金融工程

第0章 资产定价方法

厦门大学金融系
郑振龙 陈蓉

目 录

- 绝对定价法与相对定价法
- 复制定价法、风险中性定价法与状态价格定价法
- A General Case
- 积木分析法

绝对定价法与相对定价法

- 绝对定价法：运用恰当的贴现率将未来现金流贴现加总（股票和债券）
- 相对定价法：利用标的资产价格与衍生证券价格之间的内在关系，直接根据标的资产价格求出衍生证券价格
- 绝对定价法具有一般性，易于理解，但难以应用；相对定价法则易于实现，贴近市场，一般仅适用于衍生证券

目 录

套利

- 如果一个市场上，存在下述情况：初期投入为0，未来回报大于等于0，大于0的概率大于0，这个市场就存在套利机会，否则该市场是无套利的。

- 市场达到无套利均衡时的价格简称无套利价格。

- 无套利是衍生资产定价的基本假设，以下三种定价方法均基于无套利的假设。

复制定价法：例子I

- 假设一种不支付红利股票目前的市价为10元，我们知道在3个月后，该股票价格或者为11元，或者为9元。假设选择的无风险年利率为10%，如何为一份3个月期协议价格为10.5元的该股票看涨期权定价？

复制定价法：例子II

- 为了找出该期权的价值，可构建一个由一单位看涨期权空头和Δ单位标的股票多头组成的组合。为了使该组合在期权到期时无风险，Δ必须满足

$$11\Delta - 0.5 = 9\Delta$$

复制定价法：例子III

- 该组合的现值应为

$$2.25e^{-0.1\times0.25} = 2.19\text{元}$$

- 由于该组合中有一单位看涨期权空头和0.25单位股票多头，而目前股票市价为10元，因此

$$10\times0.25 - f = 2.19$$
$$f = 0.31\text{元}$$

复制定价法的核心

- 复制
  - 定价过程中我们用股票和期权合成了一个无风险资产，也可理解为用股票和无风险资产复制出了期权
- 无套利
  - 无风险组合获取无风险收益

风险中性定价法

- 从复制定价法中可以看出，在确定期权价值时，我们并不需要知道股票价格在真实世界中上涨到 11 元的概率和下降到 9 元的概率。也就是说，我们并不需要了解真实世界中股票未来价格的期望值，而期望值的确定正与投资者的主观风险偏好相联系。

- 因此我们可以在假设风险中性的前提下为期权定价。

风险中性定价法

- 在为衍生证券定价时，我们作了一个可以大大简化工作的假定：投资者是风险中性的。
- 在此假设下，所有证券的预期收益率都等于无风险利率，因为风险中性的投资者不需要额外的风险收益来吸引他们承担风险；相应地，所有未来现金流的贴现率也都是无风险利率。
- 这仅仅是一个技术假定，我们并不真的认为市场投资者是风险中性的。但在此假定下的结论不仅适用于投资者风险中性的情形，也适用于投资者厌恶风险的现实世界。
- 这就是风险中性定价原理。

风险中性定价法：例子I

- 假设一种不支付红利股票目前的市价为10元，我们知道在3个月后，该股票价格或者为11元，或者为9元。假设选择的无风险年利率为10%，如何为一份3个月期协议价格为10.5元的该股票看涨期权定价？

风险中性定价法：例子II

- 在风险中性世界中，假设股票价格上升的概率为$\hat{P}$，下跌概率为1- $\hat{P}$，则

$$e^{-0.1\times0.25}\left[11\hat{P}+9\left(1-\hat{P}\right)\right]=10$$

$$\hat{P}=0.6266$$

- 这样，根据风险中性定价原理，期权价值为

$$f=e^{-0.1\times0.25}\left(0.5\times0.6266+0\times0.3734\right)=0.31\text{元}$$

风险中性定价法的核心

- 要注意的是，我们之所以能够使用风险中性定价法，是因为我们假设市场是无套利的和完全的。
- 完全市场是指所有证券都是可复制的。

状态价格定价法

- 状态价格：在特定的状态发生时回报为1，否则回报为0的资产在当前的价格。
- 如果未来时刻有N种状态，而这N种状态的价格都已知，那么我们只要知道某种资产在未来各种状态下的回报状况，就可以对该资产进行定价，这就是状态价格定价技术。
- 显然，状态价格定价法也是基于无套利和可复制的前提。

状态价格定价法：例子I

- 假设一种不支付红利股票目前的市价为10元，我们知道在3个月后，该股票价格或者为11元，或者为9元。假设选择的无风险年利率为10%，如何为一份3个月期协议价格为10.5元的该股票看涨期权定价？

状态价格定价法：例子II

- 设上升状态价格为 π_u ，下跌状态价格为 π_d 。则

$$11\pi_u + 9\pi_d = 10$$

$$\pi_u + \pi_d = e^{-10\% \times 3/12}$$

- 解得

$$\pi_u = 0.62, \pi_d = 0.35$$

- 所以

$$f = 0.5 \times 0.62 = 0.31\text{元}$$

目录

- 绝对定价法与相对定价法
- 复制定价法、风险中性定价法与状态价格定价法
- A General Case
- 积木分析法

A General case

- 假设一只无红利支付的股票，当前时刻t股票价格为S，基于该股票的某个期权的价值是f，期权到期日为T。在期权存续期内，股票价格或者上升到Su，相应的期权回报为f_u；或者下降到Sd，相应的期权回报为f_d。

复制定价法

- 构造一个由一单位看涨期权空头和Δ单位标的股票多头组成的组合，并可计算得到该组合无风险时的Δ值。

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{Su - Sd}$$

- 如果无风险利率为r，在无套利条件下，有

$$S\Delta - f = \left(Su\Delta - f_u\right)e^{-r(T-t)}$$

- 所以

$$f = e^{-r(T-t)}\left[\hat{P}f_u + \left(1-\hat{P}\right)f_d\right]$$

$$\hat{P} = \frac{e^{r(T-t)} - d}{u - d}$$

风险中性定价法

- 假设风险中性世界中股票的上升概率为$\hat{P}$。在无套利条件下，股票价格未来期望值按无风险利率贴现的现值等于该股票当前的价格，即

$$S = e^{-r(T-t)}\left[\hat{P}Su + \left(1-\hat{P}\right)Sd\right]$$

- 因此

$$\hat{P} = \frac{e^{r(T-t)} - d}{u-d}$$

$$f = e^{-r(T-t)}\left[\hat{P}f_u + \left(1-\hat{P}\right)f_d\right]$$

状态价格定价法I

- 购买Su份基本证券1和Sd份基本证券2，在无套利条件下，该组合在T时刻的回报与股票是相同的，即

$$S = \pi_u Su + \pi_d Sd$$

$$1 = \pi_u u + \pi_d d$$

- 同时，购买1份基本证券1和1份基本证券2，在无套利条件下，该组合在T时刻总能获得1元，也就是说，这是无风险组合，即

$$\pi_u + \pi_d = e^{-r(T-t)}$$

状态价格定价法II

- 所以

$$\pi_u = \frac{1 - de^{-r(T-t)}}{u-d}, \pi_u = \frac{ue^{-r(T-t)} - 1}{u-d}$$

- 继而有

$$f = e^{-r(T-t)}\left[\hat{P}f_u + \left(1-\hat{P}\right)f_d\right]$$

$$\hat{P} = \frac{e^{r(T-t)} - d}{u-d}$$

Question

- 在现实世界中状态价格取决于什么？
- 你知道该股票在现实世界中上升的概率吗？

目 录

- 绝对定价法与相对定价法
- 复制定价法、风险中性定价法与状态价格定价法
- A General Case
- 积木分析法

积木分析法

- 金融工程产品和方案本来就是由股票、债券等基础性证券和4种衍生证券构造组合形成的，积木分析法非常适合金融工程

- 积木分析法的重要工具是金融产品回报图或是损益图。

謝謝

http://efinance.org.cn
zlzheng@xmu.edu.cn
aronge@xmu.edu.cn