

第三章 远期与期货定价

厦门大学财务学系
郑振龙

<http://efinance.org.cn>



目录

- * 问题
- * 预备知识
- * 远期合约的定价
- * 远期与期货价格的一般结论
- * 远期（期货）价格与标的资产现货价格的关系

目录

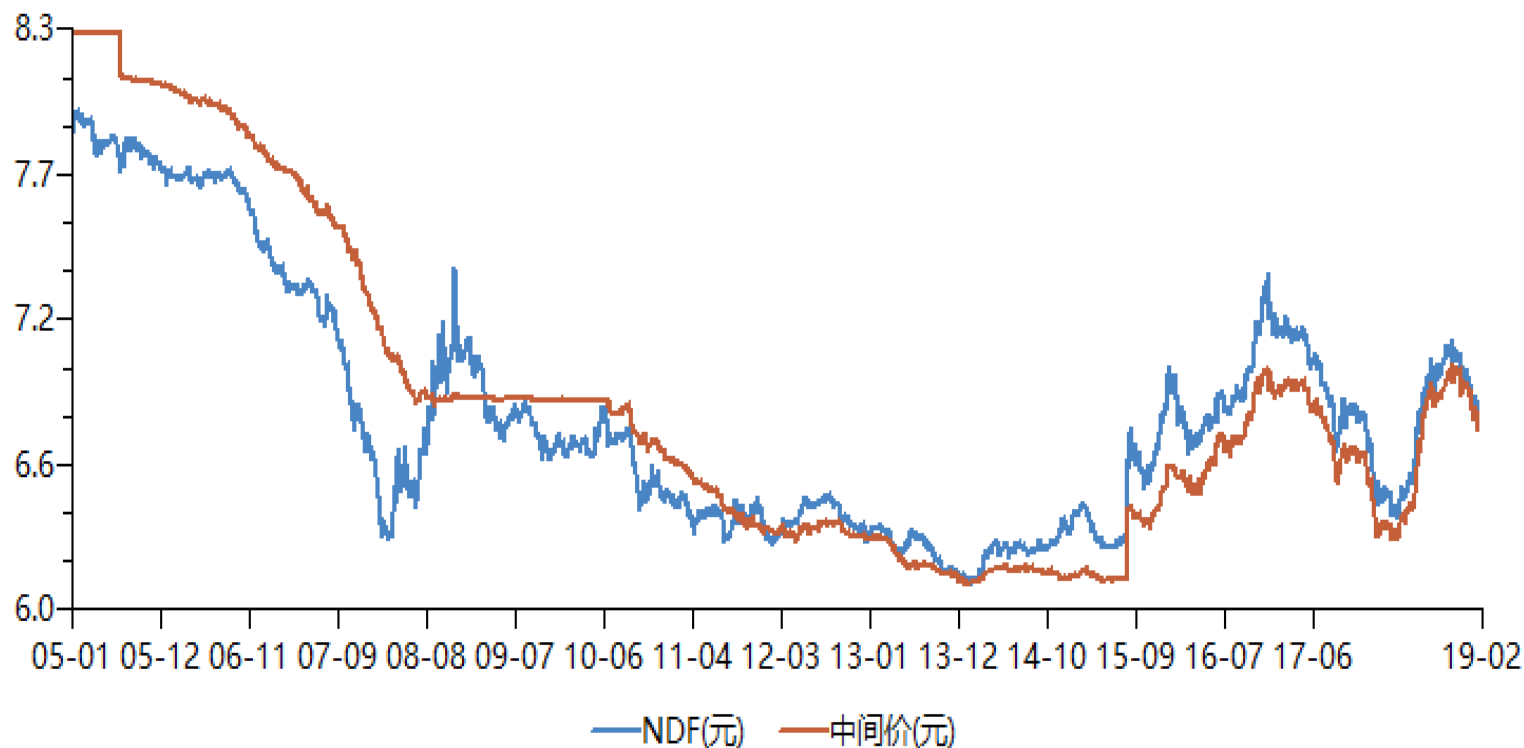
- * 问题
- * 预备知识
- * 远期合约的定价
- * 远期与期货价格的一般结论
- * 远期（期货）价格与标的资产现货价格的关系

问题

- * 假设黄金现货价格为1000美元，市场普遍认为1年后黄金现货价格会涨到2000美元，请问：1年期黄金期货目前的价格应为1000美元左右还是2000美元左右？

人民币在岸即期汇率与离岸远期汇率的关系

人民币汇率与12个月NDF



指标名称	最新报告期	最新值	上期值	上年同期
NDF(元)	2019-02-14	6.81	6.80	6.45
中间价(元)	2019-02-14	6.77	6.77	6.34

沪深300股指期货行情

2015.9.2	价格	贴水
沪深300指数	3365.83	
IF1509	2965.8	12.65%
IF1510	2818.4	17.75%
IF1512	2675.4	22.96%
IF1603	2638.8	24.34%

* 2019.2.14

↑ 沪深300	3402.14	895620	-	-	-	-	151.134
↑ IF指数	3409.06	100	-	-	-	-	6.78万
↑ IF主连	3411.8	1	3411.4	3411.8	1	1	3.93万
↑ IF1902	3402.4	2	3401.0	3402.6	8	4	2.44万
↑ IF1903	3411.8	1	3411.4	3411.8	1	1	3.93万
↑ IF1906	3410.6	1	3410.0	3410.8	1	1	3204
↑ IF1909	3386.8	1	3386.2	3389.8	1	1	939

上证50股指期货行情

2015.9.2	价格	贴水
上证50指数	2243.63	
IH1509	2007.8	11.11%
IH1510	1928.6	15.13%
IH1512	1827.0	20.54%
IH1603	1804.0	21.81%

* 2019.2.14

↓ 上证50	2576.31	269150	-	-	-	-	27.72亿
↓ IH指数	2583.89	100	-	-	-	-	2.99万
↑ IH主连	2585.6	2	2584.8	2585.2	5	1	1.51万
↓ IH1902	2578.8	1	2578.4	2578.8	13	2	1.31万
↑ IH1903	2585.6	2	2584.8	2585.2	5	1	1.51万
↑ IH1906	2589.6	1	2588.6	2589.8	1	1	1269
↑ IH1909	2569.4	1	2569.0	2572.0	1	1	403

中证500股指期货行情

2015.9.2	价格	贴水
中证500指数	6122.55	
IC1509	5377.0	12.98%
IC1510	5009.0	20.07%
IC1512	4724.8	25.92%
IC1603	4617.0	28.22%

* 2019.2.14

↑ 中证500	4532.17	616770	-	-	-	-	94.83亿
↑ IC指数	4525.90	100	-	-	-	-	4.11万
↑ IC主连	4537.0	4	4537.0	4537.2	1	1	2.24万
↑ IC1902	4533.8	1	4534.0	4535.6	1	1	1.59万
↑ IC1903	4537.0	4	4537.0	4537.2	1	1	2.24万
↑ IC1906	4487.2	1	4478.8	4488.4	1	2	2318
↑ IC1909	4441.8	1	4430.4	4457.0	5	1	578

投机vs套利

- * 谁更强大？
- * 结果：
 - * 投机力量主导时：基差主要受情绪主导
 - * 套利力量主导时：基差主要受持仓成本主导
- * 套保者希望什么状态？

目录

- * 预备知识（自学）
- * 远期合约的定价
- * 远期与期货价格的一般结论
- * 远期（期货）价格与标的资产现货价格的关系

投资性资产与消费性资产

- * 投资性资产 (Investment Assets)

- * 此类资产的主要持有者以投资为目的
- * 可能部分持有者以消费为目的

- * 消费性资产 (Consumption Assets)

- * 主要持有者以消费为目的

卖空 (Short Selling)

- * 出售不拥有的资产
- * 向其他投资者借入该资产并卖出
- * 未来需买回归还
- * 此期间需支付原持有者应获得的股利等收入

远期价值、远期价格与期货价格

- * 交割价格（Delivery Price）
- * 远期价值：远期合约本身的价值
- * 远期价格（Forward Price）：
 - * 使得远期价值为零的合理交割价格
- * 期货价格（Futures Price）

远期价格与期货价格的关系

- * 当无风险利率恒定且对所有到期日都相同时，其他条件相同的远期价格和期货价格相等。
- * 当利率变化无法预测时，两者略有不同
 - * 当标的资产价格与利率呈很强的正相关关系时，期货价格高于远期价格
 - * 当标的资产价格与利率呈很强的负相关关系时，远期价格高于期货价格

基本假设

- * 当套利机会出现时，市场参与者将参与套利活动，从而使套利机会消失，我们得到的理论价格就是没有套利机会下的均衡价格
- * 没有违约风险
- * 没有交易费用和税收
- * 期货合约的保证金账户支付同样的无风险利率。这意味着任何人均可不花成本地取得远期和期货的多头和空头寸
- * 市场参与者能以相同的无风险利率借入和贷出资金
- * 允许卖空

主要符号

- * T ：远期和期货合约的到期时刻，单位为年。
- * t ：当前时刻，单位为年。 $T - t$ 代表远期和期货合约中以年为单位的距离到期的剩余时间。
- * S ：远期（期货）标的资产在时间 t 时的价格。
- * S_T ：远期（期货）标的资产在时间 T 时的价格（在 t 时刻此为未知变量）。

-
- * K : 远期合约中的交割价格。
 - * f : 远期合约多头在 t 时刻的价值, 即 t 时刻的远期价值。
 - * F : t 时刻的理论远期价格和理论期货价格。
 - * r : T 时刻到期的以连续复利计算的 t 时刻的无风险利率 (年利率)。

目录

- * 预备知识
- * 远期合约的定价
- * 远期与期货价格的一般结论
- * 远期（期货）价格与标的资产现货价格的关系

无套利定价法

构建两种投资组合，令其终值相等，则其现值一定相等；

否则就可进行套利，即卖出现值较高的投资组合，买入现值较低的投资组合，并持有至期末，套利者就可赚取无风险收益。



无收益资产的远期价值

* 无收益资产是指在远期到期前不产生现金流的资产，如贴现债券。

* 构建组合：

组合A：一份远期合约多头加上一笔数额为 $Ke^{-r(T-t)}$ 的现金（无风险投资）

组合B：一单位标的资产

-
- * 远期合约到期时，两种组合都等于一单位标的资产，因此现值必须相等。

$$f + Ke^{-r(T-t)} = S$$

$$f = S - Ke^{-r(T-t)}$$

* 两种理解：

- * 无收益资产远期合约多头的价值等于标的资产现货价格与交割价格现值的差额。
- * 一单位无收益资产远期合约多头可由一单位标的资产多头和 $Ke^{-r(T-t)}$ 无风险负债组成。

现货-远期平价定理

* 远期价格：

* F 就是使合约价值 f 为零的交割价格 K 。

$$F = Se^{r(T-t)}$$

* 无收益资产的现货-远期平价定理：对于无收益资产而言，远期价格等于其标的资产现货价格的无风险终值。

反证法

* 运用无套利原理对无收益资产的现货-远期平价定理的反证

$$K > Se^{r(T-t)} ?$$

$$K < Se^{r(T-t)} ?$$

案例3.1

* 假设6个月期的无风险年利率为4.17%（连续复利）。市场上正在交易一份标的证券为一年期零息债、剩余期限为6个月的远期合约多头，其交割价格为97元，该债券的现价为96元。请问对于该远期合约的多头和空头来说，远期价值分别是多少？

* 根据题意，有

$$S = 960; K = 970; r = 4.17\%; T - t = 0.5$$

* 根据式 (3.1)，该远期合约多头的远期价值 f 为

$$f = S - Ke^{-r(T-t)} = 960 - 970e^{-4.17\% \times 0.5} \approx 10.02 \text{ 元}$$

* 该远期合约空头的远期价值为

$$-f = -10.02 \text{ 元}$$

远期价格的期限结构

- * 远期价格的期限结构描述的是不同期限远期价格之间的关系。

$$F = Se^{r(T-t)}$$

$$F^* = Se^{r^*(T^*-t)}$$

$$F^* = Fe^{r^*(T^*-t)-r(T-t)}$$

- * 案例3.3

已知现金收益的资产

- * 已知现金收益的资产

- * 在到期前会产生完全可预测的现金流的资产

- * 例子

- * 正现金收益的资产：付息债和支付已知现金红利的股票

- * 负现金收益的资产：黄金、白银（支付存储成本）

- * 令已知现金收益的现值为 I ，对黄金、白银来说， I 为负值。

支付已知现金收益资产的远期价值I

* 构建组合

组合A：一份远期合约多头加上一笔数额为 $Ke^{-r(T-t)}$ 的现金

组合B：一单位标的证券加上利率为无风险利率、期限为从现在到现金收益派发日、本金为 I 的负债

* 远期合约到期时，两组合都等于一单位标的资产

$$f + Ke^{-r(T-t)} = S - I$$

$$f = S - I - Ke^{-r(T-t)}$$

支付已知现金收益资产的远期价值II

* 两种理解：

* 支付已知现金收益资产的远期合约多头价值等于标的证券现货价格扣除现金收益现值后的余额与交割价格现值之差。

* 一单位支付已知现金收益资产的远期合约多头可由一单位标的资产和 $I + Ke^{-r(T-t)}$ 单位无风险负债构成。

* 由于使用的是I的现值，所以支付一次和多次现金收益的处理方法相同。

支付已知现金收益资产的现货—远期平价公式

* 根据F的定义，可从上式求得：

$$F = (S - I) e^{r(T-t)}$$

* 理解：支付已知现金收益资产的远期价格等于标的证券现货价格与已知现金收益现值差额的无风险终值。

反证法

$$K > (S - I) e^{r(T-t)} ?$$

$$K < (S - I) e^{r(T-t)} ?$$

案例3.5

* 假设黄金现货价为每盎司733美元，其存储成本为每年每盎司2美元，一年后（期货到期前）支付，美元一年期无风险连续复利利率为4%。

* 那么一年期黄金期货的理论价格为

$$F = (S - I)e^{r(T-t)} = (733 - I)e^{4\% \times 1}$$

* 其中， $I = -2e^{-4\% \times 1} = -1.92$ ，故

$$F = (733 + 1.92)e^{4\% \times 1} = 764.91 \text{ 美元/盎司}$$

支付已知收益率的资产

* 支付已知收益率的资产

- * 在远期到期前将产生与该资产现货价格成一定比率的收益的资产

* 支付已知收益率资产的远期合约

- * 外汇远期和期货：外汇发行国的无风险利率
- * 股指期货：市场平均红利率或零，取决于股指计算方式
- * 远期利率协议：本国的无风险利率

* 建立组合：

组合A：一份远期合约多头加上一笔数额 $Ke^{-r(T-t)}$ 的现金；

组合B： $e^{-q(T-t)}$ 单位证券并且所有收入都再投资于该证券，其中 q 为该资产按连续复利计算的已知收益率。

* 两种组合现值相等

$$f + Ke^{-r(T-t)} = Se^{-q(T-t)}$$
$$f = Se^{-q(T-t)} - Ke^{-r(T-t)}$$

* 两种理解：

* 支付已知红利率资产的远期合约多头价值等于 $e^{-q(T-t)}$ 单位证券的现值与交割价现值之差。

* 一单位支付已知红利率资产的远期合约多头可由 $e^{-q(T-t)}$ 单位标的资产和 $Ke^{-r(T-t)}$ 单位无风险负债构成。

* 因此支付已知收益率资产的远期价格为

$$F = S e^{(r-q)(T-t)}$$

案例3.6

* 假设3个月期无风险年利率为4%（连续复利），沪深300指数预期红利收益率为1.5%。当沪深300指数为2200点时，3个月后到期的沪深300股指期货的理论价格应为多少？

* 运用定价公式

$$F = Se^{(r-q)(T-t)} = 2200e^{(4\%-1.5\%) \times 0.25} = 2213.8$$

目录

- * 预备知识
- * 远期合约的定价
- * 远期与期货价格的一般结论
- * 远期（期货）价格与标的资产现货价格的关系

持有成本

* 持有成本 (Cost of Carry)

= 保存成本 + 利息成本 - 标的资产在合约期限内的收益

* 例子

- * 不支付红利的股票，没有保存成本和收益，所以持有成本就是利息成本 r
- * 股票指数的持有成本是 $r - q$
- * 外币的持有成本是 $r - r_f$

* 远期和期货定价中的持有成本 (c) 概念：

$$F = Se^{c(T-t)}$$

$$f = Se^{(c-r)(T-t)} - Ke^{-r(T-t)}$$

消费性资产的远期合约定价

- * 消费性资产是指那些投资者主要出于消费目的而持有的资产，如石油、铜、农产品等。
- * 对于消费性资产来说，远期定价公式为

$$F \leq S e^{c(T-t)}$$

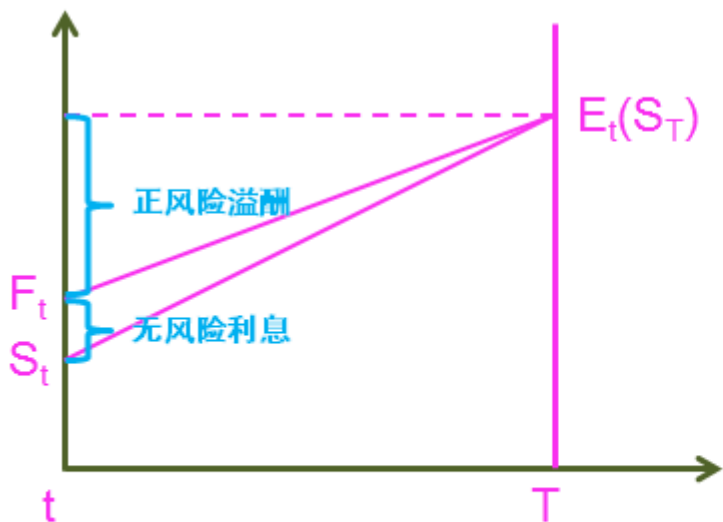
目录

- * 预备知识
- * 远期合约的定价
- * 远期与期货价格的一般结论
- * 远期（期货）价格与标的资产现货价格的关系

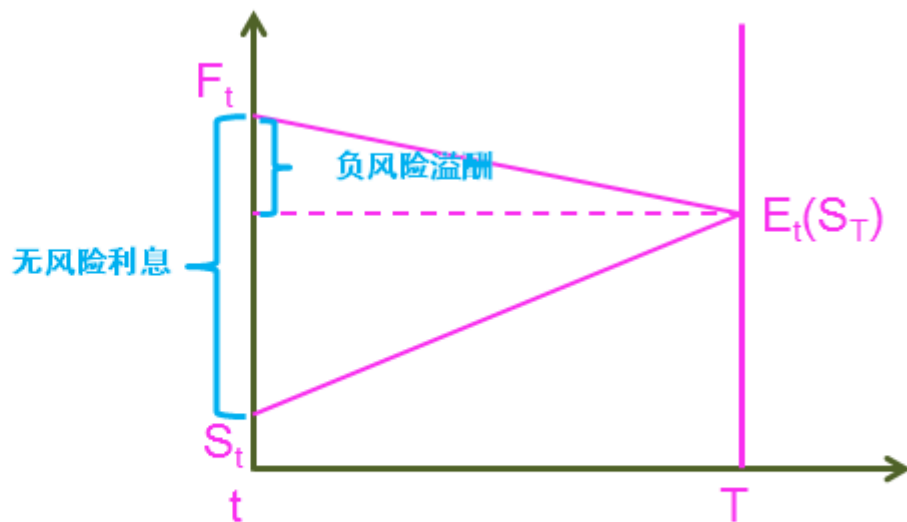
同一时刻远期（期货）价格与标的资产现货价格的关系

- * 同一时刻的两者价格高低取决于持有成本
- * 标的资产的现货价格对同一时刻的远期（期货）价格起着重要的制约关系（案例3.7）
- * 远期（期货）与现货的相对价格只与持有成本有关，与预期未来现货的涨跌无关。
- * 价格的领先滞后关系（价格发现功能）。

当前远期（期货）价格与标的资产预期的未来现货价格的关系I



标的无收益，正系统性风险

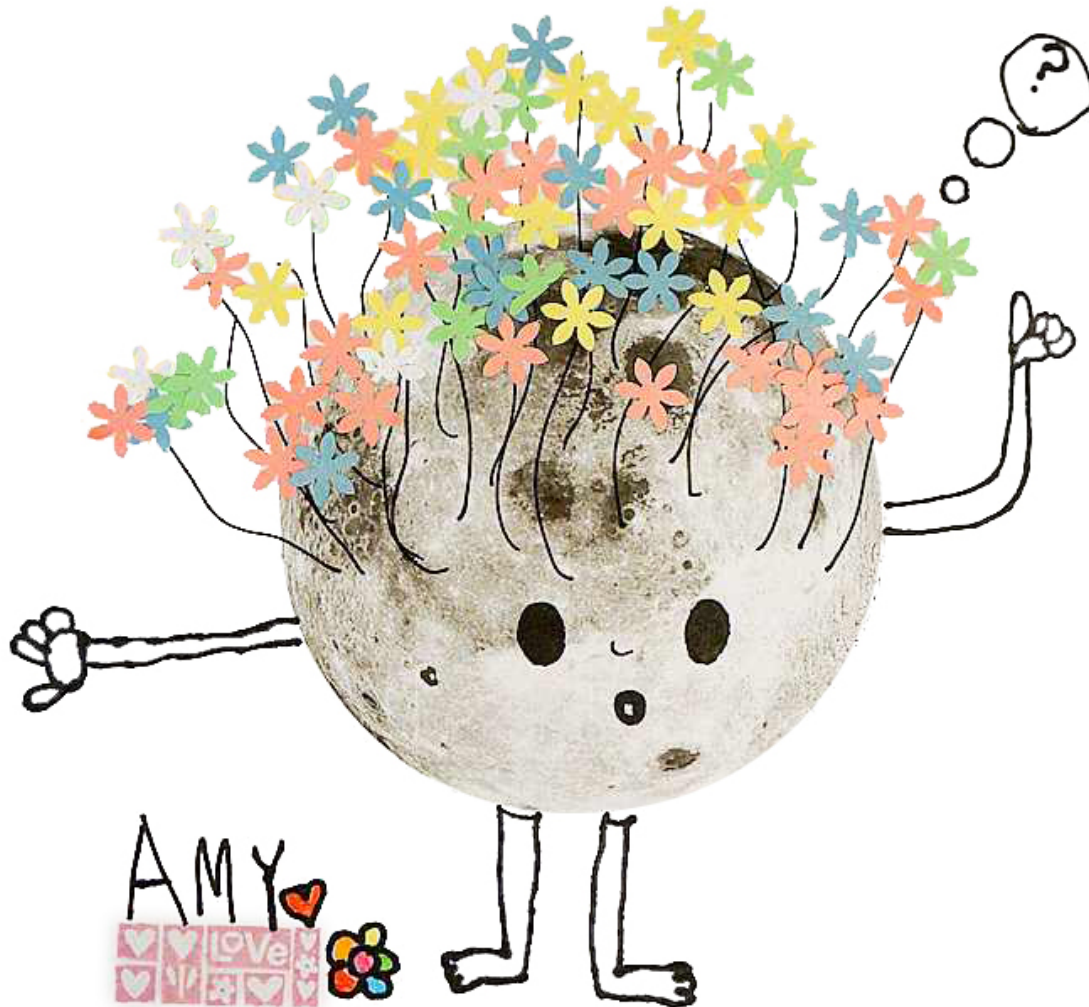


标的无收益，负系统性风险

当前远期（期货）价格与标的资产预期的未来现货价格的关系II

- * 在一个无套利的有效市场中，标的资产和其冗余证券期货之间具有一体化性质，期货的预期收益率总是正好等于标的资产的风险溢价。
- * 转移风险和管理风险是期货市场的最本质功能。

Any Questions ?





Email: zlzheng@xmu.edu.cn
aronge@xmu.edu.cn