跨期均衡模型主要解决两个问题：1 无风险利率（更一般的是 0 贝塔资产的收益率）和风险溢酬的决定因素，在 CAPM 模型中风险溢酬是外生的；2 风险溢酬变动与市场效率是否一致。

股权溢价之迷

随机贴现因子

在跨期的条件下，投资者的目标是

$$MaxE_t\left[\sum_{j=0}^{\infty} d^j U(C_{t+j})\right]$$

假设投资者可以以价格 P_t 买入为红利流为 $\left\{D_{t+j}\right\}$ 资产，投资者原来的消费水平是 Y，

他决定买入 x 的资产。那么 $C_t = Y_t - P_t x, C_{t+1} = Y_{t+1} + D_{t+1}x, \cdots, C_{t+j} = Y_{t+j} + D_{t+j}x, \cdots$

最优化的问题就是

$$\max\left\{U\left(Y_t - P_t x\right) + dU\left(Y_{t+1} + D_{t+1}x\right) + \cdots + d^j U\left(Y_{t+j} + D_{t+j}x\right) + \cdots\right\}$$

所以效用最大化的一阶条件为

$$P_t U'\left(C_t\right) = E_t \sum_{j=1}^{\infty}\left[d^j U'\left(C_{t+j}\right) D_{t+j}\right]$$

基本的定价方程就是

$$P_t = E_t \sum_{j=1}^{\infty}\left[d^j \frac{U'\left(C_{t+j}\right)}{U'\left(C_t\right)} D_{t+j}\right]$$

同理有

$$P_{t+1} = E_{t+1} \sum_{j=2}^{\infty}\left[d^{j-1} \frac{U'\left(C_{t+j}\right)}{U'\left(C_t\right)} D_{t+j}\right]$$

所以

$$\begin{aligned}
P_t &= E_t\left\{d\frac{U'\left(C_{t+1}\right)}{U'\left(C_t\right)} D_{t+1} + d\frac{U'\left(C_{t+1}\right)}{U'\left(C_t\right)} \sum_{j=2}^{\infty}\left[d^{j-1}\frac{U'\left(C_{t+j}\right)}{U'\left(C_{t+1}\right)} D_{t+j}\right]\right\} \\
&= E_t\left\{d\frac{U'\left(C_{t+1}\right)}{U'\left(C_t\right)} D_{t+1} + d\frac{U'\left(C_{t+1}\right)}{U'\left(C_t\right)} E_{t+1}\left\{\sum_{j=2}^{\infty}\left[d^{j-1}\frac{U'\left(C_{t+j}\right)}{U'\left(C_{t+1}\right)} D_{t+j}\right]\right\}\right\} \\
&= E_t\left[d\frac{U'\left(C_{t+1}\right)}{U'\left(C_t\right)}\left(P_{t+1} + D_{t+1}\right)\right]
\end{aligned}$$

对第 i 种资产，令 $R_{i,t+1}=\dfrac{P_{i,t+1}+D_{i,t+1}}{P_{i,t}}$ ，那么

$$U'(C_t)=dE_t[(1+R_{i,t+1})U'(C_{t+1})]$$

等式的左边是在 t 时刻少消费 1 美元付出的边际效用成本，等式右边表示 t 时刻在资产 i 上投资 1 美元，在 $t+1$ 时刻卖出，并将所得消费获得的边际效用收益。投资者使边际成本等于边际收益，所以这是一个表示最优决策的等式。

令 $M_{t+1}=dU'(C_{t+1})/U'(C_t)$ ，那么

$$1=E_t[(1+R_{i,t+1})M_{t+1}] \tag{1}$$

M_{t+1} 就是随机贴现因子，它等于跨期边际替代率。这样的随机贴现因子很多，比如说边际效用不同的投资者的随机贴现因子就不同，但所有随机贴现因子都必须满足等式（1）。对（1）式两边同时取无条件期望，再将时间滞后一阶，可得

$$1=E[(1+R_{i,t})M_t] \tag{2}$$

股权溢价之迷

CCAPM 和幂效用函数

令 $M_{t+1}=dU'(C_{t+1})/U'(C_t)$ 中的 C_t 等于总消费（就是假设存在一个代理人可以代表所有个人进行决策），我们就得到 CCPAM（consumption CAPM）。再假设代理人满足幂效用函数

$$U(C_t)=\frac{C_t^{1-g}-1}{1-g} \tag{3}$$

$g=-CU_{CC}/U_C$ ，所以是相对风险厌恶系数[1]。对（2）求导可得 $U'(C_t)=C_t^{-g}$ ，代入（1）式得

$$1=E_t\left[(1+R_{i,t+1})d(\frac{C_{t+1}}{C_t})^{-g}\right] \tag{4}$$

对数正态分布假设

假设资产收益和消费服从联合对数正态分布且满足同方差，对（3）式两边取对数，用

1 参见《数理金融》第一章第 8 节。

小写字母表示变量的对数，那么

$$
\begin{aligned}
0 &= \log\left(E_t\left[(1+R_{i,t+1}) d\,(\frac{C_{t+1}}{C_t})^{-g} \right] \right) \\
&= E_t\left[\log\left((1+R_{i,t+1}) d\,(\frac{C_{t+1}}{C_t})^{-g} \right) \right] + \frac{1}{2} Var_t\left[\log\left((1+R_{i,t+1}) d\,(\frac{C_{t+1}}{C_t})^{-g} \right) \right] \\
&= E_t\left[r_{i,t+1} \right] + \log d - g E_t\left[\triangle c_{t+1} \right] + \frac{1}{2}\left[s_i^{\,2} + g^2 s_c^{\,2} - 2g s_{ic} \right]
\end{aligned}
\quad (5)
$$

当 $r_{i,t+1} = r_{f,t+1}$ 的时候，（4）式可化为

$$
r_{f,t+1} = -\log d - \frac{g^2 s_c^{\,2}}{2} + g E_t\left[\triangle c_{t+1} \right] \quad (6)
$$

也就是说真实的无风险利率与消费增长率的期望之间存在线性关系，而且斜率等于相对风险厌恶系数。

进而，根据（5）和（6）可得

$$
E_t\left[r_{i,t+1} - r_{f,t+1} \right] + \frac{s_i^{\,2}}{2} = g s_{ic} \quad (7)
$$

利用 Jensen 不等式，（7）式可化为

$$
\log E_t\left[(1+R_{i,t+1})/(1+R_{f,t+1}) \right] = g s_{ic}
$$

也就是说风险溢酬取决于相对风险厌恶系数以及收益率和消费增长率的协方差。（7）式的直观解释是协方差很高的资产在消费水平很低的时候收益会很低（此时边际效用很高），这类资产的风险很大所以要求有很高的溢价。

股权风险溢价之迷（g 异常）

Campbell，Lo 和 MacKinlay（1997）将美国 1889－1994 年的数据（见表 1）代入方程（7）

$$
0.0418 + \frac{0.1674^2}{2} = 0.0027g
$$

发现满足等式的风险厌恶系数 g 是 19（我算出来是 21？），人们认为这是一个极其高风险厌恶程度，这就是股权溢价之迷。股权溢价之迷最早由 Mehra 和 Prescott（1985）年提出，他们发现要解释美国股票市场超额收益——股权溢价，相对风险厌恶系数必须介于 30－40 之间。这是很不正常的，因为我们可以假设有一个赌博，你的财富翻倍和减半的机会都是 50%，为了不参与这个赌博，你最多愿意支付多少呢？如果你的风险厌恶系数是 30，那意味着为了避免财富减半的可能，你愿意付出 49%的财富。这显然是很荒谬的。

表 1　美国 1889－1994 年消费增长率和资产收益的矩

变量	均值	标准差	与消费增长的相关系数	与消费增长的协方差

消费增长率	0.0172	0.0328	1.0000	0.0011
股票收益率	0.0601	0.1674	0.4902	0.0027
商业票据收益率	0.0183	0.0544	－0.1157	－0..0002
股票收益率－商业票据收益率	0.0418	0.1774	0.4979	0.0029

注：消费增长率是指非耐用商品和服务的实际对数增长率。股票收益率 1926 年以后取 S&P500 指数实际对数收益率，之前为 Grossman 和 Shiller（1981）年使用的可比指数的实际对数收益率。商业票据是指 1 月买入，7 月展期的商业票据。所有数据为年数据。引自 Campbell，Lo 和 MacKlay（1997）第 308 页。

我们可以用一个例子来解释什么是股权溢价之迷。假设在 1925 年你拥有$1000，由于担心股票的风险，你决定投资于政府债券，到 1995 年 12 月 31 日，你将拥有$12720（年收益率为 3.7%）。如果是投资于股票，你将拥有$84200（年收益率为 10.1%），是债券投资的 66 倍。两种投资收益率的差距为 6%，这是一个很大的收益差。股票投资和无风险投资的收益率差称为股权溢价，上述 6%的股权溢价无法用标准的资产定价模型解释，被称为股权溢价之迷。股权溢价之迷就是为什么股票投资和无风险投资的收益率差别会这么大。根据（7）式，股权溢价取决于两个因素：相对风险厌恶系数（风险价格），超额收益与消费增长率的协方差（风险）。美国的历史数据表明消费增长率是很平稳的，所以超额收益与消费增长率的协方差很小，因此那么高的股权溢价只能够用相当高的风险厌恶系数来解释。

股权溢价之迷与随机贴现因子

Shiller（1982），Hansen 和 Jagannathan（1991），Cocharane 和 Hansen（1992）将股权溢价之迷和随机贴现因子（代理人的跨期边际替代率）的波动率联系在一起，很高的股权溢价要求随机贴现因子的波动率很高。因为

$$1=E\left[M\left(1+R_i\right)\right]=E\left(M\right)E\left(1+R_i\right)+r_{M,R_i}s\left(R_i\right)s\left(M\right) \tag{8}$$

令$1=E\left[M\left(1+R_i\right)\right]$中的$R_i=R_f$，则$1+R_f=1/E\left(M\right)$，代入（8）可得（两边同除以$E\left(M\right)$）

$$E\left(R_i\right)-R_f=-r_{M,R_i}s\left(M\right)s\left(R_i\right)/E\left(M\right)$$

$$\frac{E\left(R_i\right)-R_f}{s\left(R_i\right)}=-r_{m,R_i}\frac{s\left(M\right)}{E\left(M\right)}$$

因为 $r_{M,R_i}\geq -1$，所以

$$\frac{E\left(R_i\right)-R_f}{s\left(R_i\right)}\leq\frac{s\left(M\right)}{E\left(M\right)} \tag{9}$$

（9）式左边是夏普比率。由于无风险利率约等于 1%，所以$E\left(M\right)\approx 1$，高股权溢价意味着（9）式左边很大，即随机贴现因子的波动率很大。

在资产收益和随机贴现因子服从对数正态分布且满足同方差的条件下，对等式

$1=E_t[(1+R_{i,t+1})M_{t+1}]$两边同时取对数可得

$$0=E_t\left[r_{i,t+1}\right]+E_t\left[m_{t+1}\right]+\left(\frac{1}{2}\right)\left[s_i^2+s_m^2+2s_{im}\right] \quad (10)$$

对无风险利率有

$$r_{f,t+1}=-E_t\left[m_{t+1}\right]-\frac{1}{2}s_m^2 \quad (11)$$

（10）－（11）得

$$E_t\left[r_{i,t+1}-r_{f,t+1}\right]+\frac{s_i^2}{2}=-s_{im} \quad (12)$$

就是说对数风险溢价取决于资产收益和随机贴现因子的协方差的负数。因为 $s_{im}=r_{m,r_i}s_i s_m$， $r_{m,R_i}\geq -1$，所以$-s_{im}\leq s_i s_m$，代入（12）得

$$s_m \geq \frac{E_t\left[r_{i,t+1}-r_{f,t+1}\right]+s_i^2/2}{s_i} \quad (13)$$

（13）式的右边是对数夏普比率。根据（13）式，随机贴现因子对数的标准差不小于所有资产中的最大的夏普比率。

无风险利率异常

Kandel 和 Stambaugh（1991）认为也许实际的风险厌恶系数比传统观点高得多。如果我们接受 19 这么大的风险厌恶系数是合理的，将表 1 的数据代入方程（6）

$$r_{f,t+1}=-\log d\ -\frac{g^2 s_c^2}{2}+g E_t\left[\triangle c_{t+1}\right]$$

$$0.0172=-\ln d+19\times 0.0172-\frac{1}{2}\times 19^2\times 0.0328^2$$

满足等式的贴现率d 是 1.12（我算的是 1.16），这是一个大于 1 的贴现率，这就是无风险利率异常。

它可以这样来理解，如果投资者是十分风险厌恶的，他们有强烈的欲望将高消费时期的财富与低消费时期的财富进行转换以使消费平滑，由于消费有稳定增长的趋势，是一个正值，$gE_t\left[\triangle c_{t+1}\right]$项会很大，也就是说高风险厌恶使投资者很想借钱来消除将来消费与现在消费的差异，从而有推动无风险利率上升的趋势，可是现实的无风险利率水平很低，唯一的解释是投资者必须是极端耐心的，他们赋予将来的消费更大的权重（贴现率大于 1，同样的消费在将来给他们带来的效用会更高），这样$-\log d$ 对，从而减少的投资者借钱的欲望。

当然，如果风险厌恶系数很大，方程（6）右边主要取决于$-\dfrac{g^2 s_c^2}{2}$项，要是无风险利

率很低，贴现率并不一定要大于 1。$-\frac{g^2 s_c^2}{2}$项实际上代表了预防性储蓄，在消费具有不确定性的条件下，投资者有储蓄的愿望，这有抵消借贷欲望的作用，不过在风险厌恶系数很大的条件下这种作用才会明显。

最近越来越多人开始关注通货膨胀率的测量误差的问题，如果通货膨胀率被高估了 1%，实际利率就被低估了 1%，这有助于解释无风险利率异常。不过此时消费增长率也被低估了 1%，这会加剧无风险利率异常。在$g>1$的条件下，后一种效应占据主要地位，所以通货膨胀率高估会使无风险利率之迷更难解释。

股票收益的可预测性与随机贴现因子

假设资产收益和随机贴现因子服从对数正态分布（没有同方差假设），对等式$1=E_t[(1+R_{i,t+1})M_{t+1}]$两边同时取对数可得

$$0=E_t\left[r_{i,t+1}\right]+E_t\left[m_{t+1}\right]+\left(\frac{1}{2}\right)\left[s_{i,t}^2+s_{m,t+1}^2+2s_{im,t+1}\right]$$

对无风险利率有

$$r_{f,t+1}=-E_t\left[m_{t+1}\right]-\frac{1}{2}s_{m,t+1}^2$$

所以有

$$E_t\left[r_{i,t+1}-r_{f,t+1}\right]+\frac{s_{i,t+1}^2}{2}=-s_{im,t+1}$$

因为$s_{im,t+1}=r_{im,t+1}s_{i,t+1}s_{m,t+1}$，所以

$$\frac{E_t\left[r_{i,t+1}-r_{f,t+1}\right]+\frac{s_{i,t+1}^2}{2}}{s_{i,t+1}}=\frac{\log E_t\left[(1+R_{i,t+1})/(1+R_{f,t+1})\right]}{s_{i,t+1}}=-r_{im,t+1}s_{m,t+1}$$

在等式的左边，收益的均值是可以预测的，收益的标准差会随着时间改变。迄今为止，我们知道它们可以用不同类别的变量在不同期限上预测。比如说d/p、期限溢酬等可以用来预测长期收益，过去收益的平方和波动率可以用来预测短期的方差。由于收益的条件均值和条件方差的变动不是一致的，夏普比率看来会随着时间而改变。（Glosten，Jagannathan 和 Runkle 1993，French Schwert 和 Stambaugh 1987，Yan 2000 发现条件期望和条件方差的一些共同运动，但没有发现这两个矩的波动是完全匹配的。）

在等式的右边，相关系数可能会随着时间变动，但很难解释。因此，为了解释夏普比率的变动，要求$s_t(m_{t+1})$会随着时间按类似的规律变动—随机贴现因子是条件异方差的。

在标准的幂效用模型里面

$$s_t(m_{t+1}) = s_t\left[\ln\left(d\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-g_t}\right)\right] = s_t\left[\ln d - g_t \ln\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)\right] = g_t s_t(\Delta c_{t+1})$$

所以 $s_t(m_{t+1})$ 随着时间变动要求风险厌恶系数会随着时间变动（时变风险厌恶）或者消费增长率也是条件异方差的，不过历史数据表明消费增长率不存在明显的条件异方差，剩下的唯一可能是时变风险厌恶。

股权溢价之迷的解释

针对股权溢价之迷，人们从流动性、数据、估计方法、假设条件、市场摩察等角度提出了各种解释。

（一）流动性和期限溢酬

一些人认为无风险利率很低是因为短期国债比长期金融资产的流动性更高，短期国债有点类似于货币，它的变现成本很低。短期国债的流动性优势使它的均衡收益降低，并加大了股权溢价（Bansal 和 Coleman 1996，Heaton 和 Lucas 1996）。这种解释的问题是它要求所有的长期资产与短期资产相比都有很大的超额收益。比如长期政府债券，它的流动性比较低，那么根据前面的解释长期政府债券应该有很大的期限溢酬，可是历史数据表明长期政府债券的期限溢酬基本上在 0.5%－1.5%之间，这与股权溢价相比显得很小。一个更直接的检验是用股票和长期债券的收益差额来衡量超额收益，而不是用股票和短期债券的收益差额来衡量超额收益。如果股权溢价是由短期债券的流动性引起的，就不会存在“股票－长期债券溢价”异常，可是 Campbell（1998）的检验结果表明“股票－长期债券溢价”异常和标准的股权溢价异常一样严重。

（二）数据问题

1.peso 问题（peso problem）。当一些重要事件可能对股票市场有重大影响，而且投资者在确定资产价格的时候觉得这些事件可能发生，就可能发生 peso 问题。Rietz（1988）认为一个摧毁整个股票市场的经济大灾难发生的概率极其小，但可能是抑制股票价格的主要原因。我们回顾美国过去 50 年的历史，没有严重的银行危机，没有 30 年代那样的大萧条，没有内战，没有制度危机；美国赢得了冷战，没有导弹从古巴、朝鲜和越南飞向美国。但是只要其中任何一件事情发生，股票市值就可能灾难性地下跌，那我们就不会在这里讨论股权溢价之迷。总之，由于存在 peso 问题，用不带灾难性事件的样本估计出来的股票溢价会比实际高出很多。

Campbell，Lo 和 MacKinlay（1997）认为上述解释的问题是经济大灾难会同时影响股票市场收益率和无风险收益率的平均水平，但不会影响风险溢酬。这就是说方程（7）左边的 $E_t\left[r_{i,t+1} - r_{f,t+1}\right]$ 项是一个差值，水平值的同时变动不会对它产生影响，所以 g 的估计也不会受影响。

$$E_t\left[r_{i,t+1}-r_{f,t+1}\right]+\frac{s_i^2}{2}=g s_{ic}$$

进一步，30 年代的大萧条对股票市场的影响很大，对债券的影响不大，但将这段时期纳入瑞典、英国和美国的样本以后股权溢价之迷仍然存在。

2.生存偏差（survivorship effect）。Brown，Goetzmann 和 Ross（1995）认为金融学家的研究集中于美国股票市场，是因为美国股票市场生存下来了，并且发展成为全世界最大的股票市场。但是其他国家的股票市场却并不是都这么幸运，如俄国的股票市场在过去 100 年中断了很长一段时间，再如阿根廷的股票市场，股票的收益很低，现在仅被当做一个不是很重要的不成熟的市场。因此生存偏差可能导致对美国股票市场的估计是正偏的。这个解释面临的问题是 19 世纪美国股票市场（Siegel，1994）和其它国家的一些股票市场，如加拿大、日本、澳大利亚和西欧的股票市场也存在股权溢价之迷（Campbell，1998）。

一个最基本的问题是，1947 年（或者 1871 年，或者样本开始的任意时刻）的投资者是否清楚地意识到样本期内股权溢价如此之高。如果意识到了这一点，投资者会改变投资组合还是无动于衷？如果投资者当时就预计到了这么高的股权溢价，并一如既往地按原来的决策进行投资，那我们就面临着一个艰巨的任务——解释投资者为什么没有购买更多的股票。这是股权溢价之迷的基本假设也是最大的挑战。实际上在 1947 年不可能有人清楚地知道美国是否会再次陷入大萧条或者第三次世界大战是否会爆发。6%～8%的股权溢价在 1947 年看来是极其不理性的预测。（我们可以对价值效应，小公司效应等其它异常提相同的问题，只有假设投资者意识到了投资收益的水平，并且因为风险厌恶而走开，用风险来解释这些异常才是有意义的，否则那只是运气而已。只有可以用风险来解释溢价才能持续！）

（三）改变 g 的估计方法——工具变量法

令 $h_{i,t+1}\equiv r_{i,t+1}-E_t\left[r_{i,t+1}\right]-g\left(\triangle c_{i,t+1}-E_t\left[\triangle c_{i,t+1}\right]\right)$，方程（5）可以写成

$$r_{i,t+1}=u_i+g\triangle c_{t+1}+h_{i,t+1} \tag{14}$$

其中 $u_i=\log d-\frac{1}{2}\left[s_i^2+r^2 s_c^2-2g s_{ic}\right]$。这提示我们可以用回归的方法来估计 g，但 $\triangle c_{t+1}$ 和 $h_{i,t+1}$ 是相关的，所以不能 OLS 来估计参数。不过 $h_{i,t+1}$ 和 t 时刻的信息中的任何变量是不相关的（因为 $h_{i,t+1}$ 是没有预测到的变动），所以我们可以用工具变量法来估计方程（14）。这里的工具变量可以选择滞后一阶或两阶的实际商业票据利率，实际消费增长率，以及股利与市价的比率。

在实际估计的时候，对方程（14）运用工具变量法进行估计的时候遇到的一个问题是工具变量和回归量之间的相关性太弱，一个解决办法是，令 $y=1/g$，然后估计方程（15）

$$\triangle c_{t+1}=t_i+y\, r_{i,t+1}+z_{i,t+1} \tag{15}$$

但是，无论是方程（14）还是方程（15）的估计结果，都无法给出明确的结果，也就无法对股权溢价之迷做出明确的解释。

（四）放宽对数正态分布假设——广义矩（GMM）估计

用广义矩法估计，可以不用对分布做任何假设。估计的结果仍然拒绝幂效用下的CCAPM。

（五）市场摩察使 CCAPM 失效

在考虑了数据问题、估计方法问题仍无法得到理想的结果以后，人们开始从市场摩擦和效用函数的角度来解释股权溢价的问题。

一种观点认为是市场摩擦使标准的 CCAPM 失效。市场摩擦包括交易成本、借贷和卖空限制，市场摩擦会使总消费无法代表股票市场投资者的消费，从而使 CCAPM 失效。这方面的研究主要包括：

1.时间加总和测量误差问题。标准的 CCAPM 中的消费应该是指某个时点的消费，而我们能够得到的消费数据是在一段时间内的总和（时间加总的），而且存在测量误差。Grossman 等（1987）和 Wheatley（1988）考虑了这个问题，但他们的结果仍然拒绝 CCAPM 模型。

2.代理人约束问题。一个更极端的解释认为总消费根本就无法代表股票市场投资者的消费。一个简单的例子是经济中存在两种代理人：一种是约束代理人，他们消费劳动收入，不在资产市场进行交易。对应的是无约束的代理人。约束代理人的消费和均衡资产价格无关，但可能占总消费的一大部分，因此在 CCAPM 中用总消费是不合适的。Campbell 和 Mankiw（1990）以及 Mankiw 和 Zeldes（1991）考虑了这一问题。

3.噪音交易问题。噪音交易是指非投资性交易，比如为了获得流动性或者心理原因而进行的交易。Cambell 和 Kyle（1993）、Cutler 等（1991）、DeLong 等（1990）以及 Shiller（1984）的研究表明，因为噪音交易的存在，理性投资者的消费不是总消费。

4.投资者非同质问题。比如如果投资者的劳动收入的非系统性风险很大，只可能通过资产市场的交易间接地分担风险，那么投资者的私人消费比总消费的波动大得多，即使投资者有相同的效用函数，总消费仍然无法用来构造随机贴现因子。

非系统风险是长期以来股权溢价上一个不断增长的很重要的研究，与从偏好的角度研究股权溢价一样，这个研究的意义超过了股权溢价本身。我们对谁持有股票，他们为什么持有股票以及他们面临的是什么风险有了更深的了解。我们面临的挑战是用现有的资产构造出新的资产和方法来更好地规避风险。

Constantnides 和 Duffie（1996）给出了一个十分聪明和简单的模型，在这个模型里非系统风险可以用来解释总消费和资产价格的任何规律。它可以解释股权溢价、预测性、相对稳定的无风险利率、稳定的总消费增长等等等等。以下是该模型的一个简单版本，每个消费者的效用函数是

$$U = E\sum_t e^{d\ t} C_{i,t}^{1-g}$$

私人消费 $C_{i,t+1}$ 取决于独立的非系统的、服从标准（0，1）正态分布的冲击 $h_{i,t}$，

$$\ln\left(\frac{C_{i,t+1}}{C_{i,t}}\right) = h_{i,t+1} y_{t+1} - \frac{1}{2} y_{t+1}^2$$

其中 y_{t+1} 是消费增长率在横截面上的标准差（因为它是方程右边不确定项的系数）。令

$$y_{t+1} = \sqrt{\frac{2}{g\,(g+1)}}\sqrt{d - \ln R_{t+1}}$$

这使得市场收益很低的时候消费增长率的横截面方差很大。

5.总消费的替代。面对总消费给我们带来的重重困难，也许应该考虑摆脱总消费的限制，一种方法是将 CCAPM 中的总消费用决定消费的状态变量来代替。Epstein 和 Zin（1989，1991）、Weil（1989）在 Kreps 和 Porteus（1978）的理论框架上发展了一个更有弹性的幂效用函数。他们将效用函数递归定义成

$$U_t = \left\{(1-d)C_t^{\frac{1-g}{q}} + d\left(E_t\left[U_{t+1}^{1-g}\right]\right)^{\frac{1}{q}}\right\}^{\frac{q}{1-g}} \qquad (16)$$

其中$q \equiv (1-g)/(1-1/y)$，y 是跨期边际替代率的弹性。当$g = 1/y$时，$q = 1$，（16）式就是幂效用模型。（幂效用模型的y 等于风险厌恶系数的倒数吗？）。代理人的预算约束是

$$W_{t+1} = (1+R_{w,t+1})(W_t - C_t) \qquad (17)$$

其中W_{t+1}是代理人的财富，$R_{w,t+1}$是所有用于投资的财富的收益。运用动态规划，根据（16）和（17）可以得到

$$1 = E_t\left[\left\{d\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\frac{1}{y}}\right\}^{q}\left\{\frac{1}{(1+R_{w,t+1})}\right\}^{1-q}(1+R_{i,t+1})\right] \qquad (18)$$

假设资产收益和消费服从联合对数正态分布而且是同方差的，那么

$$r_{f,t+1} = -\log d + \frac{q-1}{2}s_w^2 - \frac{q}{2y^2}s_c^2 + \frac{1}{y}E_t\left[\triangle c_{t+1}\right] \qquad (19)$$

$g = 1/y$时，$q = 1$，（19）式与（6）式等价。风险资产的溢酬等于

$$E_t\left[r_{i,t+1}\right] - r_{f,t+1} + \frac{s_i^2}{2} = q\frac{s_{ic}}{y} + (1-q)s_{iw} \qquad (20)$$

也就是说风险溢酬是资产 i 与消费增长率的协方差（除以跨期替代率）和资产 i 与财富收益的协方差的加权平均。因此（20）式囊括了幂效用下的 CCPM（$q = 1$）和传统的静态 CAPM（$q = 0$）。

通过对预算约束方程的变换，最终可将消费用其他变量替代，得到下面的方程，

$$E_t\left[r_{i,t+1}\right] - r_{f,t+1} + \frac{s_i^2}{2} = g s_{iw} + (g-1)s_{ih}$$

其中 $s_{ih} \equiv Cov_t\left[r_{i,t+1}, E_{t+1}\left[\sum_{j=1}^{\infty} r^j r_{m,t+1+j}\right] - E_t\left[\sum_{j=1}^{\infty} r^j r_{m,t+1+j}\right]\right]$，它表示第 i 个资产的收益和关于市场未来收益的消息之间的协方差。

动态规划简介

在组合理论发展的初期，所有的模型都是静态的（两阶段的），两阶段模型是不合实际的，因为多数投资者的生命比一个投资期更长，一个动态的、多期的模型会更符合实际。通过将两阶段模型中第二阶段的效用函数用价值方程（value function）代替，我们可以利用动态规划得到动态条件下的结论。

让我们从效用函数开始，现在将效用函数定义在本期的消费和下一期的财富上

$$U = U\left(C_t\right) + d E_t V\left(W_{t+1}\right)$$

这样定义是合理的，因为在多期的条件下，投资者的效用函数是

$$U = E_t \sum_{j=0}^{\infty} d^j U\left(C_{t+j}\right)$$

定义价值方程是效用函数的最大值

$$V\left(W_t\right) \equiv \max_{\{C_t, C_{t+1}, C_{t+2} \ldots a_t, a_{t+1}, \ldots\}} E_t \sum_{j=0}^{\infty} d^j U\left(C_{t+j}\right)$$

$$s.t. W_{t+1} = R_{t+1}^W\left(W_t - C_t\right); R_{t+1}^W = a_t' R_t; a'1 = 1$$

其中 $R \equiv \left[R^1 R^2 \cdots R^N\right]'$。

通过价值方程，我们可以将无限期的问题转换为两期的问题。因为价值方程可以写成

$$V\left(W_t\right) \equiv \max_{\{C_t, a_t\}}\left\{U\left(C_t\right) + d E_t\left[\max_{\{C_{t+1}, C_{t+2} \ldots a_{t+1}, a_{t+2}, \ldots\}} E_{t+1} \sum_{j=0}^{\infty} d^j U\left(C_{t+1+j}\right)\right]\right\}$$

或者

$$V\left(W_t\right) \equiv \max_{\{C_t, a_t\}}\left\{U\left(C_t\right) + d E_t V\left(W_{t+1}\right)\right\}$$

价值方程描述了投资者实际上是如何做决策的。当投资者觉得‘我没有能力买一辆新车”的时候，他们考虑的是买车引起的价值方程下降大于拥有新车带来的边际效用上升，而不是买了新车以后，今后 20 年我都不能出去享用晚餐了。因此，价值方程描述了效用最大化的心理过程。

假设投资者可以以价格 P_t 买入收入为 X_{t+1} 资产，他应该买入或卖出多少资产呢？假设投资者原来的消费水平是 Y，他决定买入 x 的资产。那么最优化的问题就是

$$\max_{\{x\}}\left\{U\left(C_t\right) + d E_t V\left(W_{t+1}\right)\right\} s.t.$$

$$C_t = Y_t - P_t x \text{ ， } C_{t+1} = Y_{t+1} + X_{t+1} x$$

目标方程是

$$\max_{\{x\}} \left\{ U\left(Y - P_t x\right) + d E_t V\left(Y_{t+1} + X_{t+1} x\right) \right\}$$

所以效用最大化的一阶条件为

$$P_t U'\left(C_t\right) = E_t\left[d V'\left(W_{t+1}\right) X_{t+1} \right]$$

基本的定价方程就是

$$P_t = E_t\left[d \frac{V'\left(W_{t+1}\right)}{U'\left(C_t\right)} X_{t+1} \right]$$

$$1 = E_t\left[d \frac{V'\left(W_{t+1}\right)}{U'\left(C_t\right)} \frac{X_{t+1}}{P_t} \right] = E_t\left[d \frac{V'\left(W_{t+1}\right)}{U'\left(C_t\right)} R_{t+1} \right]$$

令 $M_{t+1} = d \dfrac{V'\left(W_{t+1}\right)}{U'\left(C_t\right)}$，那么就有

$$1 = E_t[(1 + R_{t+1}) M_{t+1}]$$

前面我们假设投资者没有其它收入来源，如劳动收入。如果没有这些假设，价值方程可能依赖于其它一些与投资环境有关的变量，比如说 D/P 由指示收益高低的作用。 D/P 高的时候，即使财富不变，投资者也会感觉更高兴，因此价值方程的值会上升。这样价值方程就应该写成 $V\left(W_t, D/P_t\right)$。

W_t ， D/P 之类的变量就称为状态变量，它们决定了投资者效用最大效用是多少。财富是一个明显的状态变量，而其它状态变量应该描述“投资机会集的变动”——收入和资产收益的条件分布。这样，最优消费应该是状态变量的函数，$C_t = g\left(Z_{t+1}\right)$。同样，价值方程也取决于状态变量

$$V\left(W_t, Z_t\right)$$

因此

$$M_{t+1} = d \frac{V_W\left(W_{t+1}, Z_{t+1}\right)}{V_W\left(W_t, Z_t\right)}$$

（其中 $V_W\left(W_t, Z_t\right) = U'\left(C_t\right)$ 是因为一单位的消费在两种情况下带来的边际效用是一样的。这就是包络条件？）

通过简单的线性化我们就可以证明状态变量和财富一样是风险因子。可以用泰勒近似，也用连续时间的表达式进行线性化。在连续时间的条件下，基本定价方程可以写成

$$E \frac{dP}{P} - R^f dt = -E\left(\frac{d\Lambda}{\Lambda} \frac{dP}{P} \right)$$

$$\frac{d\Lambda_t}{\Lambda_t}=\frac{dU'(C_t)}{U'(C_t)}=\frac{dV_W(W_t,Z_t)}{V_W}$$

根据 Ito 引理

$$\frac{dV_W}{V_W}=\frac{WV_{WW}}{V_W}\frac{dW}{W}+\frac{V_{WZ}}{V_W}dZ+\frac{1}{2}(\text{二阶导项})$$

所以

$$E\frac{dP}{P}-R^f dt=rraE\left(\frac{dW}{W}\frac{dP}{P}\right)-\frac{V_{WZ}}{V_W}E\left(dZ\frac{dP}{P}\right)$$

其中 $rra=-\frac{WV_{WW}}{V_W}$，就是我们所说的风险厌恶系数。在离散的条件下，上式为

$$E(R)-R^f\approx rra\operatorname{cov}(R,\Delta W)+l_Z\operatorname{cov}(R,\Delta Z)$$

Cochrane（2000）对这种思路做出了评论。他认为股权溢价之迷主要与消费的平稳性有关，所以在金融理论发展的早期，它没有引起足够的注意。

在标准的组合分析里面，拥有 3～5 的风险厌恶系数的投资者不想购买更多的股票是很正常的。

（六）放宽幂效用函数假设

1.消费习惯的构成

对 p/d 可以预测股票收益的一种解释是人们在消费和财富增加的经济繁荣时期风险厌恶程度会降低，在消费和财富减少的萧条时期风险厌恶会上升。我们不能将风险厌恶和消费与财富的水平值联系在一起，因为消费和财富总体上是一直增长的，而股权溢价确不是逐渐降低的。因此，为了体现上述想法，我们必须构造一个模型，模型中的风险厌恶取决与消费或财富与某种“趋势”或最近的消费于财富的比率。现在我们从这个角度来考虑更一般的效用函数。

一种可能是效用在时间上也许是不可分割的。人们会在不同的消费水平上形成一定的消费习惯。这样“习惯”形成了消费中的“趋势”。这种想法并非不切实际，任何一个享用了一顿比萨晚餐或者一根雪茄的人都明白昨天的消费对今天的消费带来的感觉的影响。类似的机制是否适用于普遍的消费和更长的期间呢？也许我们习惯了一个生活水准，所有在过了几年好日子后消费水平的下降应该是很痛苦的，虽然同样的消费水平出现在几年苦日子之后也许是很幸福的。这种想法至少可以解释萧条是一个让人感觉很糟糕的事情。

Constantinider（1990）和 Sundaresan（1989）提出习惯的形成可能很重要。假设效用函数为 $U(C_t,X_t)$，其中 X_t 是随着时间变换的习惯。讨论这个模型会遇到以下几个问题：(1) 效用函数 $U(\bullet)$ 的方程形式，Abel（1990，1996）提出 $U(\bullet)$ 应该是比例 C_t/X_t 的幂函数。

而 Campbell 和 Cochrane（1995），Constantinedes（1990）以及 Sundaresan（1989）使用的是差分 $C_t - X_t$ 的幂函数；(2) 代理人自己的决策对未来习惯的影响方式问题，Constantinedes（1990）和 Sundaresan（1989）的内生习惯模型（internal-habit models）认为消费习惯取决于代理人自己的消费。Abel（1990，1996），Campbell 和 Cochrane（1995）的外生习惯模型（external-habit models）认为习惯取决于总消费，这里的总消费不会受任何代理人的决策的影响；(3) 是习惯对私人或总消费的反应速度问题。Abel（1990，1996），Dunn 和 Singleton（1986），Ferson 和 Constantinedes（1991）让消费依赖与滞后一期的消费，而 Constantinedes（1990），Sundaresan（1989），Campbell 和 Cochrane（1995）以及 Heaton（1995）认为习惯是逐步体现消费的变动的。

（1） 比例模型

根据 Abel（1990，1996），假设代理人的效用函数可以写成 C_t / X_t 的幂函数，

$$U_t = E_t \sum_{j=0}^{\infty} d^j \frac{\left(C_{t+j} / X_{t+j}\right)^{1-g} - 1}{1-g}$$

其中 X_t 概括了对过去的消费水平今天的效用的影响。X_t 可以设定成内生习惯（X_t 是私人消费的函数）也可以设定成外生习惯（X_t 是总消费的函数）。在外生习惯的条件下可以得出

$$r_{f,t+1} = -\log d - g^2 s_c^2 / 2 + g E_t\left[\triangle c_{t+1}\right] - k\left(g-1\right)\triangle c_t \qquad (9)$$

$$E_t\left[r_{i,t+1} - r_{f,t+1}\right] + s_i^2 / 2 = g s_{ic} \qquad (10)$$

Abel（1990，1996）认为外生习惯模型可以解释股权以及之迷。理由有两个：首先，方程（9）中平均的无风险利率水平为 $-\log d - g^2 s_c^2 / 2 + \left(g - k\left(g-1\right)\right) g$，其中 g 是平均的消费增长率。当风险厌恶系数 g 很大的时候，正的 k 会使平均的无风险减小，从而可以通过增大风险厌恶系数 g 来解决股权溢价之迷而不会带来无风险利率之迷；其次，正的 k 会使方程（9）中的 $-k\left(g-1\right)\triangle c_t$ 项的方差增加，从而使无风险利率的波动更大。如果假设股票收益等于消费，一个波动更大的实际利率会使 s_{ic} 更大（收益等于消费），从而使股权溢价上升。

其实第二个理由应该是这个模型的缺陷，因为股权溢价之迷其实是指股权溢价和 s_{ic} 的比例太大，股票收益等于消费会使分子分母同时变大，并不能改善估计结果。而且实际利率在短期内的波动也不会很大。根据大的 k 得到的实际利率的方差可能是不切实际的。内生习惯比例模型也存在类似的问题。

实际上在无风险利率上遇到的困难是习惯模型的主要问题。不可分的时间偏好使边际效用即使是在消费十分平稳的时候波动也很大，因为消费者根据现在的消费与最近的消费的相对水平，而不是根据绝对消费水平获得效用。除非消费和习惯的过程采用特别的形式，不可分的时间偏好导致预期边际效用在连续几期内的摆动很大，这意味着实际利率的波动很大。幸好下面的差分模型可以解决这个问题。

（2） **差分模型**

假设效用函数是

$$U_t = E_t\left[\sum_{j=0}^{\infty} d^{\,j}\,\frac{\left(C_{t+j}-X_{t+j}\right)^{1-g}-1}{1-g}\right]$$

其中 X_t **是外生的（是总消费的函数）。假设消费增长率满足**

$$\Delta c_{t+1} = g + v_{t+1};\ v_{t+1} \sim i.i.d\ \mathrm{N}\left(0, s^{2}\right)$$

定义消费比率剩余 $S_t \equiv \dfrac{C_t - X_t}{C_t}$ **，假设消费比率剩余服从** AR（1）

$$s_{t+1} = \left(1-f\right)\overline{s} + f s_t + l\left(s_t\right)\left(c_{t+1}-c_t-g\right)$$

其中 $l\left(s_t\right) = \dfrac{1}{S}\sqrt{1-2\left(s_t-\overline{s}\right)}-1$。$S_t$ **可以可以看做一个经济状态变量。随时间变动的预期收益，** p/d **比率等等都是它的函数。**

边际效用是

$$U_C\left(C_t, X_t\right) = \left(C_t - X_t\right)^{-g} = \left(S_t C_t\right)^{-g} = S_t^{-g} C_t^{-g}$$

随机贴现因子是

$$M_{t+1} \equiv d\,\frac{U_C\left(C_{t+1}, X_{t+1}\right)}{U_C\left(C_t, X_t\right)} = d\left(\frac{S_{t+1}}{S_t}\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-g}$$

因为 S **和** C **都是对数正态的，所以**

$$r_t^{\,f} = -\ln E_t\left(M_{t+1}\right) = -\ln\left(d\right) + g\,g - \frac{1}{2}g\left(1-f\right)$$

这个模型怎么解释股权溢价、无风险利率之迷和收益的可预测性呢？当消费者形成了一定的消费习惯以后，风险厌恶系数取决于g **和消费水平与习惯的差距。注意**g **已经不再是风险厌恶系数了，此时的相对风险厌恶系数应该是**

$$h_t \equiv \frac{-C_t U_{CC}\left(C_t - X_t\right)}{U_C\left(C_t - X_t\right)} = \frac{g}{S_t}$$

当消费水平相对于消费习惯下降的时候（ S_t **下降），风险厌恶系数上升（**h_t **上升），人们变得更加难以忍受消费水平的下降。进一步**

$$\frac{E_t\left[r_{i,t+1} - r_{f,t+1}\right] + \dfrac{s_{i,t+1}^{\,2}}{2}}{s_{i,t+1}} = \frac{\log E_t\left[(1+R_{i,t+1})/(1+R_{f,t+1})\right]}{s_{i,t+1}} = -r_{im,t+1}s_{m,t+1}$$

而

$$\sigma_t\left(m_{t+1}\right)=\sigma_t\left[\ln\left(\delta\left(\frac{S_{t+1}C_{t+1}}{S_tC_t}\right)^{-\gamma}\right)\right]$$
$$=\sigma_t\left[\ln\delta-\gamma\ln S_{t+1}+\gamma\ln S_t-\gamma\ln\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)\right]=\gamma\sigma_t\left(\Delta c_{t+1}\right)$$

再附近一系列的条件，我们可以得到

$$r_{t+1}^{f}=-\log\left(\delta\right)+\gamma g-\gamma\left(1-\phi\right)\left(s_t-\overline{s}_t\right)-\frac{\gamma^2\sigma_v^2}{2}\left[\lambda\left(s_t\right)+1\right]^2 \qquad (11)$$

（11）式的第三项反应了边际替代率或边际效用的均值回归的影响。如果消费剩余比例很低，消费的边际效用很高，但预计消费剩余比例会向均值回归，因此预期边际效用将会下降。这样消费者倾向于借钱来消费，从而推高均衡的无风险利率。（11）式的第四项反应了预防性储蓄的影响，随着不确定性的增加，消费者倾向于增加储蓄，从而推动均衡的无风险利率上升。

即使无风险利率是常数，消费服从随机漫步，上述外生习惯模型也能够和大的股权溢价，波动比较大的股票价格以及可预测的超额股票收益等现象一致。它的基本的机制是时变风险厌恶。当消费相对于习惯下降的时候，风险厌恶的上升会推动股票之类的风险资产的风险溢价上升，导致股票价格下跌。这可以解释为什么股票收益率比消费增长率和无风险利率的波动大得多。（？有没有具体的模型解释）

2.偏好的心理模型

心理学家和实验经济家发现，人们的决策与标准的预期效用模型有几个不同的地方。最近的一些研究开始运用这些发现来给资产定价。

标准的预期效用模型是

$$MaxE_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\delta^jU(C_{t+j})\right]$$

这个模型主要包括三个设定：期限效用函数 $U\left(C_t\right)$，按贴现因子 δ 的几何级数贴现，以及期望算子 E_t。心理模型就是在这些设定上作一些变动。

（1）前景理论

最著名的心理决策模型是 Kahneman 和 Tversky（1979），Tversky 和 Kahneman（1992）的前景理论（prospect theory）。最初的前景理论是静态模型，不强调贴现，但它改变了标准模型的其它两个设定。首先该模型的偏好是定义在获利和损失上的，而不是定义在消费上。这个理论的一个主要观点是人们对损失赋予的权重比获利更大。因此如果 x 是一个随机变量，它的正值代表收益，负值代表获利，那么效用函数是

$$v(x)=\begin{cases}\dfrac{x^{1-g_1}-1}{1-g_1} & x\ge 0\\ -l\,\dfrac{x^{1-g_2-1}}{1-g_2} & x<0\end{cases}$$

其中g_1和g_2代表收益和获利的曲率，两者可能不相等。$l>1$衡量的是损失厌恶。l越大，对损失赋予的权重越大。其次前景理论改变了期望算子，期望算子将各种可能的结果安概率加权，而前景理论用概率非线性函数将各种可能的结果加权，或者用概率非线性函数将各种更好或更差的结果加权，还有一些更一般的模型，比如 Barberis，Shleifer 和 Vishny（1996），DeLong 等（1990）以及 Froot（1989）用主观预期代替预期算子。

在运用前景理论对给资产定价的时候，一个关键的问题是定义损失和获利的基准结果如何随着时间演变。Benarizi 和 Thaler（1995）将投资的偏好定义在收益上，0 收益是损失和获利的界限。收益可以是以不同期限为单位的。投资者如果每 K 个月更新一次自己的基准业绩，那么 K 月收益率就是我们要讨论的。Benarizi 和 Thaler 的研究表明短期的损失厌恶是投资者在股权溢价很大的情况下也不愿意持有股票。Bonomo 和 Garcia（1993）用基于消费的损失厌恶模型得到了类似的结果。

Epstein 和 Zin（1990）在一个相关的研究中的设定是效用函数具有一阶风险厌恶——诱使投资者参与一个小小的赌博的风险溢价和标准差而不是经典理论中的方差成比例。这个性质使该模型预测的风险溢价增大，但在按 Mehra 和 Prescott（1985）的方法来研究的时候，他们发现他们的模型只能拟合 1/3 历史上的股权溢价。

（2）双曲贴现因子

还有一些研究改变贴现因子的设定。Ainslie（1992），Loewenstein 和 Prelec（1992）提出实验证据表明投资者不是按几何级数贴现，而是双曲贴现：K期的贴现因子不是d^{K}而是$(1+d_1K)^{-d_2/d_1}$，这个贴现因子意味着离现在越远，贴现率越低。Laibson（1996）可以用下面的效用函数近似双曲贴现

$$U(C_t)+b\,E_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}d^{\,j}U(C_{t+j})\right]$$

其中$b<1$。

模型总结

为了解决实证中的异常，一个很自然的方法是增加额外的状态变量。投资者也许对持有股票对财富或消费的影响不是特别害怕，但极其担心股票在特殊时间或特殊的情况下表现很差。总的说来，多数解决方法是引入诸如“萧条”这一类的状态变量。这会使投资股票与纯粹的赌博不同（纯粹的赌博与经济状态是无关的），投资者会表现出更强烈的风险厌恶倾向。

从 ICAPM 模型的角度来看，这些模型就是在价值方程$V(W,z)$中增加了一个萧条状态变量z。

$$E(r)-r_f=\frac{-WV_{WW}}{V_W}\operatorname{cov}\left(\frac{dW}{W},r\right)+\frac{zV_{Wz}}{V_W}\operatorname{cov}(z,r)$$

在效用函数的框架下，就是把效用函数做增补成 $U\ (C\ ,\ z\ )$，那么

$$E(r)-r_f=\frac{-CU_{CC}}{U_C}\operatorname{cov}\left(\frac{dC}{C},r\right)+\frac{zU_{Cz}}{U_C}\operatorname{cov}(z,r)$$

对股权溢价之迷的研究表明等式右边的第二项必须要解释大部分的溢酬。

结论

一般研究的思路是建立模型，然后检验、拒绝模型。在股权溢价之迷的研究中正好相反，先从数据中发掘随机贴现因子必须具备的特征，然后构造模型。

$$E_t\left[M_{t+1}\right]=\frac{1}{1+R_{f,t+1}}$$

$$s_m \geq \frac{E_t\left[r_{i,t+1}-r_{f,t+1}\right]+s_i^2/2}{s_i}$$

$$\frac{\log E_t\left[(1+R_{i,t+1})/(1+R_{f,t+1})\right]}{s_{i,t+1}}=-r_{im,t+1}g_t s_t\left(\Delta c_{t+1}\right)$$

经济学家们还没有建立一个被普遍接受的随机贴现因子模型，不过已经取得的实质性的进步。我们现在知道为了解释无风险利率的相对稳定性，随机贴现因子的条件期望必须相对稳定。此外，为了解释资产收益的横截面变动，随机贴现因子的波动率必须很大。为了解释夏普比率的变动，风险厌恶系数必须变动的。不过迄今为止，还没有一个被普遍接受的模型可以满足这些严格的条件。