第2期 总第244期
2012年2月

商 业 经 济 与 管 理
JOURNAL OF BUSINESS ECONOMICS

No. 2 Vol. 244
Feb. 2012

基于异质信念的公司特质风险定价模型

邓雪春[1]，郑振龙[2]

(1. 中国人民银行 厦门分行，福建 厦门 361004; 2. 厦门大学 经济学院，福建 厦门 361005)

摘 要: 文章讨论了加入异质信念后公司特质风险对预期收益率的影响。通过放宽经典Merton模型的假设条件，加入异质信念和卖空限制，重新推导了特质波动率与预期收益率之间的关系。结果表明，在投资者无法多样化投资的前提下，即使考虑了异质信念，公司特质波动率仍然进入资产定价方程，特质波动率与预期收益率之间存在正向关系。

关键词: 特质波动率; 预期收益率; 异质信念

中图分类号: F830.91　　文献标识码: A　　文章编号: 1000-2154(2012)02-0060-07

一、引　言

CAPM理论告诉我们，只要投资者持有充分多样化的投资组合，资产的预期收益率就由不能被多样化投资分散的系统性风险唯一决定，此时公司特质风险不进入定价方程。然而在现实生活中，各种限制条件的存在使得这个经典理论的假设前提无法满足。在这种情形下，公司特质风险就成为影响股票收益率的一个重要因素。

Levy(1978)[1]最早建立了不完美市场上资产定价的一般均衡模型，发现在投资者无法进行多样化投资时，个股方差能解释股票预期收益率。随后，Merton(1987)[2]483-510在不完全信息的条件下建立两期均衡模型，支持特质波动率对预期收益率的正向影响，该模型也成为公司特质风险方面最经典的模型。Malkiel和Xu(2002)[3]从供给与需求均衡的角度出发建模，也得出特质波动率与预期收益之间的正向关系。许多实证研究也发现代表特质风险的特质波动率能影响股票预期收益率，且这种影响为正向(如Longstaff(1989)[4]、Lehmann(1990)[5]等)。然而Ang等(2006)[6]的实证研究却发现，滞后的特质波动率与预期收益率之间存在负向关系，并把这种实证中的负向关系与理论模型中的正向关系相违背的现象称之为"特质波动率之谜"。

"特质波动率之谜"提出后，引起了国内外学者的激烈讨论。杨华蔚和韩立岩(2009)[7]采用时间序列和横截面回归的方法发现滞后的特质波动率与预期收益率之间存在负向关系，支持我国市场"特质波动率之谜"的存在，且认为Miller(1977)[8]异质信念的思想在一定程度上可以解释这一现象。尽管大家对"特质波动率之谜"的存在心存疑惑，但是Merton等的模型均没有考虑异质信念等因素的影响，自然也就无法对此进行有力的反驳。因此，理论模型的改进显得尤为重要，只有这样才能为我们的实证提供坚实的理论基础。

鉴于这种情形，本文放松了Merton模型的假设条件，在存在卖空限制和异质信念的情况下重新推导了预期特质波动率与预期收益率之间的关系。结果表明，即使在加入卖空限制和异质信念之后仍然不改变

收稿日期: 2011-12-08

基金项目: 国家自然科学基金面上项目"非完美信息下基于观点偏差调整的资产定价"(70971114); 国家自然科学基金青年项目"投资者风险偏好: 度量与应用"(71101121); 教育部人文社科一般项目(07JA790077); 教育部留学回国人员科研启动基金"人民币即期与远期汇率关系及外汇市场协同稳定机制研究"(〔2008〕890)

作者简介: 邓雪春(1982-)，女，四川开江人，中国人民银行厦门分行研究人员，金融工程博士，研究方向为资产定价、金融工程、风险管理; 郑振龙(1966-)，男，福建平潭人，厦门大学经济学院金融系教授，金融学博士，博士生导师，《金融学季刊》主编，研究方向为资产定价、金融工程、风险管理。

原有 Merton 模型的结论，也就是特质波动率应进入资产定价方程，且对预期收益率的影响为正向。同时发现，异质信念的存在的确会使得市场高估预期收益率，而且异质信念对收益率的影响仅仅只在卖空限制存在时才会表现出来。

二、Merton 模型概述

Merton（1987）[2 483-510]建立了一个基于信息不对称的一般均衡投资模型。在模型中，由于信息不对称，投资者只了解一部分股票的情况，故而只在其了解的投资机会集中进行投资选择。在这种情形下投资者就不能进行多样化投资，公司特质风险也就不能被完全分散，最终导致公司特质波动率进入定价方程，下面我们对模型的建立过程进行简单的介绍。

（一）基本假设前提

（1）两期模型，投资者期初决定投资决策，期末获得回报。

（2）信息不完全，每个投资者只知道市场所有可投资证券的一个子集，但是知道同样证券的投资者对该公司拥有同样的信息，并且存在同质信念。

（3）无税收，无交易费用，无借贷和卖空限制。

（4）投资者是风险厌恶的，以效用最大化为目标，并只在自己知道的投资子集中进行最优化。

（二）模型建立

1．市场资产描述

假设公司 k 期末现金流为：

$$\tilde{C}_k = I_k [\mu_k + a_k \tilde{Y} + s_k \tilde{\varepsilon}_k]$$

其中 $\tilde{Y}$ 为代表系统风险的市场共同因子，$E(\tilde{Y}) = 0$ 且 $E(\tilde{Y}^2) = 1$，$E(\tilde{\varepsilon}_k) = 0$，$I_k$ 代表公司 k 的投资，μ_k，a_k 和 s_k 代表公司 K 的生产技术参数。假设 V_k 代表期初时均衡时刻公司 k 的价值，则 $\tilde{R}_k = \tilde{C}_k / V_k$ 代表期末时投资公司 k 的均衡收益。也就是：

$$\tilde{R}_k = \bar{R}_k + b_k \tilde{Y} + \sigma_k \tilde{\varepsilon}_k$$

其中 $\bar{R}_k = E(\tilde{R}_k) = I_k \mu_k / V$，$b_k = I_k a_k / V_k$，$\sigma_k = I_k s_k / V_k$。

除了 N 种风险资产外，市场中还存在两种资产，一种是无风险资产，另一种是使用现金交割，以市场共同因子为标的的远期合约。其中远期合约的收益可以表示为：

$$\tilde{R}_{N+1} = \bar{R}_{N+1} + \tilde{Y}$$

模型中同时假设这两种资产都是内部证券，意味着在均衡时整个市场对它们的总需求为零，而且所有的投资者对这两种资产信息的预期都一致，即在所有投资者的投资机会集中都包含这两种资产。实际上，无风险资产的存在相当于投资者不存在借贷限制，而以市场共同因子为标的的远期合约的存在，相当于市场共同风险可以被买卖交易，即不存在卖空限制。

2．投资者行为分析

假设投资者是风险厌恶的，其效用函数为均值—方差效用函数。因此投资者 $j(j = 1, 2, \cdots, M)$ 的行为就可以表示为如下的最优化过程：

$$\max_{\{b^j, w^j\}} \left[\bar{R}^j - \frac{\delta^j}{2} Var(\hat{R}^j) - \sum_{k=1}^{N} \lambda_k^j w_k^j \right] \qquad (1)$$

其中：$b^j = \sum_{k=1}^{N} b_k w_k^j + w_{N+1}^j$，$Var(\hat{R}^j) = (b^j)^2 + \sum_{k=1}^{N} (w_k^j)^2 \sigma_k^2$，$\bar{R}^j = R + b^j(\bar{R}_{N+1} - R) + \sum_{k=1}^{N} \Delta_k w_k^j$，$\Delta_k = \bar{R}_k - R - b_k(\bar{R}_{N+1} - R)$。

在这里若 $k \in J_j$（J_j 表示投资者 j 的投资机会集），则 $\lambda_k^j = 0$；反之，若 $k \notin J_j$，则 $\lambda_k^j \neq 0$。

利用最优化求解的方法，可得投资者 j 的最优投资。然而每个资产的市场表现是综合了所有投资者的信念，为了得到每种资产在市场平均下的预期收益，模型中假设对所有的投资者来说具有相同的偏好和初始财富，即 $\delta^j = \delta$ 且 $W^j = W$，用 D_k 代表市场投资资产 k 的总量，N_k 代表投资资产 k 的投资者个数，$x_k = D_k/NW$ 代表市场组合中资产 k 的比例。

由此可以得到资产 k 的预期收益率：

$$\overline{R}_k = R + b_k b\delta + \delta\sigma_k^2 x_k / q_k \tag{2}$$

其中 q_k 代表投资资产 k 的投资者在所有投资者中所占的比例。

在（2）式中，代表公司特质风险的公司特质方差进入定价方程，意味着公司特质风险对股票预期收益有影响，公司特质风险得到了定价。同时对（2）式进行比较静态分析，记 $\psi(y) = \partial\log|\overline{R}_k - R|/\partial\log(y)$，即资产 k 预期超额收益的绝对值关于参数 y 的弹性：

$$\psi(\sigma_k^2) = x_k\sigma_k^2/(q_k b_k b + x_k\sigma_k^2) > 0$$

由此可知，在其它条件不变的情况下，公司特质方差越大，资产 k 的预期收益越大。这说明，预期特质方差或者预期特质波动率与预期收益之间存在正向关系。

三、卖空限制和异质信念下的 Merton 模型

虽然有很多实证研究支持了 Merton 模型的结论，但当 AHXZ 提出“特质波动率之谜”之后，对 Merton 模型正确性的质疑越来越多，甚至有人认为市场的表现更符合 Miller 提出的卖空限制下异质信念导致的价格高估和随后的收益反转。的确，在现实生活中，即使是发达国家市场，各种形式的卖空限制也普遍存在，而且投资者在对信息的加工和再加工过程中都有不同的理解和判断。特别对于中国市场来说，卖空一直是被禁止的，直至最近才有限制地放开。基于上述考虑，我们将卖空限制和异质信念加入 Merton 模型，建立了扩展的 Merton 模型。

与经典的 Merton 模型类似，我们也假设该模型为两期模型，投资者信息不完全，且无税收、交易费用和借贷限制等，唯一不同的是假设市场上存在卖空限制且投资者存在异质信念。由于在这里要讨论公司特质波动率与预期收益之间的关系，因此假设投资者是在对未来收益的期望值上存在异质信念，而对方差的估计一致，且假设所有投资者对未来期望的估计服从正态分布。

我们首先建立一个一般的模型框架，假设在市场上有 N 种风险资产和一种无风险资产，无风险收益为 R（常数）。有 M 个投资者，投资者对未来收益的期望值上存在异质信念。按照 Miller 的结论，异质信念只有在出现卖空限制的时候才会发生作用，当存在卖空限制时所有投资者的投资组合中对风险资产的投资必须大于或等于 0，也就意味着要去掉 Merton 模型中以市场共同风险为标的的远期合约。

借鉴 Merton 模型的假设，风险资产收益率满足（3）式：

$$\widetilde{R}_k^j = \overline{R}_k^j + b_k\widetilde{Y} + \sigma_k\widetilde{\varepsilon}_k \tag{3}$$

其中 $\overline{R}_k^j$ 是第 j 个投资者对第 k 种风险资产的未来收益的预期值，$\widetilde{Y}$ 代表市场共同风险，$E(\widetilde{\varepsilon}_k) = 0$，这里 σ_k 就是公司的特质风险。

由于投资者是风险厌恶的，其效用函数为均值-方差效用函数，在上述一系列假设和限制条件下，投资者 j（$j = 1, 2, \cdots, M$）在其投资机会集内最优化自身的行为，假设 J_j 表示投资者 j 的投资机会集，则该投资者的行为描述为：

$$\max_{\{w_k^j(k=1,2,\cdots,N)\}}\left[\overline{R^j} - \frac{\delta^j}{2}Var(\hat{R}^j)\right]$$

$$s.t.\ w_k^j = 0, k \notin J_j, w_k^j \geqslant 0, k \in J_j$$

其中：$b^j = \sum_{k=1}^{N} b_k w_k^j$，$Var(\hat{R}^j) = (b^j)^2 + \sum_{k=1}^{N}(w_k^j)^2\sigma_k^2$，$\overline{R}^j = R + \sum_{k=1}^{N} w_k^j(\overline{R}_k^j - R)$。

求解上面的最优化问题，要分别考虑等式约束和不等式约束。对于等式约束 $w_k^j = 0, k \notin J_j$，其拉格朗日函数为：

$$L = \bar{R}^j - \frac{\delta^j}{2} Var(\hat{R}^j) + \sum_{k=1}^{N} \lambda_k^j w_k^j$$

其中，当 $k \in J_j$ 时，$\lambda_k^j = 0$。因此，当 $k \notin J_j$ 时，有：

$$\frac{\partial L}{\partial w_k^j} = \bar{R}_k^j - R - \frac{\delta^j}{2}\left[2b^j b_k + 2w_k^j \sigma_k^2\right] + \lambda_k^j = 0$$

当 $k \in J_j$ 时，不等式约束成立，其 Kuhn-Tucker 条件为：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial w_k^j} = \bar{R}_k - R - \dfrac{\delta^j}{2}\left[2b^j b_k + 2w_k^j \sigma_k^2\right] + \lambda_k^j \leqslant 0\text{，当 } w_k^j > 0 \text{ 时等式成立} \\ w_k^j \times \dfrac{\partial L}{\partial w_k^j} = 0 \\ w_k^j \geqslant 0 \end{cases}$$

由于 $k \in J_j$ 时，$\lambda_k^j = 0$，因此在上面式子中可以去掉 λ_k^j。针对上面的情况必须对 w_k^j 的不同取值分情况进行讨论。当 $w_k^j = 0$ 时：

$$\frac{\partial L}{\partial w_k^j} = \bar{R}_k - R - \frac{\delta^j}{2}\left[2b^j b_k + 2w_k^j \sigma_k^2\right] + \lambda_k^j = \bar{R}_k - R - \delta^j b^j b_k < 0$$

也就是：

$$\frac{\partial U^j}{\partial w_k^j} = \bar{R}_k^j - R - \delta^j b^j b_k < 0$$

这时，对投资者 j 来说，投资该种资产会带来负的效用，如果允许卖空，则卖空该种资产可以增加投资者 j 的总效用。

当 $w_k^j > 0$ 时，投资者对该资产进行投资，此时等式成立，也就是：

$$\bar{R}_k^j - R - \delta^j \left(b_k \sum_{k=1}^{N} b_k w_k^j + 2w_k^j \sigma_k^2 \right) = 0$$

对于所有权重不为零的部分，假设对于投资者 j 的最优投资组合中有 n_j 个资产的权重不为零，则要解出其投资组合中资产的权重必须解以下方程组：

$$\begin{pmatrix} \bar{R}_1^j \\ \bar{R}_2^j \\ \vdots \\ \bar{R}_{n1}^j \end{pmatrix} - R - \delta^j \begin{pmatrix} b_1^2 + \sigma_1^2 & b_1 b_2 & \cdots & b_1 b_{n1} \\ b_1 b_2 & b_2^2 + \sigma_2^2 & \cdots & b_2 b_{n1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_1 b_{n1} & b_2 b_{n1} & \cdots & b_{n1}^2 + \sigma_{n1}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1^j \\ w_2^j \\ \vdots \\ w_{n1}^j \end{pmatrix} = 0 \tag{4}$$

即第 j 个投资者的投资组合的权重为：

$$\begin{pmatrix} w_1^j \\ w_2^j \\ \vdots \\ w_{n1}^j \end{pmatrix} = \frac{1}{\delta} A^{-1} \begin{pmatrix} \bar{R}_1^j - R \\ \bar{R}_2^j - R \\ \vdots \\ \bar{R}_{n1}^j - R \end{pmatrix}$$

在得到权重表达式之后，将所有投资者的定价方程加总，得到整个市场上资产 k 预期收益的表达式。在这里，虽然可以得出权重的表达式，但是没办法解出预期收益的表达式，在实际应用中只能借助数值计算。为了得到一个可以直观理解的结论，下面将对一个简化的模型进行特例讨论。

四、三种风险资产的简化模型

在这个简化模型中，假设投资者仍然有 M 个，但是只有三种风险资产和无风险资产，这一假设符合

Miller 的讨论，他认为一般的情况下投资者的人数远大于风险资产的种类，由于信息不完全，每个投资者的投资机会集中最多只包含其中的两种资产。在这里，我们分两种情况讨论，这样可以观察到异质信念和卖空限制对资产收益的影响。

（一）每个投资者都只投资其中的一种资产

不失一般性，假设第 j 个投资者投资资产 1，而不投资资产 2 和 3，这时对于资产 2 和 3 来说，一种是由卖空限制所导致的，一种是属于投资集外的，不失一般性，假设资产 2 属于投资机会集内，而资产 3 在投资机会集外，则(4) 式可写为:

$$\begin{cases}\bar{R}_1^j - R - \delta^j(b_1^2 + \sigma_1^2)w_1^j = 0 \\ \bar{R}_2^j - R - \delta^j b_1 b_2 w_1^j < 0\end{cases}$$

因此有:

$$\begin{cases}w_1^j = \dfrac{\bar{R}_1^j - R}{\delta^j(b_1^2 + \sigma_1^2)} \\ \bar{R}_2^j - R < \delta^j b_1 b_2 w_1^j = b_1 b_2 \dfrac{\bar{R}_1^j - R}{(b_1^2 + \sigma_1^2)}\end{cases}$$

如果所有投资者都有这样的投资行为，则对于资产 k，所有人的投资总和为 $D_k = W_0 \sum_{j=1}^{M} w_1^j$，在所有社会财富中占的比重为:

$$x_k = \frac{D_k}{NW_0} = \frac{\sum_{j=1}^{M} w_k^j}{N} = \frac{M_k}{N}\frac{1}{M_k}\sum_{j=1}^{M_k}\frac{\bar{R}_k^j - R}{\delta^j(b_k^2 + \sigma_k^2)}$$

假设所有投资者的偏好一样，也就是 $\delta^j = \delta$，投资资产 k 的投资者占所有投资者的比例为 $q_k = \frac{M_k}{M}$，则上面的式子可以简化为:

$$x_k = \frac{q_k}{\delta(b_k^2 + \sigma_k^2)}\left(\sum_{j=1}^{M_k}\frac{\bar{R}_k^j}{M_k} - R\right)$$

从而:

$$\sum_{j=1}^{M_k}\frac{\bar{R}_k^j}{N_k} - R = \frac{\delta(b_k^2 + \sigma_k^2)x_k}{q_k} \tag{5}$$

从(5) 式我们可以知道，$\sum_{j=1}^{M_k}\frac{\bar{R}_1^j}{M_k}$ 实际上是市场所有参与投资资产 k 的投资者给出的资产 k 的一个平均期望收益，在这个定价方程中，公司特质方差出现在定价公式中，也就是即使存在卖空限制和异质信念，仍然不改变公司特质风险得到定价这一结论。

现在我们来看特质波动率和预期收益之间的关系，采用比较静态分析，对 σ_1^2 求偏导

$$\frac{\partial\left(\sum_{j=1}^{M_k}\frac{\bar{R}_k^j}{N_k} - R\right)}{\partial\sigma_k^2} = \frac{\delta x_k}{q_k} > 0$$

也就是在这种情形下，卖空限制和异质信念并不影响特质波动率与预期收益之间关系，仍然为正。

同时，我们还可以得出其它结论，用以验证我们的推导的正确性。从(5) 式来看，如果不存在异质信念，这个期望收益就退化到了共同信念下的预期收益；如果不存在卖空限制，即使存在异质信念，只要投资资产 k 的投资者足够多，由大数定律，$\sum_{j=1}^{N}\bar{R}_k^j \big/ N_k$ 仍然等于其均值，也就是当卖空和异质信念不同时存在时，风险资产的预期收益并不会受到影响。然而，当异质信念和卖空限制均存在时，只有满足 $\bar{R}_k^j - R > \delta^j b^j b_k$ 的投资者才会参与买卖资产 k，这就导致参与投资资产 k 的投资者对其预期超额收益均大于 $\delta b^j b_k$，也就使得 $\sum_{j=1}^{M_k}\frac{\bar{R}_1^j}{N_k}$ 相对于不存在卖空限制条件下的市场平均预期收益偏大。这和 Miller 的分析一致，也就是存在卖空

限制时，只有乐观的人才会成交，使得当前时刻出现的预期高于市场本来应有的预期，从而会高估当前股价。随着时间的推移，信息慢慢释放，资产价格回归其正常值，会使得未来的实际收益降低，出现收益反转。从上面的分析上看，基于卖空限制和异质信念基础上的 Merton 模型是满足 Miller 当前股价高估以及未来收益反转的观点，从而说明了这里建立的模型的正确性。

（二）假设每个投资者都投资其中的两种资产

假设每个投资者的投资机会集中都包含其中的两种资产，而且这两种资产的权重都大于零。所有的投资者只有三种选择，其投资组合中只能是包含资产 1 和资产 2，或是资产 2 和资产 3，或是资产 1 和资产 3。这就相当于将所有的 M 个投资者分成三组，假设每一组的投资者人数分别为 M_1、M_2 和 M_3，其中 $M_1+M_2+M_3=M$。

假设投资者 j 属于第一类中，也就是其投资机会集中包含资产 1 和资产 2，不包含资产 3，这时(4) 式可以写成下面的形式：

$$\begin{pmatrix}\bar{R}_1^j\\ \bar{R}_2^j\end{pmatrix}-R-\delta^j\begin{pmatrix}b_1^2+\sigma_1^2 & b_1b_2\\ b_1b_2 & b_2^2+\sigma_2^2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}w_1^j\\ w_2^j\end{pmatrix}=0$$

因此解出：

$$\begin{cases}w_1^j=\dfrac{1}{\delta}\dfrac{1}{(b_1^2+\sigma_1^2)(b_2^2+\sigma_2^2)-b_1^2b_2^2}\left[(b_2^2+\sigma_2^2)(\bar{R}_1^j-R)-b_1b_2(\bar{R}_2^j-R)\right]\\ w_2^j=\dfrac{1}{\delta}\dfrac{1}{(b_1^2+\sigma_1^2)(b_2^2+\sigma_2^2)-b_1^2b_2^2}\left[-b_1b_2(\bar{R}_1^j-R)+(b_1^2+\sigma_1^2)(\bar{R}_2^j-R)\right]\end{cases}$$

为了得到第一类投资者对资产 1 和资产 2 的平均预期收益，我们可以采用和 Merton 同样的分析方法，记 $c_1\triangleq(b_1^2+\sigma_1^2)(b_2^2+\sigma_2^2)-b_1^2b_2^2$，$x_1^1$ 和 x_2^1 分别代表第一类投资者中投资资产 1 和资产 2 的财富比例，从而：

$$\begin{cases}x_1^1=\dfrac{1}{M}\dfrac{1}{\delta c_1}\left[(b_2^2+\sigma_2^2)\sum_{j=1}^{M_1}(\bar{R}_1^j-R)-b_1b_2\sum_{j=1}^{M_1}(\bar{R}_2^j-R)\right]\\ x_2^1=\dfrac{1}{M}\dfrac{1}{\delta c_1}\left[-b_1b_2\sum_{j=1}^{M_1}(\bar{R}_1^j-R)+(b_1^2+\sigma_1^2)\sum_{j=1}^{M_1}(\bar{R}_2^j-R)\right]\end{cases}$$

从上面的方程组中解出 $\sum_{j=1}^{M_1}\bar{R}_1^j$ 和 $\sum_{j=1}^{M_1}\bar{R}_2^j$，得到：

$$\begin{cases}\sum_{j=1}^{M_1}\bar{R}_1^j=M\delta\left[x_1^1(b_1^2+\sigma_1^2)+b_1b_2x_2^1\right]+M_1R\\ \sum_{j=1}^{M_1}\bar{R}_2^j=M\delta\left[b_1b_2x_1^1+(b_2^2+\sigma_2^2)x_2^1\right]+M_1R\end{cases}$$

由于整个市场对资产预期收益的估计是所有投资者对资产预期收益估计的平均值，而除了第一类投资者会投资资产 1 外，还有第三类投资者也会投资资产 1。因此，采用相同的方法可以得到第三类投资者对资产 1 和资产 3 的预期收益的估计：

$$\begin{cases}\sum_{j=1}^{M_3}\bar{R}_1^{j'}=M\delta\left[x_1^3(b_1^2+\sigma_1^2)+b_1b_3x_3^3\right]+M_3R\\ \sum_{j=1}^{M_3}\bar{R}_3^{j'}=M\delta\left[b_1b_3x_1^3+(b_3^2+\sigma_3^2)x_3^3\right]+M_3R\end{cases}$$

由此得出整个市场中资产 1 的平均预期收益：①

$$\frac{\sum_{j=1}^{M_1}\bar{R}_1^j+\sum_{j'=1}^{M_3}\bar{R}_1^{j'}}{M_1+M_3}=\frac{\delta\left[x_1(b_1^2+\sigma_1^2)+b_1b_3x_3^3+b_1b_2x_2^1\right]}{q_1}+R \tag{6}$$

①根据 Levy(1978) 的思想，一种资产的市场价格是投资于该种资产的所有投资者定价的平均。

其中 $x_1 = x_1^1 + x_1^3$ 代表整个社会对资产 1 的投资比例，$q_1 = \frac{M_1 + M_3}{M}$ 代表投资资产 1 的投资者的比例。从(6) 式可以看出，投资者的比例越大，股票平均收益越低，这与事实是相符合的。实际上，一支股票的投资者只要足够多，其价格往往会被抬高，从而导致其预期收益率降低。

通过(6) 式，我们可以知道在这种情形下特质方差也进入了定价方程。另外，利用上面的式子对 σ_1^2 求偏导，得到 $\delta x_1 / q_1 > 0$，也就是特质波动率与预期收益之间的关系仍然为正，也就是在其它变量不变的情况下，高特质波动率可以得到高的预期收益。

同理可以对资产 2 和资产 3 进行分析，最后得到的结论和资产 1 一致。综上所述，在市场有摩擦且信息不完全的情况下，公司特质风险得到了定价，即使存在卖空限制和异质信念，特质波动率与预期收益之间依然为正向关系。

五、结 语

本文针对学者们对 Merton 模型的质疑，放宽 Merton 模型的假设条件，允许存在卖空限制和异质信念，在此条件下推导出扩展的 Merton 模型的一般框架，并通过市场只存在三种风险资产的特例说明了加入卖空限制和异质信念后公司特质风险仍然得到定价，特质波动率与预期收益之间的正向关系也仍然存在。同时，在推导过程中我们还发现，加入异质信念和卖空限制的确会使得乐观的人才存在交易，从而导致当前股价被高估，未来实际收益率出现反转，这一结论和 Miller 的观点一致。

综上所述，本文建立的扩展的 Merton 模型不仅否认了“特质波动率之谜”是因为卖空限制和异质信念引起的，也使得这一模型有更好的适用性，特别是对于存在卖空限制和投资者不成熟的中国市场而言。因此，这一结论的得出为有关特质波动率的实证检验提供了坚实的理论基础。

参考文献：

[1] LEVY H. Equilibrium in an Imperfect Market: A Constraint on the Number of Securities in the Portfolio [J]. The American Economic Review, 1978, 68(4): 643-658.

[2] MERTON R C. A Simple Model of Capital Market Equilibrium with Incomplete Information [J]. Journal of Finance, 1987, 42(3): 483-510.

[3] MALKIEL B G, XU Y. Idiosyncratic Risk and Security Returns [EB/OL]. (2002-12-12) [2011-10-15] http://utd.edu/~yexiaoxu/IVOT_H.PDF. 2002.

[4] LONGSTAFF F A. Temporal Aggregation and the Continuous-time Capital Asset Pricing Model [J]. Journal of Finance, 1989, 44(4): 871-887.

[5] LEHMANN B N. Residual Risk Revisited [J]. Journal of Econometrics, 1990, 45(1/2): 71-97.

[6] ANG A, HODRICK R J, XING Y, et al. The Cross-Section of Volatility and Expected Returns [J]. Journal of Finance, 2006, 61(1): 259-299.

[7] 杨华蔚，韩立岩. 中国股票市场特质波动率与横截面收益研究 [J]. 北京航空航天大学学报: 社会科学版, 2009(1): 6-10.

[8] MILLER E. Risk, Uncertainty, and Divergence of Opinion [J]. Journal of Finance, 1977, 32(4): 1151-1168.

[9] DIETHER K B, MALLOY C J, SCHERBINA A. Differences of Opinion and the Cross Section of Stock Returns [J]. Journal of Finance, 2002, 57(5): 2113-2141.

The Model of Pricing Idiosyncratic Risk with Heterogeneous Beliefs

DENG Xue-chun[1], ZHENG Zhen-long[2]

(1. *People's Bank of China, Xiamen Branch, Xiamen 361004, China*;
2. *School of Economics, Xiamen University, Xiamen 361005, China*)

Abstract: This paper investigates the impact of idiosyncratic risk on expected returns with a consideration of heterogeneous belief. By introducing heterogeneous belief and short selling constraint into traditional Merton's models, the paper discusses the relationship between idiosyncratic volatilities and expected returns. Our model shows that when investors fail to achieve full diversification, idiosyncratic volatilities enter into the pricing equation and are positively related with expected returns even if heterogeneous belief is considered.

Key words: idiosyncratic risk; expected return; heterogeneous beliefs

(责任编辑 毕开凤)