主观期望效用模型分析

厦门大学　何凯浩

带格式的：字体：小四

摘要

现代经济学在风险和不确定性决策问题上的传统理论模型是期望效用模型（Expected Utility Theory）。该模型由 Von Neumann and Morgenstern（1947）等人，继承 18 世纪数学家 Bernoulli 对“圣彼得堡悖论”（St Petersburg paradox）的解答并进行严格的公理化阐述而形成。模型的基本内涵是：不确定情景下最终结果的效用水平是通过决策主体对各种可能出现的结果加权估值后获得的，决策者谋求的是加权估值后形成的期望效用最大化。期望效用理论作为标准的描述不确定性下的决策模型在经济学理论中统治了几十年，是研究在风险和不确定条件下进行合理决策的理论基础。作为个体选择的标准理论和博弈论的核心组成部分，期望效用是许多经济理论的关键组成部分。

虽然期望效用是经济大厦很重要的一块基石，但在后来的应用过程中不断出现很多问题，经济学实验已发现在现实世界中人们的实际选择行为许多方面都与传统理论的背离。如 Allais 悖论、Ellsberg 悖论等。这些用传统期望效用理论无法解释的实际选择行为的发现引发许多理论家们构建了其它期望效用理论，不断地对传统的期望效用理论进行补充和完善。

删除的内容：的一个

本文在分析传统的期望效用理论及其系列改进模型的基础上，建立了概率反应函数和主观概率模型，并在这两个模型的基础上对传统的期望效用模型进行改进，建立了主观期望效用模型；最后，利用一些具有代表性的问题对主观期望效用模型和主观概率模型的合理性与适用性进行检验。

1．期望效用理论概述

效用函数在经济学上是用来量化一定的物质或财富给人带来的满足感的函数。它的出现使人们开始从决策者内在的、主观的角度去讨论风险决策问题，即从投资者的偏好出发去讨论他们对待风险的态度。

令 G={能给人们带来满足的物质}，则效用函数 $u(x)$的定义为：

$$u(x)\text{：}\ G \mapsto R$$

表示数量为 x 的金钱、商品或劳务等能给人带来的满足程度，其函数值的大小表示决策者对某种选择的偏好程度，当什么也不能得到，也就是 $x=0$ 时，其函数值为 0，即 $u(0)=0$；同时，若有：

$$x_1\text{、}x_2 \in G \quad \text{且} u(x_1) > u(x_2)$$

则说明决策者认为 x_1 优于 x_2。效用这个概念是丹尼尔. 贝努里于 1738 年提出的，主要包含两个基本原理，即边际效用递减原理和最大期望效用原理。这两条相关原理至今仍是经济学中最基本的原理。图 1 是一条典型的效用函数曲线：

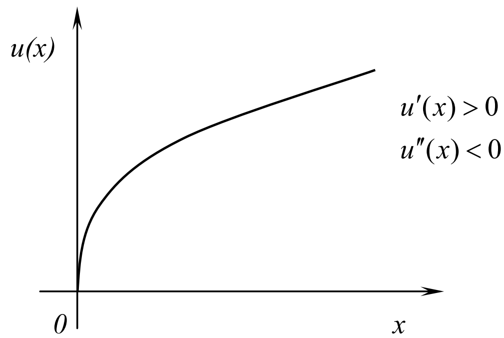

图 1：效用函数曲线图
Fig 1：The curve of utility function

二次世界大战后，数学家、电脑的创始人冯. 诺伊曼和经济学家摩根斯顿合写了一本书：《博弈论与经济行为》，第一次提出了确定效用函数的公理系统，用严密的数学方式来讨论效用问题；之后，在此基础上逐渐发展起来了效用理论系统。效用函数遇到不确定现象时，就会难以确定它的值，这就引出了期望效用的概念。

冯.诺伊曼和摩根斯顿的期望效用理论(EU 理论)正是关于不确定性决策的规范理论。期望效用理论认为，假如决策者选择风险决策备择方案的过程符合效用公理，那么他一定是选择期望效用理论最大的那项备择方案。期望效用是备择方案的结果 x 发生的概率 p 与该结果的效用 $u(x)$的函数,是关于 p 的一个线性函数。

一般情况下，若有一项投资 X 有 n 种可能结果：a_1，a_2，……，a_n，其各自的发生概率为 p_1，p_2，……，p_n；由于对于结果 a_i，投资者的获得的效用是 $u(a_i)$，$i=1$，2……n。于是这一项投资的效用就相当于对 n 种可能结果的效益按发生的概率来加权平均，得到期望效用，即这一项投资的期望效用为：

$$E(u(X)) = p_1u(a_1) + p_2u(a_2) + \cdots\cdots + p_nu(a_n) = \sum_{i=1}^{n} p_iu(a_i)$$

这就是传统的期望效用模型。

期望效用理论公理系统隐含着四个基础性假设：抵消性、传递性、占优性和无差异性：

抵消性（Cancellation）指在面对不同选择时，有相同结果的事件可以相互抵消，人们只关注具有不同结果的选项，即若决策者对 A 的偏好优于 B，则对于任意的选择 C，以 p 的概率获得 A、以 1-p 的概率获得 C 的选择要优于以 p 的概率获得 B、以 1-p 的概率获得 C 的选择。因此，抵消性对期望效用理论的主要作用是在数值化效用值时去除不同选择中具有相同结果的选项。

传递性（Transitivity）是效用函数和期望效用理论共同的基本假设，也是期望效用理论成立的必要条件。对于任意的不确定选择 A、B 和 C，假设其期望效用分别为 $u(A)$、$u(B)$和 $u(C)$， A 优于 B 意味着 $u(A)>u(B)$，B 优于 C 意味着 $u(B)>u(C)$，那么，效用的数值化自然得出 $u(A)>u(C)$，即 A 优于 C，满足传递性。

占优性（Dominance）是理性选择行为的最为显然的性质：如果 A 选择在至少一种状态下的结果优于 B 选择，而且在其他状态下的结果至少与 B 选择一样好，即 A 占优于（Dominant）B，则决策者应该只会选择 A。

无差异性（Invariance）是指对同一选择的不同描述方式对决策者的偏好不会产生影响，即人们对具有相同结果和不同表现形式的选择的判断是一致的。

这四个基础性假设是期望效用理论成立的必要条件，任何一个假设不成立都会对期望效用理论的合理性产生质疑。期望效用理论的公理系统提出后，大量的

经济学家和心理学家对该公理系统所隐含的上述四个基本性假设进行检验，检验的结果如同这四个基础性假设的顺序：抵消性和传递性被广泛受到质疑，特别是抵消性，检验发现其与现实中人的选择行为存在严重的不符；而占优性和无差异性则相对受到较少的质疑。但是，Kahneman 和 Tversky（1986）也在实证检验中发现了与这两个基础性假设相悖的情形。

效用理论也在其具体的应用中受到了来自各方面的批评，如诺贝尔经济学奖获得者赫伯特·西蒙（H.A.Simon）在《现代决策理论的基石》一书中指出："从观念上讲，期望效用模型是理应在柏拉图精神乐园中占有显要地位的精美作品，但是要原原本本地用它去制定实际决策，却面临着许多无法克服的困难，因而是不可能的。"即使我们把效用理论的可用性方面的疑虑和批评放在一边，正如大部分经济学家所做的那样，采纳效用理论作为模拟经济决策的基础，期望效用理论仍然存在一些局限性，因为它无法"描述"现实中的选择行为。

期望效用理论首先是受到了针对其抵消性、传递性方面的质疑，其中最著名的是 Allais 悖论：

Allais 悖论 期望效用理论从其诞生之日起便因其与人们的实际选择行为的一些不相符而受到了一些经济学家的质疑。1952 年在巴黎举行的一次决策学讨论会上，巴黎大学著名经济学家、诺贝尔经济学奖得主 Allais 教授提出了两组简单的决策问题，请与会的众多著名决策理论专家作答，他所提的两组被后人称之为 Allais 悖论的简单选择问题分别是：

A 组：A_1：以概率 1 稳获 100 万美元；

A_2：以 0.1 的概率获得 500 万美元，以 0.89 得概率获得 100 万美元，还剩下 0.01 的概率什么也得不到。

B 组：B_1：以 0.1 的概率获得 500 万美元，剩下 0.9 的概率什么也得不到；

B_2：以 0.11 的概率获得 100 万美元，剩下 0.89 的概率什么也得不到。

大多数与会者，包括期望效用理论的主要奠基人之一 Savage 教授的选择是：在 A_1 与 A_2 中选择 A_1，即宁愿稳获 100 万美元而不愿去冒那个 1%的风险；而在 B_1 与 B_2 中则选择 B_1，因为 B_1 与 B_2 都有较大的风险，B_1 虽然比 B_2 得到钱的可能性要小一点（小 1%的可能），但金钱的数额却大得多，值得去冒那个 1%的风险。但是，这种选择的方式正好违背了期望效用理论，事实上，按照期望效用理论，

若在 A 组中选择了 A_1，则在 B 组中应该选择 B_2；反之亦然。推导的过程如下：

首先，这四个选择各自的期望效用值分别是：

$$E(u(A_1)) = u(1000000)$$

$$E(u(A_2)) = 0.1 \cdot u(5000000) + 0.89 \cdot u(1000000) + 0.01 \cdot u(0)$$

$$E(u(B_1)) = 0.1 \cdot u(5000000) + 0.9 \cdot u(0)$$

$$E(u(B_2)) = 0.11 \cdot u(1000000) + 0.89 \cdot u(0)$$

其次，如果在 A 组中选择了 A_1，那么，由期望效用理论，有：

$$E(u(A_1)) > E(u(A_2))$$

$$\Leftrightarrow u(1000000) > 0.1 \cdot u(5000000) + 0.89 \cdot u(1000000)$$

$$\Leftrightarrow u(1000000) - 0.89 \cdot u(1000000) > 0.1 \cdot u(5000000)$$

$$\Leftrightarrow 0.11 \cdot u(1000000) > 0.1 \cdot u(5000000)$$

$$\Leftrightarrow E(u(B_1)) < E(u(B_2))$$

即在 B 组中应该选择 B_2，与人们的实际选择正好相反。显然，这个实验结果是一个悖论，它至少违背了期望效用理论中抵消性和传递性的基本假设（对应于关于偏好的独立性、传递性以及替代性等公理化假定）。

期望效用理论的占优性假设也受到了质疑，其中组合方案选择就是一个著名的例子：

组合方案选择 对效用函数的第二个挑战是美国心理学家、2002 年诺贝尔经济学奖得主 D.Kahneman 和 Tversky 于 1979 年提出了期望效用理论的替代理论“前景理论”（Prospect Theory）。他们认为人们更加注重预计的收益和损失，而不是全部财富，并且收益和损失计算的参考点随着时间的变化而变化。此外，实验表明大多数人看待收入与看待损失的态度大不相同。当看待收益时，他们是回避风险的；当看待损失时，他们是追求风险的。例如，考虑在下列两个备选方案中进行选择：

C_1：以概率 1 稳获 24 万美元；

C_2：以 0.25 的概率获得 100 万美元，以 0.75 的概率什么也得不到。

尽管 C_2 比 C_1 有更高的期望收益，大多数人更倾向于稳定的收入而选择 C_1，自然地表现为风险回避或风险厌恶（Risk Aversion）。

下面再从两个方案中作出选择：

D_1：以概率 1 失去 75 万美元；

D_2：以 0.75 的概率失去 100 万美元，剩下 0.25 的概率失去 0。

在这种情况下，大多数人宁愿选择 D_2，尽管事实上它是比 D_1 更为冒险的选择。Kahneman 和 Tversky 把这种行为称为损失回避（Loss Aversion），即通常所说的风险追求（Risk Seeking），表明决策者比较偏好风险，可以用一个下凸的效用函数曲线来表示。出现这种情况可能是因为人们觉得选择 D_2 至少还有 0.25 的可能不赔，而选择 D_1 则必然遭受损失。

这种对收入和损失偏好的明显不对称，单独看来没什么问题，但如果将这两组选择联合起来，比较选择最普遍的投资组合 C_1 和 D_2 及选择不普遍的组合 C_2 和 D_1，我们就可以发现一个问题。以组合 C_1 和 D_2 为例，假设 C 和 D 为独立方案组，对 D_2 可能出现的两种结果分别以符号 D_{21} 和 D_{22} 表示；则组合 C_1 和 D_2 的两种可能结果为 C_1D_{21} 和 C_1D_{22}，其发生的概率为 $P(C_1D_{21})=P(C_1)P(D_{21})=0.75$，而其收益为 24－100=－76（万美元）；同理，C_1D_{22} 发生的概率为 $P(C_1D_{22})=P(C_1)P(D_{22})=0.25$，而其收益值为 0＋24＝24（万美元）。同理可以算出另外一组方案 C_2 和 D_1 的收益情况。两组方案的收益情况可表示如下：

$$\text{方案}C_1\text{和}D_2\text{：}\begin{cases}\text{以0.25的概率获取24万美元}\\\text{以0.75的概率损失76万美元}\end{cases}$$

$$\text{方案}C_2\text{和}D_1\text{：}\begin{cases}\text{以0.25的概率获取25万美元}\\\text{以0.75的概率损失75万美元}\end{cases}$$

由以上两个方案可以看出，方案组合 C_2 和 D_1 严格优于方案组合 C_1 和 D_2，前者与后者相比收入多 1 万美元，而损失少 1 万美元。也就是说组合 C_2 和 D_1 等价于组合 C_1 和 D_2 加上一个 1 万美元的确定收入或减去一个 1 万美元的确定损失。如果是面临这两个方案供选择，则不需要提供任何辅助条件或信息，所有理智的个人都会选择组合 C_2 和 D_1 而不会选择组合 C_1 和 D_2。但当面临两个双重选择分别单独给出时，大多数人却似乎更愿意选择两个单独选择中的劣等方案，而这个恰恰违背了期望效用理论的占优性假设，风险偏好的不一致也不满足传递性

假设。

除此之外，Kahneman 和 Tversky 于 1986 年提出了另外一个违背占优性假设的实验经济学例证：考虑以下两个选择，在每个选择中参与者被要求从其中一个箱子中取球，每个选择中箱子内的球的情况和回报如下表所示。

	90%白球	6%红球	1%绿球	1%蓝球	2%黄球
选择 A	0	450000	300000	−150000	−150000
选择 B	0	450000	450000	−100000	−150000

很显然，选择 B 相对于选择 A 为占优策略，无论取出哪一种颜色的球，选择 B 的结果都不会比选择 A 差。每个参与者面对这两个选择时都会毫不犹豫地选择 B，因为 B 优于 A 是显而易见的；但是，如果将选择 A 和选择 B 中具有相同结果的可能合并，变为以下两个新的选择：

	白球	红球	绿球	黄球
选择 A	90%	6%	1%	3%
	0	450000	300000	−150000
选择 B	90%	7%	1%	2%
	0	450000	−100000	−150000

在 Kahneman 和 Tversky 在对 124 个参与者进行检验时，有 58%的参与者选择了 A，因为 A 中有两种情况下能获得正的收益，但这个结果也违反了期望效用理论的占优性假设。

在期望效用理论的四个基础性假设中，无差异性受到的质疑是最少的，该假设被绝大多数经济学家和心理学家所接受。但是 Kahneman 和 Tversky（1986）也提出了与无差异性相悖的现象，考虑以下两组选择——“后悔”试验：

A 组

A_1：以 0.25 的概率获得 100 万美元，还剩下 0.75 的概率什么也得不到；

A_2：以 0.2 的概率获得 500 万美元，还剩下 0.8 的概率什么也得不到。

B 组

你被要求先通过抽签决定是否能进入下一轮，能顺利通过这一轮的概率是 0.25，进入下一轮后，你将面临以下两个选择：

B_1：以概率 1 稳获 100 万美元；

B_2：以 0.8 的概率获得 500 万美元，剩下 0.2 的概率什么也得不到。

在期望效用理论的框架中，这两组选择从概率、结果来看都是是无差异的，所不同的仅仅是选择的方案存在一些差异，根据期望效用理论，决策者的选择应该具有一致性。但实际检验的结果却是在 A 组中参与者更多的选择了 A_2，而在 B 组中参与者更多的选择了 A_1，恰恰违背了无差异假设。

2. 主观期望效用模型

2.1 期望效用理论的改进

针对以上提出的关于传统的期望效用理论在实践和实验研究中出现的那些问题，特别是针对最具有代表性的 Allais 悖论，许多经济学研究者都对此做出了深入的研究和分析，并做出了有针对性的使期望效用理论一般化的方式：Kahneman（1978）提出了主观权重效用（Subjectively Weighted Utility，SWU）的概念，用决策者主观的权重替代线性概率，这可以解释 Allais 问题和共同比率效应；再后来，Kahneman 和 Tversky（1979）提出著名的“前景”理论（Prospect Theory，PT），作为风险决策的描述性模型，是对 EU 的批判。其核心为价值函数和权重函数，解释 EU 无法解释的选择异象，是对 SWU 的进一步发展。但是主观权重代替客观概率也遇到了一些问题，首先是主观权重之和不再为 1，根据 PT 理论，权重之和可以大于 1 也可以小于 1，从而导致权重函数变成一个非概率测度，在解释不确定选择中显得力不从心；此外，Ellsberg 悖论也给主观权重理论提出了质疑：

删除的内容: 了

Ellsberg 悖论 Ellsberg 在 1961 年曾经设计了一个经济学实验：假设有一个共装有 90 个红、黑、黄三色球的坛子，这些球除了颜色不同外没有其他任何差异。这 90 个球中有 30 个红球，黑球和黄球共 60 个。参与者通过从坛子中取球来决定其获得的回报，在取球前参与者面临两组选择：f_1、f_2 和 f_3、f_4，各自的回报和获取条件如下表所示（单位：万美元）：

	30	60	
	red	black	yellow
f_1	\$100	\$0	\$0
f_2	\$0	\$100	\$0
f_3	\$100	\$0	\$100
f_4	\$0	\$100	\$100

绝大多数参与者在第一组选择中选择了 f_1，在第二组选择中选择了 f_4。但这种选择正好无法用主观概率的观点来解释，因为在第一组中选择 f_1，说明参与者主观判断认为取出红球的概率的 $\overline{p}_r$ 大于取出黑球的概率 $\overline{p}_b$；因此，无论其对取出黄球的主观概率 $\overline{p}_y$ 是多少，在面对第二组选择时都应该选择 f_3，因为

$$\overline{p}_r > \overline{p}_b \Rightarrow \overline{p}_r + \overline{p}_y > \overline{p}_b + \overline{p}_y$$

相反的实验结果使主观权重作为人们在有不确定时决策的根本依据的假设受到了质疑。

后来仍有很多研究者对期望效用理论做出改进，建立了不少这方面的模型，其中最为知名的模型是依赖排序期望效用理论。该理论由 John Quiggin 提出，该理论被 Machina（1994）认为是对经典期望效用理论最自然和最有用的修正。在该模型中，期望结果的权重不仅取决于结果的真实概率，且取决于该概率在其他结果中的排列顺序。对结果 x_i 定义 x_1 为最差，x_n 为最好，决策者最大化决策权重:

$$w_i=\pi(p_i+\ldots+p_n)-\pi(p_{i+1}+\ldots+p_n) \quad 且 \quad w_i=\pi(p_i)\text{，对于 } i=n$$

该理论区分了决策权重 w 和概率权重 π 非常有意义。注意到 $\pi(p_i+\ldots+p_n)$ 是获得结果大于或等于 x_i 的概率的主观权重，而 $\pi(p_{i+1}+\ldots+p_n)$ 是获得比结果 x_i 更好的概率的主观权重，因此，该理论中的 $\pi(\cdot)$ 实际上是累积概率的转换。Richard Gonzadez 和 George Wu（1999）认为概率权重函数的解释反映了潜在的“心理风险”，即个体主观地破坏了客观概率。该理论一个很有吸引力的性质就是，不同于单一的决策权重模型将同样的决策权重分配给任何有概率 p 的结果，它会将分配到结果的权重根据有多“好”和多“坏”来变化，所以原则上它会允许极端

的结果获得尤其高（或尤其低）的权重。该模型的一个不太吸引的性质就是:如果某些期望结果的价值的改变影响到结果的排列顺序，那么该改变就会对决策权重有重大的影响；反之，若没有影响到结果的排列顺序，那么多大的改变都不会影响到决策权重。同时，该模型在将概率反应函数转化为主观概率时简单的使用累计概率转换，前一项事件往往只对后一项产生影响，而不是对整个结果产生影响，无法描述决策者对不确定性选择的整体判断。

国内在效用理论这方面的研究比较少，大部分相关的论文都是以综述的形式来描述效用理论及关于效用理论方面的质疑和改进；但也有部分学者在这方面做了一些研究，主要有：叶航、肖文（2002）提出了广义效用假设，认为效用函数的形状并不一定是简单的凹（上凸）函数，其二阶导数可能在某些区间大于 0 在另外一些区间小于或等于 0，这有点类似于上面的依赖排序期望效用理论，在不同的等级下其效用函数的形状是不一样的；王愚、达庆利、陈伟达（2002）则在分析 Allais 悖论的基础上提出了模糊先验概率的概念，在模糊先验概率下建立期望效用模型，对 Allais 悖论及其它一些期望效用理论中出现的问题做出了一定的解释。何凯浩、谭忠（2003）建立了安全系数的概念，并用安全系数代替期望效用理论中的概率系数，建立主观期望效用模型，用这个模型可以解释 Allais 悖论等问题，但用安全系数代替概率以后，其“安全系数之和”（事件发生的总概率）不再恒为 1，可能大于 1 也可能小于 1，这个问题在本文中通过建立主观概率模型得到了较好的解决。

删除的内容: 忠

总之，风险和不确定性选择是等级依赖的，决策者对结果关注的顺序对主观概率判断有重要影响；效用函数和权重函数的形状、形式（累积与否）及影响因素仍是争论的重点。至于怎样才能得到在以上理论的基础上更进一步的 EU 的一般化，一种建议是把期望模型的绝对方法（其中假定一种冒险的吸引力独立于其他选择）和比较方法（其中一种冒险依赖于与其相比较的其他选择）结合起来；另一种建议是，从决策的期望模型转移到更直接地反映人们在解决风险决策问题时的多重和冲突目标的模型，例如最大化安全感、最大化潜在获得、最大化先验概率等。

2.2 主观期望模型

2.2.1 安全系数（Security Coefficient）

通过上面的一系列与期望效用理论不一致的选择行为和众多经济学家、心理学家的研究表明：如同人们会对不同的物质或服务产生主观的反应即效用一样，人们对概率也存在一种主观上的判断，在不同的情况下人对风险变化的敏感度是不一样的，即便这个风险能给人带来相同的回报。例如 Allais 悖论中，人们在 A、B 两组的第一个选择中同样地面对着 1%的额外风险，但是在 A 中，人们选择了规避风险；而在 B 中，人们却选择了冒这个风险。一般认为，人都有一种倾向于确定性的心理，即在可以确定地获取财富的时候，人们都倾向于稳妥地获取这个财富，而不愿意去承担风险。也就是当概率 $p\to 1$ 的时候，人会对 p 变化会比较敏感而显得比较厌恶风险；而当 $p<<1$ 时，人们对 p 的变化的敏感度比较低，从而显得会比较愿意冒险，这就是确定性效应。

因此，类似于人会对财富或其它物质产生一个主观反应，这个主观反应可以用效用函数 $u(x)$ 来描述；人们对概率 p 也会产生一个主观的反应，p 越接近于 1 给人的确定性就越强，反之则越让人觉得不确定；可以通过 p 构造一个确定性效应函数 $SC(p)$，通过这个函数将客观概率转化为决策者对该概率的主观判断，即通过这个函数来描述人们对概率 p 的主观态度；同时，也可以通过 $SC(p)$ 关于 p 的变化来反映在 p 取不同值的时候人们对待风险的不同态度。我们称确定性效应函数 $SC(p)$ 为安全系数（Security Coefficient）。下面我们来分析安全系数 $SC(p)$ 应满足的一些性质[*]：

性质 1、$SC(p)$ 是这么一个函数：

$$SC(p):[0,1]\mapsto[0,1] \qquad 且 SC(1)=1; SC(0)=0$$

即对于概率 $p=1$ 的事件，其安全系数也为 1；而对于 $p=0$ 的事件，其安全系数为 0，即对于不可能发生的事件，无论它能给人带来多大的财富，人们都无法从中获得满足感，因为那是不可能实现的。

性质 2、$SC'(p)>0$；$SC''(p)>0$，$(0<p\le 1)$。显然，概率 p 越大，给人的安全感就越强，安全系数也就越大，即 $SC'>0$；同时，p 越大，$SC(p)$ 对 p 的变化就越敏感，也就是 $SC(p)$ 的“边际安全效应”是递增的，$SC''>0$。这可以从 Allais 悖论中看出，在 B 组中，当 p 从 0.1 增加到 0.11 时，那 0.01 的增量并没有给人

---

[*] 以下安全系数的性质与 Kahneman 和 Tversky（1979）著名的“前景”理论中的权重函数（Weighting Function）的性质很相似，权重函数的三个性质是：（1）$\pi(0)=0$，$\pi(1)=1$；（2）在低概率时，$\pi(p)>p$，在高概率时 $\pi(p)<p$；（3）对于任意的 $0<p,q,r\le 1$，$\pi(pr)/\pi(p)\le\pi(pqr)/\pi(pq)$。

们增加多少安全感，人们还是选择 p＝0.1 下的 500 万美元；但是，当 p＝0.99 时，再增加 0.01 却使人们的安全感增加了很多，从而促使人们放弃对 500 万美元的追求而选择稳妥地获取 100 万美元。

性质 3、 $\lim\limits_{p\to 0^+} SC(p)>0, \lim\limits_{p\to 1} SC'(p)>1$。当概率 p 很小时，$SC(p)$对 p 的变化变得很不敏感，人们对 p＝0.001 与 p＝0.0001 的事件可能视为没有什么很大的差别；当 p 非常小，即 $p\to 0^+$时，人们在主观上可能并不认为那种事件是几乎不会发生的，相反，人们内心总认为这种事件是迟早总会发生的，即 $\lim\limits_{p\to 0^+} SC(p)>0$。例如：在买彩票的时候，以目前比较流行的 36 选 7 型的彩票为例，其一等奖的概率是：$1/C_{36}^{7}\approx 1.20\times 10^{-7}$。这是一个几乎不能发生的概率了，但是，彩民们却认为：虽然一等奖是很难得到，但是总会有人获得的，那么，自己也就有可能会碰上这种好运。所以，当 p>0 且 $p\to 0^+$时，人们已经对 p 的大小失去了兴趣，已经对 p 的变化变得很不敏感，这时 p 增加或者减小 10 倍对他们的安全系数的影响都是很小的，人们此时关心的只是他们冒这个风险所能给他们带来的回报，即财富的效用在人们内心的地位超过了安全系数的地位。这样，安全系数 $SC(p)$在原点并不连续，$SC(0)$＝0，因此有 $\lim\limits_{p\to 0^+} SC(p)>0$。

而当 $p\to 1$ 时，人们对 p 的变化变得非常敏感，p 的一个微小的变动会给人带来很大的影响，就如同 Allais 悖论中的 A 组选择中，0.01 的额外风险足以使人们放弃对 500 万美元的追求而转向稳定地获取 100 万美元，从而在接近 1 的地方人们对 p 的变化是一般来说非常敏感的，因而有 $\lim\limits_{p\to 1} SC(p)>1$，即概率在 1 的附近时，人们的主观安全感的增量要大于概率 p 的增量。

综上所述，一个典型的安全系数曲线 $SC(p)$应该是如下图 2.2.1 形状的曲线：

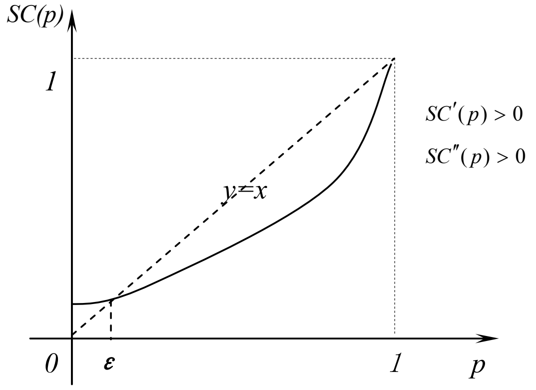

图 2：安全系数曲线图
Fig 2:The curve of security coefficient

定理 1 假设安全系数 $SC(p)$满足性质 1～性质 3，则在(0，1)上存在唯一的一点 ε，使得 $SC(\varepsilon)=\varepsilon$。我们称 ε 为投机临界点。

证明：首先证明存在性。

要证明 $SC(p)$在(0，1)上存在点 ε，使得 $SC(\varepsilon)=\varepsilon$，实际上即要证明 $SC(p)$与直线 $y=p$ 在(0，1)上有交点。

令 $f(p)=SC(p)-p$，则只要 $f(p)$证明在(0，1)上有解。

∵ $f(1)=SC(1)-1=0$，即 $f(p)$在 $p=1$ 处与横轴相交（性质一）；

又∵ $f'(p)=SC'(p)-1>0$（性质三）

∴ $\exists\ 0<\delta<1$，使 $f(p')<0,\forall p'\in[\delta,1]$成立

又∵$f(0)=SC(0)-0>0$（性质一）且 $f(p)$在(0，1)上是连续函数

∴存在一点 $\varepsilon\in(0,\delta)$，且 $f(\varepsilon)=0$

∵ $f''(p)=SC''(p)-0>0$（性质二）

∴$f(p)$是一个凸函数

∴$f(p)=0$ 最多只有两个解，而 $p=1$ 是其中一个解

∴$f(p)=0$ 在(0，1)上只可能有一个解，即存在唯一的 ε，使得 $SC(\varepsilon)=\varepsilon$成立。

从图 2 可以看出，当 $\varepsilon<p<1$时，$SC(p)<p$，也就是说，当概率在投机临界点之上时，人们主观上认为能够“真正”的概率 $SC(p)$小于其客观概率 p，这

种概率下决策者在面对正的回报时时就表现出对风险的厌恶，在面对负的回报时则表现为风险偏好，所以，又称（ε，1）为风险回避区域；相反，当$0 < p < \varepsilon$时，$SC(p) > p$，也就是说，当概率在投机临界点之下时，人们对获得该结果的概率要大于其客观概率p，这时候概率被夸大了，人们过高估计了获得该结果的概率，这时候，在面对正的回报时人们的投机心理占了上风，表现出对风险的偏好，所以，又称（0，ε）为风险偏好区域。

传统的期望效用理论有一个无法自圆其说的观点就是为什么“决策者有时候时风险厌恶而有时候又是风险偏好的”，因为在一个效用函数里面往往就决定了一个人的风险偏好态度，而无法刻画两种不同的风险偏好态度，所以，要能说明决策者的风险偏好态度的改变，往往只能通过改变效用函数来实现，但是又没有证据表明决策者的效用函数是可变的。这个问题在安全系数曲线中正好得到了很好的回答，从安全系数曲线中可以看出：决策者风险偏好与否关键在于概率的大小，以决策者面对正的回报时为例，当概率比较大落入其风险厌恶区域时，该决策者就将表现为风险厌恶；而当概率比较小，落入其风险偏好区域时，决策者往往出现投机心理，从而该决策者就表现为风险偏好。

需要补充说明的是，不同决策者的投机临界点ε一般也是不一样的，有些人的投机心理可能强一些，这样其ε值也就大一些，表现为其风险偏好区域也就比较大；相反，对于生性比较谨慎的人而言，其ε值会比较小，风险偏好区域也就比较小；由于人们普遍是厌恶风险的，所以，在一般情况下，尽管每个人的ε值各不相同，但ε一般都取比较小的值，也就是在概率很小时，人们对其变化的反应才会变得很小，从而使$SC(p) > p$，出现投机心理而表现出对风险的偏好。此外，在面对正的回报与面对负的回报时的投机临界点ε也会不一样，一般情况下，由于人们对风险的厌恶，对风险的规避使人们容易高估损失的发生概率，因此面对负的回报时人们的投机临界点的值会高于面对正的回报时的投机临界点。

2.2.2 主观概率、主观期望效用模型和主观期望模型

我起初是简单地把安全系数$SC(p_i)$代入期望效用模型中，代替客观概率p_i作为权重建立“主观期望效用模型”。虽然安全系数$SC(p_i)$确实描述了决策者对客观概率的主观反应，可以作为决策者对客观概率的主观替代值，同时，所建立

的主观期望效用模型也能对 Allais 悖论等一系列传统的期望效用模型中所出现的问题；但这样直接用安全系数代替客观概率存在一个隐含的问题，就是当客观概率都落在决策者的风险厌恶区域（或风险偏好区域）时，“安全系数之和”将小于（或大于）1。这样，“事件的全体”发生的（主观）概率也就将小于（或大于）1，这与“事件的全体”发生的总概率恒为 1 相矛盾。例如：若某决策者的投机临界点 $\varepsilon=0.00001$，那么若有一或有资产有 80％的可能获得 100 万美元，有 20％的可能获得 500 万美元，那么，若用安全系数 $SC(p)$，则有：获得 100 万美元的“主观权重”为 $SC(0.8)<0.8$；获得 500 万美元的“主观权重”为 $SC(0.2)<0.2$；显然，获取财富的总的“主观权重”将小于 1，这与这个或有资产至少能获得 100 万美元矛盾。其实，上面这个问题在很多前面所列举的等级依赖效用模型中也同样存在，这里以认为权重函数是反转的“S”形为例，其主观权重 w 与客观概率 p 的函数关系如以下图 3：

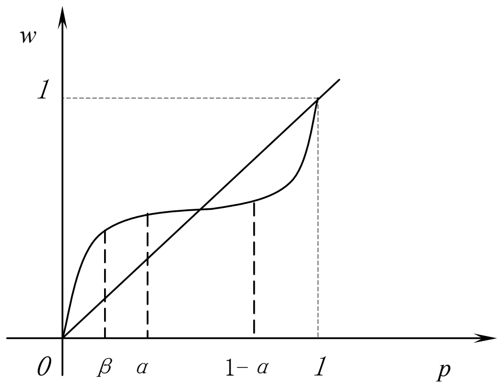

图 3：反转的“S”形权重函数

Fig3：Inverse “S” style weight function

从图 3 中可以发现，当客观概率为 α 和 $1-\alpha$ 时，经过这个权重函数的变换后其权重之和有可能仍为 1；但是，若客观概率分别为 α、α 和 $\beta=1-2\alpha$ 时，经权重函数变换以后其权重之和就大于 1，这就同样出现了前面所说的问题。

另外，直接用安全系数代替客观概率也暗示着决策者对不同结果的发生可能性在主观反应的方式和顺序上是无差别的，即对事件的任何一个结果，决策者都按相同的方式对其发生的概率做出主观反应，主观上认为任何结果发生的可能性都等于 $SC(p)$；但是，一般情况下，实际上决策者对同一不确定性选择的不同结果的关注程度是不一样的，估计不同结果发生的可能性的方式与顺序一般也是不

一样的，决策者首先考虑的是其关注的结果并对该结果发生的可能性作出主观判断，而对于那些较不关注的结果则可能比较迟才作出反应甚至对该结果不作出反应。

假设有一不确定事件可能产生 n 个结果：a_1，a_2，……，a_n；各自发生的概率分别为：p_1，p_2，……，p_n，$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$，且各结果之间是相互独立的。那么，决策者在面对这么一个事件时会对各个结果及其发生的概率有什么样的反应，对该决策者而言各个结果发生的“主观概率”（Subjective Probability）π_i 会是多少？为了说明这个问题，我们需要建立一个主观概率模型，而在建立这个模型之前，先作如下假设说明：

假设一 决策者面对的不确定性选择各个结果发生的可能性是一次性确定的，即对任意一个结果决策者只需对其发生的概率作一次判断，需作两次或多次判断的则当作两个或多个不确定性选择处理。在上面的“后悔”试验中，决策者实际上是对概率做了两次主观判断：对能否进入第二轮（0.25）的判断和进入第二轮后各个结果之间概率的判断。

假设二 决策者可以依据自己的偏好对所有的 n 个结果进行排序，即决策者清楚自己所关注（考虑）的依次是哪个结果。这里不妨假设其关注的顺序为：$a_1 \succ a_2 \succ \cdots\cdots \succ a_n$。

假设三 决策者根据自己对结果的偏好顺序对各个结果发生的可能性依次作出主观判断，即决策者总是对自己最偏好的结果第一个作出反应，然后考虑第二偏好的结果，如此类推。

假设四 决策者基于客观概率 p 对不同结果发生的可能性作出主观判断，即主观概率是而且只是客观概率 p 给决策者带来的主观“安全感”。

假设五 为了后面实证分析及应用的需要，我们这里将精力集中于对结果发生的可能性的主观判断上，对效用函数本身不作过多的考虑。

在这五个假设前提下，我们可以建立以下主观概率模型：

$$\begin{aligned} &\pi_1 = SC(p_1) \\ &\pi_i = (1 - \sum_{j=1}^{i-1} \pi_j) \cdot SC\left(p_i \Big/ \sum_{k=i}^{n} p_k\right) \qquad i = 2,3\cdots\cdots n \end{aligned} \tag{1}$$

说明：主观概率模型可以看作决策者逐次对各个结果作出反应同时在客观概率的基础上根据自己的安全系数曲线通过多次条件概率调整将总概率“1”分配于各个结果的过程。由于决策者最关注的结果是 a_1，所以他首先对 a_1 作出主观判断 $\pi_1 = SC(p_1)$；在对 $\pi_1 = SC(p_1)$ 作出主观判断之后，决策者面临着余下的 $n-1$ 个结果，同时，“剩下”的概率为 $1-\pi_1$，而对于余下的 $n-1$ 个结果，决策者关注的是 a_2，在只剩下 $n-1$ 个结果的前提下，a_2 发生的客观可能性是：

$$p(a_2 \mid n-1) = \frac{p_2}{p(n-1)} = \frac{p_2}{\sum_{k=2}^{n} p_k}$$

则决策者对结果 a_2 发生的可能性的主观判断为：

$$\pi_2 = (1-\pi_1) \cdot SC\left(p_2 \Big/ \sum_{k=2}^{n} p_k\right)$$

如此类推，决策者对其它结果发生的主观可能性估计为上面的主观概率模型（1）式。

定理 2 若决策者按主观概率模型对事件结果发生的可能性作出主观反应，则所有结果的主观概率之和等于 1，即：

$$\sum_{i=1}^{n} \pi_i = 1$$

由主观概率模型和安全系数的性质可知，定理 2 的结论是显然的。

推论 若一不确定性选择仅有两个可能结果 $a_1 \succ a_2$，它们的客观概率分别为 p_1、$1-p_1$，则对于决策者所偏好的结果 a_1 来说，其主观概率为该结果的客观概率所对应的安全系数 $SC(p_1)$，另一个结果 a_2 的主观概率则为 $1-SC(p_1)$。

这个推论是主观概率模型的一个特例。

定理 2 说明用主观概率模型解决了直接用安全系数代替客观概率和一些等级依赖理论中出现的总概率和不为 1 的问题；用主观概率 π_i 代入期望效用模型中代替客观概率 p_i，就得到了主观期望效用模型（Subjective Expected Utility Model）：

$$SE(u(X)) = \pi_1 \cdot u(a_1) + \pi_2 \cdot u(a_2) + \cdots\cdots + \pi_n \cdot u(a_n) = \sum_{i=1}^{n} \pi_i \cdot u(a_i)$$

同理，在求期望值的函数中用主观概率 π_i 代替客观概率 p_i，就得到了主观期望模型（Subjective Expectation Model）：

$$SE(X)=\pi_1\cdot a_1+\pi_2\cdot a_2+\cdots\cdots+\pi_n\cdot a_n=\sum_{i=1}^{n}\pi_i\cdot a_i$$

2.2.3 实证分析

从上面可以看出，安全系数 $SC(p)$较好地描述了决策者主观上对客观概率作出的反应，而主观概率模型则是决策者根据自己个人的偏好在客观概率的基础上对不确定事件各个不同结果发生的可能性依次作出主观判断，在这个基础上建立起来的主观期望效用模型和主观期望模型应该能较好地从决策者主观的风险态度出发来度量其对不确定事件的主观期望效用或主观期望值。为了进一步检验该模型的适用性和合理性，下面就应用该模型于前面所列举的传统的期望效用模型在实践中出现的问题进行分析。为了说明的方便，取

$$SC(p)=1+Sin(1.5695p-1.5695)^{*}$$

它显然满足第二节中 $SC(p)$的三个性质。

1．Allais 悖论

对于上面的 Allais 悖论，我们现在用主观效用模型的观点进行分析。由于在 A、B 两组选择中除 A_2 外的其它选择都最多只有两个结果，所以，在这些选择对于决策者所偏好的结果，其主观概率为该结果发生的客观概率所对应的安全系数 $SC(p)$，另外一个结果则为 1－$SC(p)$；对于 A_2，我们有：

$\pi_1=SC(0.1)=0.0125$；

$\pi_2=(1-\pi_1)\cdot SC(0.89/0.9)=0.96$；

因此，有：

$SE(u(A_1))=u(1000000)$；

$$SE(u(A_2))=\pi_1\cdot u(5000000)+\pi_2\cdot u(1000000)$$
$$=0.0125\cdot u(5000000)+0.96u(1000000)$$；

*此处 $SC(p)$函数的选择具有一定的随机性，这里选取这个有一定代表性的函数只是为了说明的方便；一般情况下，每个人的安全系数函数应该有一定的差异，随个人的对待风险的态度的不同而不同。但只要满足那三个性质，一般都能解释第一节中所举的传统的期望效用模型在实践中所出现的矛盾，只是后面的一些不等式的系数会有所不一样，但均能解释那些矛盾。

$$SE(u(B_1)) = SC(0.1)\cdot u(5000000) = 0.0125\cdot u(5000000)\ ;$$

$$SE(u(B_2)) = SC(0.11)\cdot u(1000000) = 0.0151\cdot u(1000000)\ ;$$

那么：

$$u(A_1) > u(A_2)$$

$$\Leftrightarrow u(1000000) > 0.0125\cdot u(5000000) + 0.96\cdot u(1000000)$$

$$\Leftrightarrow 0.04\cdot u(1000000) > 0.0125\cdot u(5000000)\ ;$$

而

$$u(B_1) > u(B_2)$$

$$\Leftrightarrow 0.0125\cdot u(5000000) > 0.0151\cdot u(1000000)\ ;$$

即有：

$$0.04\cdot u(1000000) > 0.0125\cdot u(5000000) > 0.0151\cdot u(1000000)$$

$$\Leftrightarrow 3.2\cdot u(1000000) > u(5000000) > 1.2\cdot u(1000000)$$

由于效用函数一般都为凹函数，所以，上式中不存在什么矛盾。同时，从计算的过程也可以发现，在 A 组选择中，结果发生的客观概率都比较高，处在主观概率对客观概率的变化比较敏感的区域，决策者从主观的安全需要出发选择了 A_1；相反，在 B 组选择中，结果发生的客观概率都比较低，处在主观概率对客观概率的变化相对比较不敏感的区域，B_2 比 B_1 多出的 1%的概率不足以促使决策者放弃对 500 万美元的追求，决策者还是“冒险”选择了 B_1。

2．Ellsberg 悖论

在前面文献回顾中提到，在对期望效用理论作出改进时，Kahneman 首先提出了用主观权重代替期望效用模型中的客观概率 p 的观点，其后 Kahneman 与 Tversky 又对主观权重模型 SWU 作出的补充和改进；但是这个模型却仍然受到了一些争议，其中最著名的就是 Ellsberg 悖论。

下面，我们就用主观期望模型的观点对 Ellsberg 悖论进行解释。首先来看第一组选择：如果决策者选择 f_1，则他获得 100 万美元奖金的概率是确定的 1/3，如果选择 f_2，由于不知道黑球或黄球的具体数量，只能说取出黑球或黄球的概率

是均等的，即获得 100 万美元奖金的概率的期望值为 1/3。因此，这时候决策者就首先要对坛子中黑球的数目进行判断。我们不妨假设黑球占的比例有两种可能：有 p_1＝0.5 的可能其比例为 2/3，剩下 p_2＝0.5 的可能其比例为 0。在这组选择中，由于取出黑球则可以获得 100 万美元，所以，决策者对坛子中球的偏好是黑球，这时候他对坛子一中白球所占的比例的主观期望值为：

$$\pi_1 \cdot 2/3 + \pi_2 \cdot 0$$

$$= SC(0.5) \cdot 2/3 + (1 - SC0.5) \cdot 0$$

$$= 0.294 \cdot 2/3 + 0.706 \cdot 0$$

$$= 0.196$$

即在第一组选择中决策者主观上认为坛子中黑球的比例为 19.6％，小于坛子中红球的比例 1/3，所以他选择 f_1。

再来看第二组选择，这组选择与第一组选择的其它条件都相同，只是这次由于黑球跟黄球的总数 60 个是知道的，即选择 f_4 的话能明确知道能获得 100 万美元的概率是 2/3，但如果选择 f_3，则只知道取出红球的概率是 1/3，对取出黄球则没有把握，需要像面对第一组选择时一样先对黄球进行一次判断，由于这次决策者关注的是取得黄球的概率，则根据上面的分析知，他对取出黄球的概率的主观判断是 19.6%，从而决策者对选择 f_3 并获得奖金的主观概率只有 1/3+19.6%，小于 f_4 的中奖概率，因此这时候决策者将选择 f_4。

由此可见，虽然决策者在两组选择中都是面临着同样的风险源，但是由于决策者在面对这两组选择时对黄球和黑球的不同的偏好顺序，使得他对黄球或黑球在坛子中所占的比例的主观期望值也随着其偏好顺序的改变而改变，从而产生了 Ellsberg 悖论。

用类似的方法，我们可以用主观期望效用模型，通过概率测度的转换对前面一系列与期望效用理论模型相违背的实际选择行为进行解释，可以发现对概率的主观看法的不同是产生这些悖论的根本原因，因为在一般情况下，决策者对概率和（积）的主观判断不等于各个结果的主观概率之和（积），即：

$$\pi(p+q) \neq \pi(p) + \pi(q); \qquad \pi(p \cdot q) \neq \pi(p) \cdot \pi(q)$$

2.3 模型的扩展

从上面的分析可以看出，通过建立决策者对客观概率的反应模型——安全系数 *SC(p)*，在此基础上通过概率测度的转换将客观概率转换为主观概率，从而建立的主观期望效用模型较好地解释了现实中人的选择行为。但是，在上面概率测度的转换中，将主观概率单纯定义为决策者对客观概率的反应函数——安全系数的函数，而没有考虑客观概率以外的其它因素；但事实上对事件发生的概率是会随决策者对不确定事件认识的加深而改变的，比如对扔硬币，几乎所有决策者都可能很有把握地知道正面朝上的概率将为 0.5，即便由于对风险的厌恶使决策者的主观判断产生偏离，这个偏离也应该是非常小的；相反，如果让决策者对 Ellsberg 悖论中黑球或黄球的比例做主观判断，可能就会因为个人偏好的不同而对其概率作出与客观概率有较大偏离的判断。所以，主观概率应该是决策者对客观概率作出判断并根据其所收集的关于不确定事件的信息（经验）进行修正的结果，即主观概率为客观概率 p 和决策者的信息集 $\mathscr{T}$ 的函数。

仍假设有一不确定事件可能产生 n 个结果：a_1，a_2，……，a_n；各自发生的概率分别为：p_1，p_2，……，p_n，$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$，且各结果之间是相互独立的；但是现在决策者凭借其对不确定事件的了解和相关信息的掌握，基于所掌握信息的分析认为这 n 个结果发生的“经验”概率分别为：$p_1^\tau, p_2^\tau, \cdots\cdots p_n^\tau$；$\sum_{i=1}^{n} p_i^\tau = 1$。那么，通过经验信息修正的主观概率为：

$$\pi_i(p, p^\tau) = (1-\theta)\cdot\pi_i(p) + \theta\cdot p_i^\tau \qquad i = 1,2\cdots\cdots n \tag{2}$$

$\pi_i(p, p^\tau)$ 显然仍然是一个概率测度，（2）式右边 $\pi_i(p)$ 为（1）式中未经经验信息修正的主观概率；θ 定义为信息信赖指数，当决策者对信息的掌握程度比较高，对信息的真实性比较信赖时，θ 值就越接近 1，对不确定事件的判断就越依赖于经验信息；反之则更依赖于对发生概率的主观判断。

在仍硬币试验中，由于每个决策者都对这个试验正反面朝上发生概率的信息充分信赖，所以虽然决策者可能对 0.5 的概率的主观判断与客观概率 0.5 偏差较大，但由于通过信息获得的“经验”概率为 0.5，而且决策者对经验信息的信赖程度较高，θ 值接近 1，因此在这类试验中决策者对事件发生的主观判断都会接

近其“经验”概率（在这里也是客观概率）。再来看看 Ellsberg 悖论中各个结果发生的概率的主观判断，这里只考虑 f_1、f_2 两个选择，当决策者没有经验信息时，即 θ 值为 0，如同前面分析的一样，其对取出黑球的概率的主观判断小于取出红球的主观概率，决策者很自然选择 f_1；如果在决策者做出选择前刚好看到一个人从中取出了黑球，那么他对坛子中的球的可能分布就有经验信息了，根据看到的结果其做出黑球的概率大于红球的概率的“经验”判断，不妨令 $p_b^\tau = 2/3$，即他根据信息判断除了 30 个红球以外的 60 个球都是黑球，不过，由于决策者只看到其他人取一次球，这个信息的可靠性显然是不够的，所以 θ 值会比较小，所以即便他的经验信息让他做出黑球的比例达 2/3 的判断，也无法使他对其前面作出的主观概率作大幅度的修正，这时候他还是会选择 f_1，经验信息对主观概率的修正产生的影响并不明显；如果决策者在做出选择前一直在观察坛子中取球的情况，假设他观察了 30 次，这 30 次中共取出了 10 个红球、15 个黑球和 5 个黄球，那么这些经验信息显然会使他对坛子中各种球的比例情况作出“经验”判断：$p_r^\tau = 1/3, p_b^\tau = 1/2, p_y^\tau = 1/6$，虽然这次他对黑球的概率的经验判断（1/2）小于前面那次（2/3），但由于这次是他多次反复观察得出的经验判断，其对这些信息的信赖度较高，即 θ 值接近于 1，因此这时候他对黑球所占比例的主观判断受这些经验信息的修正就会比较明显，例如当 $\theta \geqslant 0.46$ 时：

$$\pi_b(p, p^\tau) = (1-\theta)\cdot\pi_b(p) + \theta\cdot p_b^\tau \geq 0.54\cdot 0.196 + 0.46\cdot 0.5 = 0.336$$

这时候决策者将不再选择 f_1，而将选择 f_2，经验信息对主观概率的修正产生了决定性的影响。

小结

概率的不同取值会对决策者的风险倾向造成影响，在概率较小时，人们对概率的变化的敏感度要比概率较大时的敏感度小得多。传统的期望效用理论并没有注意到人们在不同概率下对风险的不同态度，忽视了决策者主观上对概率的产生的反应，所以会产生期望效用理论与人们的实际选择行为不符的现象；通过对决策者的主观决策行为进行深入的分析以后，在充分考虑决策者对客观概率的主观反应的基础上建立的安全系数模型和在考虑投资者的个人偏好的基础上建立的主观概率模型较好地描述了决策者在面临不确定性事件时的主观选择行为，较好

地刻画了决策者的风险态度和风险偏好，在此基础上对传统的期望效用理论进行改进而得到的主观期望效用模型弥补了期望效用模型在捕捉决策者对概率主观反应方面的缺陷，使理论的分析与人们的实际选择行为实现一致，从而能够更加准确地描述现实中人的实际选择行为及其选择的动机，较好地解释了经济生活中一些用传统期望效用理论模型所无法解释的问题。