

# 金融工程

## 第七章 互换的定价与风险分析

厦门大学金融系

Copyright © 2011 Zheng, Zhenlong & Chen, Rong

2011年03月23日



# 目录

利率互换的定价

货币互换的定价

互换的风险











## 理解利率互换 I

- 该利率互换由列（4）的净现金流序列组成，这是互换的本质，即未来系列现金流的组合
- 列（4） = 列（2） + 列（3）
- 在互换生效日与到期日增减 1 亿美元的本金现金流
  - 列（2）  $\Rightarrow$  列（6）
  - 列（3）  $\Rightarrow$  列（7）



## 理解利率互换 II

- 头寸分解 (I)
  - 甲银行：浮动利率债券多头 + 固定利率债券空头
  - 乙公司：浮动利率债券空头 + 固定利率债券多头
- 利率互换可以分解为一个债券的多头与另一个债券的空头的组合。

## 理解利率互换 III

- 头寸分解 (II)
  - 列 (4) = 行 (I) + ... + 行 (VIII)
  - 除了行 (I) 的现金流在互换签订时就已确定, 其他各行现金流都类似远期利率协议 (FRA) 的现金流。
- 利率互换可以分解为一系列 FRA 的组合。

## 理解利率互换的定价 (I)

- 利率互换的定价，等价于计算债券组合的价值，也等价于计算 FRA 组合的价值。
- 由于都是列（4）现金流的不同分解，这两种定价结果必然是等价的。
- 注意这种等价未考虑信用风险和流动性风险的差异。

## 理解利率互换的定价 (II)

与远期合约相似，利率互换的定价有两种情形

- ① 在协议签订后的互换定价，是根据协议内容与市场利率水平确定利率互换合约的价值，可能为正，也可能为负。
- ② 在协议签订时，一个公平的利率互换协议应使得双方的互换价值相等。因此协议签订时的互换定价，就是选择一个使得互换的初始价值为零的互换利率。

## 计算利率互换价值：债券组合定价法

- 互换多头  $V_{\text{互换}} = B_{fl} - B_{fix}$

- 互换空头  $V_{\text{互换}} = B_{fix} - B_{fl}$

- 固定利率债券定价 
$$B_{fix} = \sum_{i=1}^n ke^{-r_i t_i} + Ae^{-r_n t_n}$$

- 浮动利率债券定价 
$$B_{fl} = (A + k^*)e^{-r_1 t_1}$$

## 案例 7.1 I

假设在一笔利率互换协议中，某一金融机构支付 3 个月期的 LIBOR，同时收取 4.8% 的年利率（3 个月计一次复利），名义本金为 1 亿美元。互换还有 9 个月的期限。目前 3 个月、6 个月和 9 个月的 LIBOR（连续复利）分别为 4.8%、5% 和 5.1%。试计算此笔利率互换对该金融机构的价值。

## 案例 7.1 II

在这个例子中  $k = 120$  万美元，因此

$$\begin{aligned} B_{fix} &= 120e^{-0.048 \times 0.25} + 120e^{-0.05 \times 0.5} + 10120e^{-0.051 \times 0.75} \\ &= 9975.825 \text{ 万美元} \end{aligned}$$

$$B_{fl} = 10000 \text{ 万美元}$$

因此，对于该金融机构而言，此利率互换的价值为

$$9975.825 - 10000 = -24.175 \text{ 万美元}$$

对该金融机构的交易对手来说，此笔利率互换的价值为正，即 24.175 万美元。

## 计算利率互换价值：FRA 定价法

- 运用 FRA 给利率互换定价
  - FRA 多头价值

$$(Ae^{r_F(T^* - T)} - Ae^{r_K(T^* - T)})e^{-r^*(T^* - t)}$$

- 从利率期限结构中估计出 FRA 对应的远期利率，即可得到每笔 FRA 的价值，加总即为利率互换多头的价值。



## 案例 7.2 I

假设在一笔利率互换协议中，某一金融机构支付 3 个月期的 LIBOR，同时收取 4.8% 的年利率（3 个月计一次复利），名义本金为 1 亿美元。互换还有 9 个月的期限。目前 3 个月、6 个月和 9 个月的 LIBOR（连续复利）分别为 4.8%、5% 和 5.1%。试计算此笔利率互换对该金融机构的价值。

首先可得 3 个月计一次复利的 4.8% 对应的连续复利利率为

$$4 \times \ln\left(1 + \frac{4.8\%}{4}\right) = 4.7714\%$$

# 案例 7.2 II

表 7-2 运用 FRA 组合给利率互换定价 (万美元)

	贴现率	固定利率	远期利率	现金流或 FRA 价值
3 个月 后	4.8%	4.7714%		$10000 \times (e^{4.7714\% \times 0.25} - e^{4.80\% \times 0.25})$ $\times e^{-4.8\% \times 0.25} = -0.715$
6 个月 后	5%	4.7714%	$\frac{5\% \times 0.5 - 4.8\% \times 0.25}{0.25} = 5.2\%$	$10000 \times (e^{4.7714\% \times 0.25} - e^{5.2\% \times 0.25})$ $\times e^{-5\% \times 0.5} = -10.581$
9 个月 后	5.1%	4.7714%	$\frac{5.1\% \times 0.75 - 5\% \times 0.5}{0.25} = 5.3\%$	$10000 \times (e^{4.7714\% \times 0.25} - e^{5.3\% \times 0.25})$ $\times e^{-5.1\% \times 0.75} = -12.88$
互换 总价 值				-24.176

## 合理互换利率的确定

- 合理的互换利率就是使得利率互换价值为零的固定利率，即

$$B_{fl} = B_{fix}$$

## 案例 7.3：合理互换利率的确定 I

假设在一笔 2 年期的利率互换协议中，某一金融机构支付 3 个月期的 LIBOR，同时每 3 个月收取固定利率（3 个月计一次复利），名义本金为 1 亿美元。目前 3 个月、6 个月、9 个月、12 个月、15 个月、18 个月、21 个月与 2 年的贴现率（连续复利）分别为 4.8%、5%、5.1%、5.2%、5.15%、5.3%、5.3% 与 5.4%。第一次支付的浮动利率即为当前 3 个月期利率 4.8%（连续复利）。试确定此笔利率互换中合理的固定利率。

## 案例 7.3：合理互换利率的确定 II

$$B_{fl} = 10000 \text{ 万美元}$$

$$\begin{aligned} \text{令 } B_{fix} &= \frac{k}{4}e^{-0.048 \times 0.25} + \frac{k}{4}e^{-0.05 \times 0.5} + \frac{k}{4}e^{-0.051 \times 0.75} \\ &\quad + \frac{k}{4}e^{-0.052 \times 1} + \frac{k}{4}e^{-0.0515 \times 1.25} + \frac{k}{4}e^{-0.053 \times 1.5} \\ &\quad + \frac{k}{4}e^{-0.053 \times 1.75} + (10000 + \frac{k}{4})e^{-0.054 \times 2} \\ &= 10000 \text{ 万美元} \end{aligned}$$

$k = 543$  美元，即固定利率水平应确定为 5.43%（3 个月计一次复利）。

# 互换利率

- 利率互换协议中合理的固定利率就是使得互换价值为零的利率水平，也就是我们通常所说的互换利率。
- 现实中的互换利率是市场以一定的计息频率为基础、就特定期限形成的互换中间利率。以美元为例，市场通常将每半年支付固定利息对 3 个月 LIBOR 的互换中间利率作为美元互换利率。

## 互换收益率曲线

- 美元 LIBOR、美元互换利率与欧洲美元期货利率
  - 国际利率互换与 LIBOR 的违约风险与流动性风险相当接近, 多采用 LIBOR 作为贴现率。
  - 当利率互换浮动端为 LIBOR 时, 互换利率通常作为与 LIBOR 期限结构对应的**平价到期收益率**。
  - 欧洲美元期货可用来对冲美元 LIBOR 利率变动的风险
- 互换利率与国债平价到期收益率之差被称为互换价差 (Swap Spread), 主要体现了银行间市场的信用风险与流动性风险。
- “互换收益率曲线” (the Term Structure of Swap Rate or the Swap Curve)

## 互换收益率曲线优势

- 互换曲线能够提供更多到期期限的利率信息。
- 特定期限的互换利率具有延续性，几乎每天都有特定期限的互换利率。
- 互换是零成本合约，其供给是无限的，不会受到发行量的制约和影响。
- 对于许多银行间的金融衍生产品来说，与无风险利率相比，互换利率由于反映了其现金流的信用风险与流动性风险，是一个更好的贴现率基准。



## 从利率互换中提取其他利率的信息 I

- 当浮动端利率与贴现率均为 LIBOR 时，互换利率通常作为与 LIBOR 期限结构对应的平价到期收益率。
- 当浮动端利率与贴现率不同时，互换利率就不是平价到期收益率，而是浮动端利率即期和远期利率的加权平均数，权重取决于贴现率的期限结构。

$$r_s e^{-r_1} + r_s e^{-2r_2} = r_{f_1} e^{-r_1} + r_{f_{12}} e^{-2r_2}$$

$$r_s = \frac{e^{-r_1}}{e^{-r_1} + e^{-2r_2}} r_{f_1} + \frac{e^{-2r_2}}{e^{-r_1} + e^{-2r_2}} r_{f_{12}}$$

## 从利率互换中提取其他利率的信息 II

- 我国基于 7 天回购利率的利率互换就属于这种情形。该互换的贴现率应为银行间市场相应期限的同业拆放利率，它与 7 天回购利率显然不同。这样，利用上式就可以考察该互换利率、7 天回购利率和银行同业拆放利率之间的关系。

## 从互换利率与国债收益率之差中提取信息 I

由于美国国债不存在信用风险，流动性好，甚至还有政策便利。而互换存在着对手风险，此外互换利率还受互换市场个性风险影响。因此互换利率与国债收益率之差可以反映互换的对手风险、国债的便利收益以及互换个性风险等信息。

Feldhütter and Lando (2008) 用卡尔曼滤波方法将上述差价分解成三个构成部分：







# 目录

利率互换的定价

货币互换的定价

互换的风险









## 举例 III

- 对于甲银行
  - 美元固定利率债券多头与英镑固定利率债券空头组合
  - 一系列 FXA 的组合

# 运用债券组合为货币互换定价

- 定义

- $V_{\text{互换}}$ : 货币互换的价值
- $B_F$ : 用外币表示的从互换中分解出来的外币债券的价值
- $B_D$ : 从互换中分解出来的本币债券的价值
- $S_0$ : 即期汇率（直接标价法）

- 对于收入本币利息、付出外币利息的一方：

$$V_{\text{互换}} = B_D - S_0 B_F$$

- 对付出本币利息、收入外币利息的一方：

$$V_{\text{互换}} = S_0 B_F - B_D$$







## 远期外汇协议定价法 I

即期汇率为 1 美元 = 110 日元，或 1 日元 = 0.009091 美元。根据  $F = Se^{(r-r_f)(T-t)}$ ，一年期、两年期和三年期的远期汇率分别为

$$0.009091e^{0.04 \times 1} = 0.009462$$

$$0.009091e^{0.04 \times 2} = 0.009848$$

$$0.009091e^{0.04 \times 3} = 0.01025$$







# 目录

利率互换的定价

货币互换的定价

互换的风险



# 互换的信用风险 I

- OTC 交易的信用风险（对手方风险）
  - 当利率或汇率等市场价格的变动使得互换对交易者而言价值为正时存在
- 利率互换
  - 交换的仅是利息差额，其交易双方真正面临的信用风险暴露远比互换的名义本金要少得多
- 货币互换
  - 由于进行本金的交换，其交易双方面临的信用风险比利率互换要大一些



# 互换的市场风险

- 与互换相联系的市场风险主要可分为利率风险和汇率风险：
  - 对于利率互换来说主要的市场风险是利率风险
  - 对于货币互换而言市场风险包括利率风险和汇率风险
- 利率风险的管理：久期、凸性等分析工具，运用市场上的固定收益产品如欧洲美元期货等对冲
- 汇率风险的管理：远期外汇协议等















The background features a large, light gray watermark of the Xiamen University logo. The logo is circular and contains the university's name in Chinese characters '廈門大學' at the top and 'UNIVERSITAS AMOIENSIS' at the bottom. In the center is a shield with a building illustration and two stars on either side.

聯合聯合

<http://efinance.org.cn>  
[zlzheng@xmu.edu.cn](mailto:zlzheng@xmu.edu.cn)  
[aronge@xmu.edu.cn](mailto:aronge@xmu.edu.cn)