

投资偏好问卷调查分析

一、传统的预期效用理论

假设前景 (Prospect) 或赌博为 $(x_1, p_1; x_2, p_2; \dots; x_n, p_n)$, 预期效用理论有三个基本原则:

原则 1 (预期): $U(x_1, p_1; x_2, p_2; \dots; x_n, p_n) = p_1 u(x_1) + \dots + p_n u(x_n)$ 。

原则 2 (资产合并): 当且仅当 $U(w+x_1, p_1; w+x_2, p_2; \dots; w+x_n, p_n) > u(w)$ 时, 投资者才愿意在目前拥有资产 w 的情况下接受赌博 $(x_1, p_1; x_2, p_2; \dots; x_n, p_n)$ 。

原则 3 (风险厌恶): u 是凹的, 即 $u'' < 0$ 。

二、调查结果分析(按 X 券的顺序)

1、 $A=(2500, 0.33)$; $B=(2400, 0.34)$ 。

调查结果: $N = 72$, $A=83\%$, $B=17\%$

分析 (为了分析方便, 同时不失一般性, 令 $u(0)=0$, 下同):

按照预期效用理论的观点: $U(A) = 0.33u(2500)$, $U(B)=0.34u(2400)$ 。则大多数人认为 $0.33u(2500) > 0.34u(2400)$ 。

备注: $E(A) = 0.33 \times 2500 = 825$, $E(B) = 0.34 \times 2400 = 816$ 。

2、 $C=(2500, 0.33; 2400, 0.66)$; $D=(2400)$ 。

调查结果: $N = 72$, $C=18\%$, $D=82\%$

分析:

按照预期效用理论的观点: $U(C) = 0.33u(2500) + 0.66u(2,400)$, $U(D)=u(2400)$ 。则大多数人认为 $u(2400) > 0.33u(2500) + 0.66u(2,400)$, 或者说 $0.34u(2400) > 0.33u(2500)$ 。这个结论与第 1 题刚好相反, 说明原则 1 有问题。

备注: $E(A) = 0.33 \times 2500 + 0.66 \times 2400 = 2409$, $B=2400$ 。

金融工程方案: 对第 1 题的两种选择同时加上 “ $E=66\%$ 的概率获得 2,400 元” 就可得到第 2 题。

结论: 当两种选择都是不确定的时候, 通过同时加 E 使其中一个选择变为确定性时, 人们会倾向于选择确定性。这是确定性效应。

3、 $A=(4000, 0.2)$; $B=(3000, 0.25)$ 。

调查结果: $N = 95$, $A=65\%$, $B=35\%$

分析:

按照预期效用理论的观点: $U(A) = 0.2u(4000)$, $U(B)=0.25u(3000)$ 。则大多数人认为 $4u(4000) > 5u(3000)$ 。

备注: $E(C) = 0.2 \times 4000 = 800$, $D=3000 \times 0.25 = 750$ 。

4、 $C=(4000, 0.8)$; $D=(3000)$ 。

调查结果: $N = 95$, $C=20\%$, $D=80\%$

分析:

按照预期效用理论的观点: $U(C) = 0.8u(4000)$, $U(D)=u(3000)$ 。则大多数人认为 $u(3000) > 0.8u(4000)$, 或者说 $5u(3000) > 4u(4000)$ 。这个结论与第 3 题刚好相反, 说明原则 1 有问题。因为 $U(A) = U((C, 0.25)) = 0.25U(C)$, $U(B) = U((D, 0.25)) = 0.25U(D)$, 因此如果 $U(C) < U(D)$, 则 $U(A) < U(B)$ 。

备注: $E(A) = 0.8 \times 4000 = 3200$, $B=3000$ 。大多数人是厌恶风险的。

结论: 将概率从胜率 0.25 提高到 1 的效果比从 0.2 提高到 0.8 大。

金融工程方案: 对第 4 题的 2 个选择分别乘以 25% 的概率就可以得到第 3 题。即 $A = (C, 0.25)$, $B = (D, 0.25)$ 。

例子: 如果你发行了 A、B 两种摇奖券共 100 万张供客户选择, 假设 65% 的人次选择 A,

35%的人次选择 B，则你的总成本 = $65E(A) + 35E(B) = 65 \times 800 + 35 \times 750 = 7.825$ 亿元。

现在我们再设计两个后续方案供客户选择：C：4 张 A 可换取 80% 中 4000 元奖的概率，D：4 张 B 可换取 3000 元现金。假设最终选 A 的人次为 15%，选 B 的 10%，选 C 的 15%，选 D 的 60%。则你的总成本 = $15 \times 800 + 10 \times 750 + 15 \times 3200 \div 4 + 60 \times 3000 \div 4 = 7.65$ 亿元。这个后续方案为你节省了 $7.825 - 7.65 = 0.175$ 亿元。由于客户多了一套选择方案，其满意度提高，可谓两全其美。

另一个方案是将抽奖券发行数量减少到 1/4，同时将中奖概率各提高 4 倍。也就是说直接推出 C = (4000, 0.8) 和 D = (3000) 两种奖励方案，则会有 20% 的人次选 C，80% 选 D。你的总成本 = $20\% \times 800 + 80\% \times 750 = 7.6$ 亿，比原方案节省 0.225 亿元。

- 5、A = (6000, 0.45)；B = (3000, 0.9)。

调查结果：N = 66，A = 14%，B = 86%

分析：

按照预期效用理论的观点： $U(A) = 0.45u(6000)$ ， $U(B) = 0.9u(3000)$ 。则大多数人认为 $u(6000) < 2u(3000)$ 。

备注： $E(A) = 0.45 \times 6000 = 2700$ ， $E(B) = 0.9 \times 3000 = 2700$ 。

启示：当盈的概率较大时，大多数人选择胜率较大的。

运用：当中奖率较高时，应该进一步提高中奖率，同时降低奖金额。

- 6、C = (6000, 0.001)；D = (3000, 0.002)。

调查结果：N = 66，C = 73%，D = 27%

分析：

按照预期效用理论的观点： $U(C) = 0.001u(6000)$ ， $U(D) = 0.002u(3000)$ 。则大多数人认为 $u(6000) > 2u(3000)$ 。这个结论与第 7 题刚好相反，说明原则 1 有问题。

备注： $E(C) = 0.45 \times 6000 = 2700$ ， $E(D) = 0.9 \times 3000 = 2700$ 。

启示：当盈的概率较小时，大多数人选择奖金较大的。

结论：对于 $0 < p, q, r < 1$ ，如果 (x, p) 和 (y, pq) 是投资者而言是无差异的，则比起 (x, pr) 来说，投资者会更偏好 (y, pqr) 。

运用：当中奖率较低时，应尽量降低中奖率，同时提高奖金额。

- 7、7 - 10 题的结果如下表所示：

表 1 正负前景与偏好

正的前景		负的前景	
问题 3	(4000, 0.2) > (3000, 0.25)	问题 7	(-4000, 0.2) < (-3000, 0.25)
N=95	65% 35%	N=95	42% 58%
问题 4	(4000, 0.8) < (3000)	问题 8	(-4000, 0.8) > (-3000)
N=95	20% 80%	N=95	92% 8%
问题 5	(3000, 0.9) > (6000, 0.45)	问题 9	(-3000, 0.9) < (-6000, 0.45)
N=66	86% 14%	N=66	8% 92%
问题 6	(3000, 0.002) < (6000, 0.001)	问题 10	(-3000, 0.002) > (-6000, 0.001)
N=66	27% 73%	N=66	70% 30%

只要把问题 3 至 6 的奖金金额乘以 -1 就变成了问题 7 至 10。从上表可以看出：正前景中的偏好顺序在负前景中刚好颠倒了。这种现象被称为反射效应。反射效应意味着正前景

中的风险厌恶变为负前景中的风险爱好（如问题 4 与问题 8）。反射效应也意味着确定性效应也由正变负。问题 7 - 10 同样也说明了原则 1 有问题。

8、问题 11：假设你正在考虑是否将你的房子投火灾险（全额理赔）。经过认真权衡风险和保费后，你觉得保不保无所谓。假设保险公司此时推出或然保险（probabilistic insurance）：你先支付一半保费，在灾害发生后，通过仍硬币来决定。若是正面，你就支付另一半保费，保险公司则负责赔偿你的全部损失；若是反面，你就取回已交的保费，保险公司也不予赔偿。你原来保不保无所谓，那么在新的保险方案下，你是否会投保？A：是；B：否。

调查结果：N = 95，A=20%，B=80%

分析：假设火灾发生的概率为 p ，火灾发生时损失为 x ，保费为 y ，你目前的财产为 w 。按照预期效用理论的观点，如果 $U(w-x, p; w, 1-p) = U(w-y)$ ，则对于 $0 < r < 1$ ， $U(w-x, (1-r)p; w-y, rp; w-ry, 1-p) > U(w-y)$ 。为了在不失一般性的情况下证明这一点，我们令 $u(w-x)=0$ ， $u(w)=1$ ，则 $pu(w-x)+(1-p)u(w)=u(w-y)$ 意味着： $u(w-y)=1-p$ 。因此：

$$\begin{aligned}U(w-x, (1-r)p; w-y, rp; w-ry, 1-p) &= (1-r)pu(w-x)+rpu(w-y)+(1-p)u(w-ry) \\ &= rp(1-p)+(1-p)u(w-ry) \\ &=(1-p)[rp+u(w-ry)]\end{aligned}$$

由于 u 是凹的，因此：

$$u(w-ry)=u[r(w-y)+(1-r)w] > ru(w-y)+(1-r)u(w)=r(1-p)+(1-r)=1-rp, \text{ 即：} \\ rp+u(w-ry) > 1, \text{ 代入上式得：}$$

$$U(w-x, (1-r)p; w-y, rp; w-ry, 1-p) > 1-p = u(w-y) = U(w-y).$$

根据原则 2，投资者应选择或然保险。然而大多数人却选择了 $(W-y)$ 。可见预期效用理论是有问题的。

运用：在没有道德风险的时候，请尽量减少免责条款。

9、问题 12：考虑下列两阶段比赛。在第一阶段，你有 75% 的概率获得 0，有 25% 的概率进入第二阶段。进入第二阶段后，你就可以在以下两种方案中选择：

$$A = (4000, 0.8); \quad B = (3000).$$

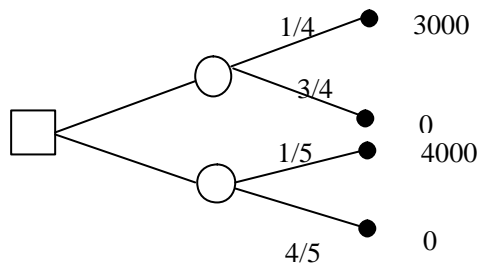
但是你的选择必须在比赛开始前（也就是还不知道第一阶段结果的时候）作出，请问你选择 A 还是 B？

调查结果：N = 141，A=22%，B=78%

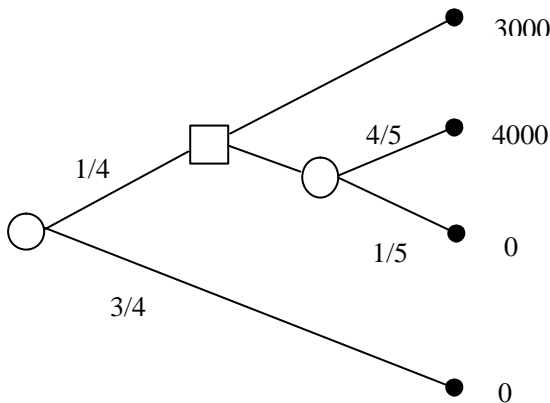
分析：

在这个问题中，你实际上是在 $0.25 \times 0.8 = 0.2$ 赢得 4000 元与 $0.25 \times 1.0 = 0.25$ 赢得 3000 元之间进行选择。因此，从最终结果来看，你面临的问题与第 3 题中在 $(4000, 0.2)$ 与 $(3000, 0.25)$ 选择是一样的。但大多数人的选择结果却与第 3 题相反，不是选择 $(4000, 0.2)$ ，而是选择 $(3000, 0.25)$ 。显然，由于第一阶段是两种前景中共有的，因此人们在选择中就把它忽略掉了，这样，本题就变成了第 4 题，选择结果自然就与第 4 题相同。

我们用决策树来说明第 3 题与本题的区别。在图中，正方形表示决策节点，圆形表示机会节点。



第 3 题的决策树



第 12 题的决策树

从以上两个决策树可以看出，它们的本质区别在于决策节点的位置不同。在图 1 中，决策者在两种风险前景中选择。而在图 2 中，投资者在一个无风险前景和一个风险前景中选择，因此无风险前景的确定性优势得到体现。

启示：为了简化在各种备选问题中的选择决策，人们常常把各种备选方案中共同的部分舍掉，而专著于不同的部分。这种思维习惯有可能产生不一致的偏好，因为同一对备选方案可以按不同的方法分成不同的共同部分和不同部分，而不同的划分法有时会产生不同的偏好。这种现象被称为隔离效应。

运用：在上面发行抽奖券的例子中，你可以设计第四种方案：发行 $C=(4000,0.8)$ 和 $D=(3000)$ 两种抽奖券共 100 万张，同时把抽奖分成两个阶段。第一阶段中奖的概率为 25%，D 券中奖者直接获得 3000 元，C 券中奖者再参加第二阶段的抽奖，中奖概率为 80%，中奖者获得 4000 元。结果有 22% 人次选 C，78% 选 D。你的成本为 $22 \times 25\% \times 80\% \times 4000 + 78 \times 25\% \times 3000 = 7.61$ 亿元。比原方案节省 0.215 亿元。

10、 问题 13：除了你原有的财产外，你刚得到了 1,000 元。此时你又面临以下两种选择，你选择 A 或 B：

$A=(1000,0.5)$ ； $B=(500)$ 。

调查结果：N = 70，A=16%，B=84%

备注：E(A)=500, B=500

11、 问题 14：除了你原有的财产外，你刚得到了 2,000 元。此时你又面临以下两种选择，你选择 C 或 D：

$C=(-1000,0.5)$ ； $D=(500)$ 。

调查结果：N = 68， C=69%， D=31%

备注：E(C)=-500, D=-500

分析：

第 13 和 14 题的调查结果表明，大多数人在正前景中表现出风险厌恶，而在负前景中表现出风险爱好。值得注意的是，从最终结果来看，这两个选择问题是相同的：

$$A = (2000, 0.5; 1000, 0.5) = C, \quad B = (1500) = D$$

实际上，将第 13 题的初始红包增加 1000 元，再从所有结果中减掉 1000 元就可得到第 14 题。显然在决策时，人们并未将红包和前景合并起来。因为红包对两种选择来说是相同的，因此人们在比较两种方案时把它舍掉了。

第 13 和 14 题的调查结果显然和预期效用理论相矛盾。预期效用理论认为，无论你目前的 10 万元财富是从 9 万变来的还是从 11 万变来的，它对你的效用是相等的。因此，面对 A=(9,0.5; 11,0.5)与 B=(11)时，预期效用理论的风险厌恶偏好认为，人们一定会选择 10 万。但调查结果显示，当人们的初始财富为 9 万时，会选择 B；而当人们的初始财富为 11 万时，会选择 A。这意味着，效用水平取决于财富的变动，而不是财富的水平。

运用：当你希望人们选择 (2000, 0.5; 1000, 0.5) 时，你就用第 14 题的方案，当你希望人们选择(1500)时，你就用第 13 题的方案。

12、 问题 15：A = (6000, 0.25)； B = (4000, 0.25; 2000, 0.25)

调查结果：N = 68， A=18%， B=82%

备注：E(A)=6000 × 0.25=1500, E(B)=4000 × 0.25 + 2000 × 0.25=1500

分析：厌恶风险。

13、 问题 16：C：(-6, 000, 0.25)； D=(-4000, 0.25; -2000, 0.25)。

调查结果：N = 64， C=70%， D=30%

备注：E(C) = -6000 × 0.25 = -1500, E(D) = -4000 × 0.25 - 2000 × 0.25 = -1500

分析：爱好风险。

14、 问题 17：A = (5000, 0.001)； B=(5)。

调查结果：N = 72， A=72%， B=28%

备注：E(A)=5000 × 0.001=5, B=5。

分析：人们在主观上会夸大小概率事件。爱好风险。

运用：卖彩票。

例子：在上面抽奖券的例子中，你可以设计一个新的方案：发行 A=(50 万, 0.00001), B=8 元两种奖券共 1 亿张供客户选择。假设 85% 人次选择 A, 15% 人次选择 B, 则你的总成本为

$$8500 万 \times 50 万 \times 0.00001 + 1500 万 \times 8 = 5.45 亿元。$$

可见这种方案比原方案节省了 2.375 亿元成本。

15、 问题 18：C = (-5000, 0.001)； D=(-5)。

调查结果：N = 72， C=17%， D=83%

备注：E(C) = -5000 × 0.001 = -5, D = -5。

分析：人们在主观上会夸大小概率事件。厌恶风险。

运用：卖保险。

三、启示

启示一：

人们在很多情况下是厌恶风险的，在很多情况下是爱好风险的。厌恶风险的人愿意付钱买平安；爱好风险的人则愿意花钱买风险。对于金融工程师来说，

$$0 = 100 \text{ 万} \times (100 \text{ 万}, 0.0000001) + 100 \text{ 万} \times (-100 \text{ 万}, 0.0000001)$$

大多数人愿意花 2 元买 (100 万, 0.0000001), 大多数人也愿意花 2 元卖 (-100 万, 0.0000001)。于是, 你的收入 = 100 万 × 2 + 100 万 × 2 - 100 万 - 100 万 = 200 万。你的风险等于 0, 你的初始投资是 -400 万, 你却可以通过金融工程的办法赚到 200 万元(不算利息)。这就是金融工程的价值。

实际上你的赚钱机会不仅仅这些。因为 (100 万, 0.0000001) 对不同的人来说效用是不同的。有的人愿意出 3 元买它, 有的人愿意 1 元把它卖掉。这样你就可以从后者手中用 1 元买过来, 再以 3 元卖给前者。同样, (-100 万, 0.0000001) 对不同的人来说效用是不同的。有的人愿意付 3 元把它处理掉, 有的人只愿意收 1 元接受它。这样你就可以从前者手中收过来并得 3 元钱, 再卖给后者并付 1 元钱。这就是金融机构中介功能的体现。

启示二：

中美调查结果对比见下表：

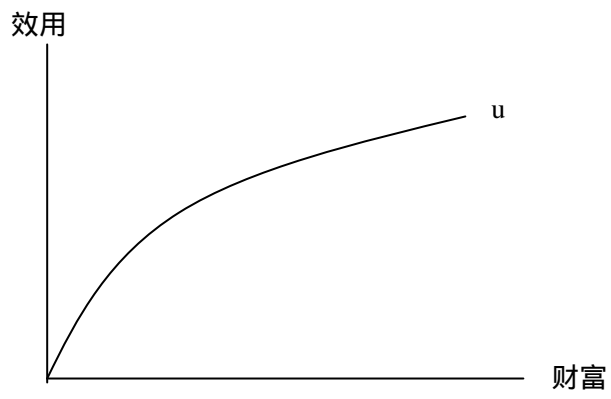
总人数	汇总(按 X 卷的题序)				美国调查结果	
	选择 A		选择 B		A	B
	人数	比例	人数	比例		
64	46	72%	18	28%	83%	17%
64	15	23%	49	77%	18%	82%
63	43	68%	20	32%	65%	35%
64	9	14%	55	86%	20%	80%
64	12	19%	52	81%	14%	86%
64	47	73%	17	27%	73%	27%
64	50	78%	14	22%	92%	8%
64	19	30%	45	70%	42%	58%
64	17	27%	47	73%	8%	92%
64	15	23%	49	77%	30%	70%
64	41	64%	23	36%	20%	80%
64	17	27%	47	73%	22%	78%
63	17	27%	46	73%	16%	84%
64	45	70%	19	30%	69%	31%
64	14	22%	50	78%	18%	82%
64	18	28%	46	72%	70%	30%
64	52	81%	12	19%	72%	28%
64	13	20%	51	80%	17%	83%

在两个问题上中美结果有显著差异。在其他问题上有小差异。而且两个国家的结果都没有出现 95% 以上的结果。说明不同人的想法还是有差别的。对金融机构来说, 应设计丰富多彩的金融产品来满足不同人的需要。

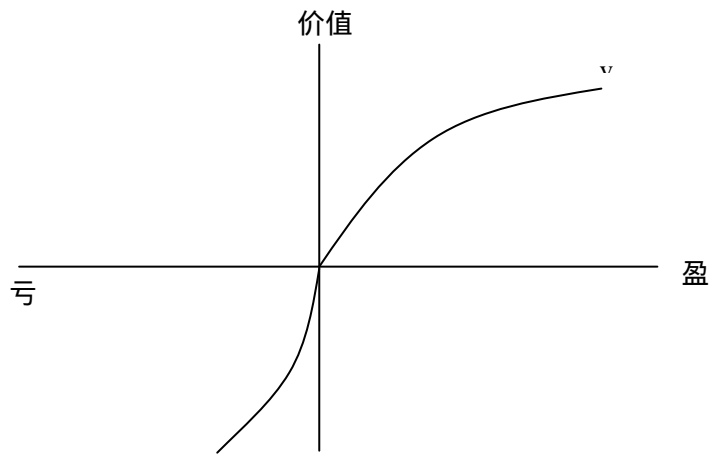
启示三：

预期效用理论是规范经济学, 而前景理论是实证经济学。实证经济学从“是什么”着手, 没有对错的概念, 因此更实用。

预期效用理论认为效用函数曲线为：



而前景理论调查发现，价值曲线为：



人们的价值函数为：

$$V(x, p; y, q) = \pi(p)v(x) + \pi(q)v(y)$$