[J]. Journal of Finance, 1986, 41(1): 183—193.
- [15] Campbell J Y, Shiller R J. Yield spread and interest rate movements: A birds eye view[J]. The Review of Economic Studies, 1991, 58(3): 495—514.
- [16] Mankiw N G, Miron J A. The changing behavior of the term structure of interest rates[J]. Quarterly Journal of Economics, 1986, 101(2): 211—228.
- [17] Bekaert G, Hodrick R J, Marshall D A. On biases in tests of the expectations hypothesis of the term structure of interest rates[J]. Journal of Financial Economics, 1997, 44(3): 309—348.
- [18] McCown J R. Yield curves and international equity returns[J]. Journal of Banking and Finance, 2001, 25(2): 767—788.
- [19] 庄东辰. 利率期限结构的实证研究[N]. 中国证券报, 1996 - 6 - 19.
Zhuang Dong-chen. Empirical research of term structure of interest rate[N]. Chinese Securities, 1999 - 6 - 19. (in Chinese)
- [20] 宋淮松. 我国零息国债收益率曲线初探[N]. 中国证券报, 1997 - 2 - 18.
Song Huai-song. Basic research on yield curve of Chinese zero coupon government bonds[N]. Chinese Securities, 1997 - 2 - 18. (in Chinese)
- [21] 唐齐鸣, 高翔. 我国同业拆借市场利率期限结构的实证研究[J]. 统计研究, 2002, 12(5): 33—36.
Tang Qi-ming, Gao Xiang. Empirical research on term structure of Chinese interbank interest rates[J]. Statistics Research Journal

- nal, 2002, 12(5): 33—36. (in Chinese)
- [22] 杨大楷, 杨 勇. 关于我国国债收益率曲线的研究[J]. 财经研究, 1997, 42(7): 14—19.
Yang Dao-kai, Yang Yong. Research on the yield curve of Chinese government bonds[J]. Journal of Financial and Economic Research, 1997, 42(7): 14—19. (in Chinese)
- [23] 姚长辉, 梁跃军. 我国国债收益率曲线的实证研究[J]. 金融研究, 1998, 19(8): 12—18.
Yao Hanghui, Liang Yuejun. Empirical research on the yield curve of Chinese government bonds[J]. Financial Research Journal, 1998, 19(8): 12—18. (in Chinese)
- [24] Froot K. A new hope for the expectations hypothesis of the term structure of interest rates[J]. Journal of Finance, 1989, 44(2): 283—305.
- [25] Mcculloch J H. Measuring the term structure of interest rates[J]. Journal of Business, 1971, 44(1): 19—31.
- [26] Lin B H, Yeh S K. Estimation for factor models of the term structure of interest rates with jumps: The case of the Taiwanese government bond market[J]. Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, 2001, 11(2): 167—197.
- [27] Carleton W T, Cooper I A. Estimation and uses of the term structure of interest rates[J]. Journal of Finance, 1976, 31(4): 1067—1083.
- [28] Shea G S. Pitfalls in smoothing interest rate term structure data: Equilibrium models and spline approximation[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1984, 19(3): 253—269.
- [29] Fisher M, Nychka D, Zervos D. Fitting the Term Structure of Interest Rates with Smoothing Splines[R]. S. T. Louis: Federal Reserve Board, 1995.
- [30] Jeffrey A, Linten O, Nguyen T. Flexible Term Structure Estimation: Which Methods is Preferred[R]. New Haven: Yale University, 2006.
- [31] 郑振龙, 林 海. 中国市场利率期限结构的静态估计[J]. 武汉金融, 2003, 4(3): 33—37.
Zheng Zhenlong, Lin Hai. Static estimation of Chinese term structure[J]. Wuhan Finance Monthly, 2003, 4(3): 33—37. (in Chinese)
- [32] 朱世武, 陈健恒. 交易所国债利率期限结构实证研究[J]. 金融研究, 2003, 24(10): 63—73.
Zhu Shi-wu, Chen Jian-heng. Empirical research on the term structure of government bonds traded in exchange[J]. Financial Research Journal, 2003, 24(10): 63—73. (in Chinese)
- [33] Nelson C R, Siegel A F. Parsimonious modeling of yield curves[J]. Journal of Business, 1987, 60(3): 473—489.
- [34] 郑振龙, 林 海, 中国违约风险溢酬研究[J]. 证券市场导报, 2003, 12(6): 41—45.
Zheng Zhenlong, Lin Hai. Research on Chinese default premium[J]. Securities Market Herald, 2003, 12(6): 41—45. (in Chinese)
- [35] 林 海, 郑振龙. 中国市场利率流动性溢酬实证分析[J]. 武汉金融, 2004, 5(11): 4—8.
Lin Hai, Zheng Zhenlong. Empirical research on Chinese liquidity premium[J]. Wuhan Finance Monthly, 2004, 5(11): 4—8. (in Chinese)
- [36] 林 海, 郑振龙. 中国利率期限结构: 理论及应用[M]. 北京: 中国财经出版社, 2004.
Lin Hai, Zheng Zhenlong. Term Structure of Interest Rates in China: Theory and Applications[M]. Beijing: Chinese Financial and Economics Press, 2004. (in Chinese)
- [37] Litterman R, Scheinkman J. Common factors affecting bond returns[J]. Journal of Fixed Income, 1991, 1(1): 54—61.
- [38] Dai Q, Singleton K. Specification analysis of affine term structure models[J]. Journal of Finance, 2000, 55(5): 1943—1978.
- [39] Chen R, Scott L. Maximum likelihood estimation for a multifactor equilibrium model of the term structure of interest rates[J]. Journal of Fixed Income, 1993, 3(1): 14—31.
- [40] Buhler A, Zimmermann H. A statistical analysis of the term structure of interest rates in Switzerland and Germany[J]. Journal of Fixed Income, 1996, 6(1): 55—67.
- [41] D' Ecclesia R L, Zenios S A. Risk factor analysis and portfolio immunization in the Italian bond market[J]. Journal of Fixed Income, 1994, 4(1): 51—58.
- [42] Sherris M. Interest Rate Risk Factor in the Australian Bond Market[R]. Sydney: Macquarie University, 1994.
- [43] Martellini L, Priaulet P. Fixed Income Securities: Dynamic Methods For Interest Rate Risk Pricing and Hedging[M]. New York:

John Wiley & Sons, 2000.

- [44] Maitland J. Interpolating the South African Yield Curve[R]. Witwatersrand: University of Witwatersrand, 1999.
- [45] Schere K, Avellaneda M. A Principal Component Analysis of Latin American Brady Bond Debt from 1994—2000[R]. New York: New York University, 2000.
- [46] 朱 峰. 零息国债收益率曲线变化特征的因素分析[R]. 第二届中国青年经济学者论坛, 武汉, 2002.
Zhu Feng. Factor Analysis on the Change of Zero Coupon Yield Curve[R]. Second Forum of Chinese Young Economic Scholars, Wuhan, 2002. (in Chinese)
- [47] 林 海. 基于债券组合套期保值的主成分分析[R]. 厦门: 厦门大学, 2004.
Lin Hai. Principal Component Analysis for Hedge of Bond Portfolios[R]. Xiamen: Xiamen University, 2004. (in Chinese)
- [48] Redington F M. Review of the principles of life-office valuations[J]. Journal of the Institute of Actuaries, 1952, 78(3): 286—340.
- [49] Fisher L, Weil R L. Coping with the risk of interest rate fluctuations: Return to bondholders from naïve and optimal strategies[J]. Journal of Business, 1971, 44(3): 408—431.
- [50] Bierwag G O, Kaufman G G, Toevs A. Bond portfolio immunization and stochastic process risk[J]. Journal of Bank Research, 1983, 13(4): 282—291.
- [51] Bierwag G O, Kaufman G G, Schweitzer R, *et al.* The art of risk management in bond portfolios[J]. Journal of Portfolio Management, 1981, 7(1): 27—36.
- [52] Bierwag G O, Khang C. An immunization strategy in a minimax strategy[J]. Journal of Finance, 1979, 34(2): 389—399.
- [53] Ingersoll J E. Is immunization feasible: Evidence from the CRSP data[A]. In Bierwag G O, Kaufman G G and Toevs A, ed. Innovations in Bond Portfolio Management: Duration Analysis and Immunization[M]. Greenwich, CT: JAI Press, 1983. 163—182.
- [54] Nelson J, Schaefer S M. The dynamics of the term structure and alternative portfolio immunization strategies[A]. In Bierwag G O, Kaufman G G and Toevs A, ed. Innovations in Bond Portfolio Management: Duration Analysis and Immunization[M]. Greenwich, CT: JAI Press, 1983, 61—101.
- [55] Brennan M J, Schwartz E S. An equilibrium model of bond pricing and a test of market efficiency[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1982, 17(3): 301—329.
- [56] Garbade K. Bond convexity and its implications for immunization[A]. Topics in Money and Securities Markets[R]. New York: Bankers Trust, 1985.
- [57] Gültekin N B, Rogalski R J. Alternative duration specifications and the measurement of basis risk: Empirical tests[J]. Journal of Business, 1984, 57(2): 241—264.
- [58] Elton E J, Gruber M J, Nabar P G. Bond returns, immunization and the return generating process[J]. Studies in Banking and Finance, 1988, 5(1): 125—154.
- [59] Elton E J, Gruber M J, Michaely R. The structure of spot rates and immunization[J]. Journal of Finance, 1990, 45(2): 629—642.
- [60] Klaffy T E, Ma Y Y, Nozari A. Managing yield curve exposure: Introducing reshaping durations[J]. Journal of Fixed Income, 1992, 2(6): 39—45.
- [61] Chambers D, Carleton W. A generalized approach to duration[J]. Research in Finance, 1988, 7(1): 163—181.
- [62] Reitano R R. Non-parallel yield curve shifts and immunization[J]. Journal of Portfolio Management, 1992, 18(4): 36—43.
- [63] Reitano R R. Nonparallel yield curve shifts and stochastic immunization[J]. Journal of Portfolio Management, 1996, 22(4): 71—78.
- [64] Ho T S Y. Key rate durations: Measures of interest rate risks[J]. Journal of Fixed Income, 1992, 2(5): 29—44.
- [65] Moreno M. A Two-Mean Reverting Factor Model of the Term Structure of Interest Rates[R]. Barcelona: Universitat Pompeu Fabra, 1996.
- [66] Vasicek O. An equilibrium characterization of the term structure[J]. Journal of Financial Economics, 1977, 5(2): 177—188.
- [67] Cox J C, Ingersoll J E Jr, Ross S A. A theory of the term structure of interest rate[J]. Econometrica, 1985, 53(2): 385—407.
- [68] Cox J C, Ingersoll J E Jr, Ross S A. An intertemporal general equilibrium model of asset prices[J]. Econometrica, 1985, 53(2): 363—384.

- [69] Rendkeman R, Barter B. The pricing of options on debt securities[J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1980, 15(1): 11—24.
- [70] Heath D, Jarrow R, Morton A. Bond pricing and the term structure of interest rates: A new methodology[J]. *Econometrica*, 1992, 60(1): 77—105.
- [71] Ho T S Y, Lee S B. Term structure movements and pricing of interest rate claims[J]. *Journal of Finance*, 1986, 41(5): 1011—1029.
- [72] Hull J, White A. Pricing interest rate derivative securities[J]. *Review of Financial Studies*, 1990, 3(4): 573—592.
- [73] Black F, Derman E, Toy W. A one-factor model of interest rates and its application to treasury bond options[J]. *Financial Analysts Journal*, 1990, 46(1): 33—39.
- [74] Brenner R J, Harjes R H, Kroner K B. Another look at models of short term interest rate[J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1996, 31(1): 95—107.
- [75] Longstaff F A, Schwartz E S. Interest rate volatility and the term structure: A two-factor general equilibrium model[J]. *Journal of Finance*, 1992, 47(4): 1259—1282.
- [76] Constantinides G M. A theory of the nominal term structure of interest rates[J]. *Review of Financial Studies*, 1992, 5(4): 531—552.
- [77] Duarte J. Evaluating an alternative risk preference in affine term structure models[J]. *Review of Financial Studies*, 2004, 17(4): 379—404.
- [78] Ahn D-H, Dittmar R F, Gallant A R. Quadratic term structure models: Theory and evidence[J]. *Review of Financial Studies*, 2002, 15(1): 243—288.
- [79] Anderson T G, Lund J. Estimating continuous-time stochastic volatility models of the short-term interest rate[J]. *Journal of Econometrics*, 1997, 47(1): 343—377.
- [80] Anderson T G, Lund J. Stochastic Volatility and Mean Shift in the Short Term Interest Rate Diffusion: Sources of Steepness, Level and Curvature in the Yield Curve[R]. Chicago: Northwestern University, 1998.
- [81] Ahn D, Gao B. A parametric nonlinear model of term structure dynamics[J]. *Review of Financial Studies*, 1999, 12(4): 721—762.
- [82] Baz J, Das S R. Analytical approximation of the term structure for jump diffusion process: A numerical analysis[J]. *Journal of Fixed Income*, 1996, 6(2): 78—86.
- [83] Bansal R, Zhou H. Term Structure of Interest Rate with Regime Shifts[R]. Durham: Duke University, 2001.
- [84] Sanders A B, Unal H. On the intertemporal behavior of the short-term rate of interest[J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1988, 23(4): 417—423.
- [85] Dai Q, Singleton K J, Yang Wei. Regime Shifts in a Dynamic Term Structure Model of US Treasury Bond Yields[R]. New York: New York University, 2003.
- [86] Godstein R S. The term structure of interest rates as a random field[J]. *Review of Financial Studies*, 2000, 13(2): 365—384.
- [87] Black F. Interest rates as options[J]. *Journal of Finance*, 1995, 50(5): 1371—1376.
- [88] 李仲飞, 汪寿阳, 邓小铁. 摩擦市场的利率期限结构的无套利分[J]. *系统科学与数学*, 2002, 22(3): 285—295.
Li Zhongfei, Wang Shouyang, Deng Xiao-tie. No arbitrage of term structure in frictional markets[J]. *Systematic Science and Mathematics*, 2002, 22(3): 285—295. (in Chinese)
- [89] Wang Y R, Zhang H. Do interest rates follow unit root processes? Evidence from crossmaturity treasury bill yields[J]. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 1997, 8(1): 69—81.
- [90] Lai K S. Long-term persistence in the real interest rate: Some evidence of fractional unit root[J]. *International Journal of Finance and Economics*, 1997, 2(3): 225—235.
- [91] Pesando J E. On the random walk characteristics of short and long term interest rates in an efficient market[J]. *Journal of Money, Credit and Banking*, 1979, 11(4): 457—466.
- [92] Durham G B. Likelihood-based Specification Analysis of Continuous-time Models of the Short-term Interest Rates[R]. Iowa: University of Iowa, 2002.
- [93] Durham G B, Gallant A R. Numerical Techniques for Maximum Likelihood Estimation of Continuous-time Diffusion Process[R].

- Iowa : University of Iowa , 2002.
- [94] Bali T G. An empirical comparison of continuous time models of the short term interest rate[J]. The Journal of Futures Markets , 1999 , 19(9) : 777—798.
- [95] Chan K C , Karolyi G A , Longstaff F A , *et al.* An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate[J]. Journal of Finance , 1992 , 47(3) : 1209—1227.
- [96] Schlogl E , Sommer D. Factor Models and the Term Structure of Interest Rates[R]. Bonn : University of Bonn , 1997.
- [97] Johannes M. The Statistical and Economic Role of Jumps in Continuous Time Interest Rate Models[R]. New York : Columbia University , 2003.
- [98] 洪永淼 , 林 海. 中国市场利率动态研究 — 基于短期国债回购利率的实证分析[J]. 经济学季刊 , 2005 , 5(2) : 511—532.
- Hong Yong-miao , Lin Hai. Dynamics of Chinese interest rate Empirical test based on short term repo rates[J]. China Economics Quarterly , 2005 , 5(2) : 511—532. (in Chinese)
- [99] Hong Y M , Li H T. Nonparametric specification testing for continuous time models with applications to term structure of interest rates[J]. Review of Financial Studies , 2005 , 18(1) : 37—84.
- [100] Gary S. Modeling the conditional distribution of interest rates as a regime switching process[J]. Journal of Financial Economics , 1996 , 42(1) : 27—62.
- [101] Bali T G. Modeling the conditional mean and variance of short rates using diffusion , GARCH and moving average models[J]. Journal of Future Markets , 2000 , 20(8) : 717—751.
- [102] Hong Y M , Li H T , Zhao F. Out of sample performance of discrete time spot interest rate models[J]. Journal of Business and Economics Statistics , 2004 , 22(4) : 457—473.
- [103] Fernandez V. A nonparametric approach to model the term structure of interest rate : The case of Chile[J]. International Review of Financial Analysis , 2001 , 10(2) : 99—122.
- [104] Karoui N E , Geman H , Lacoste V. On the role of state variables in interest rate models[J]. Applied Stochastic Models in Business and Industry , 2000 , 16(3) : 197—217.
- [105] Brown S J , Dybvig P H. The empirical implications of the Cox , Ingersoll , Ross theory of the term structure of interest rates[J]. Journal of Finance , 1986 , 41(3) : 617—630.
- [106] Lanne M , Saikkonen P. Modeling the US short term interest rate by mixture autoregressive processes[J]. Journal of Financial Econometrics , 2003 , 1(1) : 96—125.
- [107] Ball C A , Torous W N. The stochastic volatility of short term interest rates : Some international evidence[J]. Journal of Finance , 1999 , 56(6) : 2339—2359.
- [108] 陈典发. 利率期限结构的一致性[J]. 系统工程 , 2002 , 20(1) : 17—19.
- Chen Dian-fa. Consistency of term structure of interest rates[J]. Systematic Engineering , 2002 , 20(1) : 17—19. (in Chinese)
- [109] 谢 赤 , 吴雄伟. 基于 Vasicek 模型和 CIR 模型中的中国货币市场利率行为实证分析[J]. 中国管理科学 , 2002 , 10(3) : 22—25.
- Xie Chi , Wu Xiong-wei. Empirical research on interest rate of Chinese money markets based on Vasicek model and CIR model [J]. China Management Science , 2002 , 10(3) : 22—25. (in Chinese)
- [110] Lin H , Zheng Z L. Dynamic behavior of interest rates in China[J]. Chinese Business Review , 2003 , 1(2) : 1—12.
- [111] 范龙振. 上交所债券利率期限结构与两因子 Vasicek 模型[J]. 复旦学报 (自然科学版) , 2003 , 42(5) : 773—778.
- Fan Longzhen. Term structure and two factor Vasicek model of interest rates for bonds listed on Shanghai Stock Exchange [J]. Journal of Fudan University (Natural Science) , 2003 , 42(5) : 773—778. (in Chinese)
- [112] 谢 赤. 评价利率期权的远期与即期模型比较分析[J]. 管理科学学报 , 2001 , 4(6) : 77—82.
- Xie Chi. Comparisons of forward rate model and spot rate model for interest rate options[J]. Journal of Management Science , 2001 , 4(6) : 77—82. (in Chinese)
- [113] Ball C A , Torous W N. Unit roots and the estimation of interest rates dynamics[J]. Journal of Empirical Finance , 1996 , 3(2) : 215—238.

(下转第 98 页)

Modeling and analysis of multistage bilateral bargaining process

WANG Ding-wei^{1,2}, WANG Qing¹, GONG Jun¹, WAN Fu-cai²

1. Information College, Northeastern University, Shenyang 110004, China;

2. Modern Logistics Center, Shanghai University, Shanghai 200072, China

Abstract : In order to solve the bargaining problems of centralized procurement in the environment of e-commerce, we propose the concept of Bargaining Track Chart. The track chart can be used to record the historical bargaining data. These data can provide a useful tool for the analysis of psychological characters of buyers and support current negotiation. Based on the bargaining track chart, the multi-point combination method and the linear extension method for evaluation of the final price are suggested. These methods can provide valuable online information to the negotiators in the bargaining process via internet. Thus, they can keep away from negotiation trap and achieve better revenue from price bargaining. The bargaining track chart had been applied to the e-commerce system of a centralized procurement center of a big enterprise group in China. The application results are satisfactory.

Key words : negotiation model; bargaining; e-commerce; centralized procurement; pricing; price evaluation

(上接第 93 页)

Term structure of interest rate : Selected literature review

LIN Hai^{1, 2}, ZHENG Zhen-long¹

1. Department of Finance, Xiamen University, Xiamen 361005, China;

2. Postdoctor Working Station of Applied Economics, Xiamen University, Xiamen 361005, China

Abstract : This paper did a research review of interest rate term structure from five aspects. These aspects are: hypothesis on formation of term structure; static estimation of term structure, microanalysis on the shape of term structure, dynamic models of term structure, and the empirical tests of dynamic models. Based on these review, this paper discussed some future research for the term structure of interest rate.

Key words : term structure of interest rate; literature review; static estimation; dynamic model; empirical research